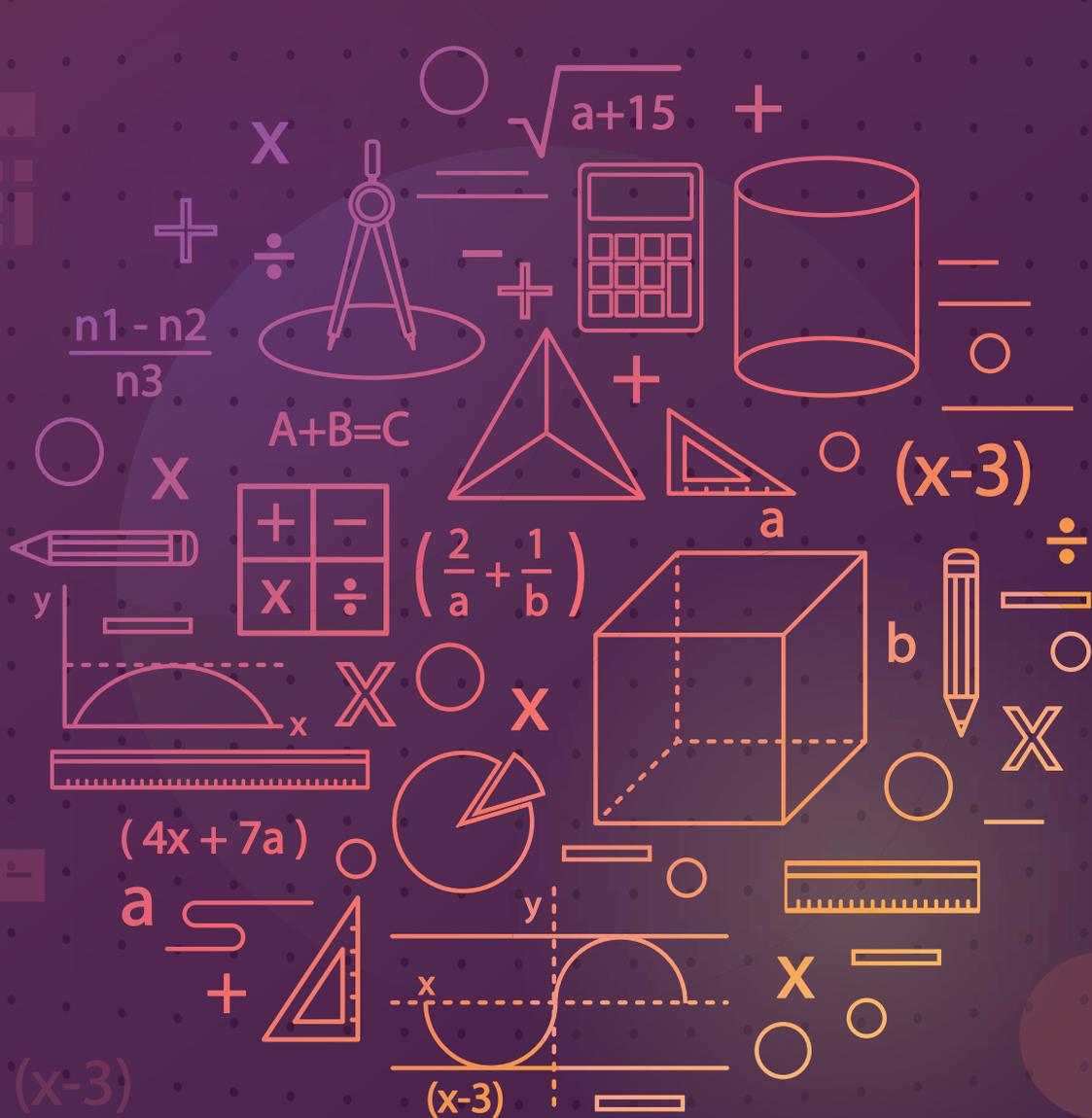


# L'INDISPENSABLE EN MATHÉMATIQUE



SOFAD



## **L'INDISPENSABLE** en mathématique

Cet ouvrage a été réalisé par la SOFAD (Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec).

### **ÉQUIPE DE PRODUCTION**

#### **Direction de l'édition**

Diane Pageau

#### **Chargée de projet**

Nancy Mayrand (CP mathématique,  
CSDGS – automne 2018)

#### **Rédaction**

Louise Roy (Partie III – Section 7)  
Marie-Ève Côté (Parties I à IV)

#### **Soutien éditorial**

Laëtitia Gagnon  
Marie-Ève Côté

#### **Révision de contenu**

Pauline Lalancette (Partie 1), Ph. D., didacticienne  
(UQÀM, UdeM) et CP en MST (CS Laval)  
Valériane Passaro, Ph. D., chargée de cours en didactique  
des mathématiques (UQÀM, UdeM) et superviseure  
de stage-CFIM  
Steeve Pinsonneault, enseignant en mathématique  
Centre d'éducation aux adultes, édifice Clément (CSMB)

#### **Révision linguistique**

Julie Doyon

#### **Correction d'épreuves**

Julie Doyon

#### **Gestion des droits**

Michelle Thibaudeau

#### **Conception page couverture**

Mylène Choquette

#### **Conception graphique et montage infographique**

Marquis Interscript

© SOFAD 2019

Tous droits de traduction et d'adaptation, en totalité  
ou en partie, réservés pour tous pays.

Toute reproduction par procédé mécanique ou électronique,  
y compris la microreproduction, est interdite sans l'autorisation  
écrite d'un représentant dûment autorisé de la SOFAD.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation  
écrite et licence correspondante octroyée par la SOFAD.

Dans cette production, le masculin est utilisé sans aucune  
discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.

Dépôt légal — 2019

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN : 978-2-89798-188-4 (imprimé)

ISBN : 978-2-89798-177-8 (PDF)

Mai 2019

# TABLE DES MATIÈRES

Cet aperçu contient :  
- la table des matières;  
- l'introduction;  
- Quelques pages à titre d'exemple.

<b>AVANT-PROPOS</b> .....	1
<b>INTRODUCTION</b> .....	2
<b>PARTIE 1 LES REPÈRES ET SAVOIRS MATHÉMATIQUES</b> .....	1
<b>SECTION 1 LES REPÈRES MATHÉMATIQUES</b> .....	2
<b>1.1 Les symboles mathématiques</b> .....	2
<b>1.2 Les unités de mesure et la conversion</b> .....	4
Le système international (SI) .....	4
Les principales unités de mesure utilisées en mathématique .....	5
La conversion des unités de mesure .....	6
<b>1.3 Les préfixes</b> .....	7
<b>1.4 Les nombres arrondis</b> .....	8
<b>1.5 La notation scientifique</b> .....	8
<b>SECTION 2 LES SAVOIRS</b> .....	9
<b>2.1 L'arithmétique</b> .....	9
<b>2.2 L'algèbre</b> .....	18
Les expressions algébriques .....	18
Les manipulations sur les expressions algébriques .....	21
Les équations, les inéquations et les systèmes .....	28
Les relations, les fonctions et les réciproques .....	38
<b>2.3 La statistique</b> .....	61
La distribution à un caractère .....	61
La distribution à deux caractères .....	74
<b>2.4 La probabilité</b> .....	83
<b>2.5 La géométrie dans le plan et l'espace</b> .....	91
Les formules de périmètre, d'aire et de volume .....	91
Le sens spatial et les figures géométriques .....	94
Les relations métriques et trigonométriques .....	117
<b>2.6 La géométrie analytique</b> .....	124
<b>2.7 Les énoncés géométriques</b> .....	132
Les droites et les angles .....	132
Les triangles .....	133
Les autres figures planes .....	135



<b>LA RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES</b> .....	137
<b>SECTION 3 LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES</b> .....	138
<b>3.1 Les quatre phases de la résolution de problèmes</b> .....	138
<b>3.2 La modélisation de la résolution de problèmes</b> .....	139
<b>MODÉLISATION 1</b> Une visite au chalet .....	140
<b>MODÉLISATION 2</b> Un verre de papier en forme de cône .....	142
<b>MODÉLISATION 3</b> Des escargots sur les îles! .....	144
<b>MODÉLISATION 4</b> Une randonnée à vélo .....	146
<b>MODÉLISATION 5</b> Aménagement paysager .....	148
<b>SECTION 4 LES STRATÉGIES DE RÉOLUTION</b> .....	150
<b>4.1 Les stratégies de représentation</b> .....	151
Ajouter des éléments à une figure .....	151
Exprimer une équivalence entre des unités de mesure .....	152
Mettre de l'ordre dans les données .....	153
Reconnaître les données pertinentes .....	154
Reformuler la situation dans ses propres mots .....	155
Tracer une esquisse .....	156
<b>4.2 Les stratégies de planification</b> .....	157
Analyser une fonction à l'aide de ses propriétés pour la résoudre .....	157
Choisir judicieusement une méthode de résolution .....	158
Diviser la situation-problème en sous-problèmes .....	159
Rechercher une règle algébrique qui traduit la situation .....	160
<b>4.3 Les stratégies d'activation</b> .....	161
Réinvestir ses connaissances antérieures .....	161
Résoudre chacune des étapes préalablement divisées .....	162
Utiliser une table de valeurs pour déterminer une règle .....	163
<b>4.4 Les stratégies de réflexion</b> .....	164
Évaluer la vraisemblance d'une réponse en remplaçant les variables par des valeurs quelconques .....	164
Démontrer par un contre-exemple .....	165
Valider avec une autre formule ou une autre démarche .....	166
Valider ses résultats selon le contexte .....	167



<b>LA COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUE</b> .....	169
<b>SECTION 5 LA COMMUNICATION</b> .....	170
<b>5.1 Lire l'énoncé d'une situation-problème</b> .....	170
Lire le problème avec attention .....	170
Se poser des questions .....	170
Prendre des notes et surligner les mots et les passages importants .....	171
Utiliser des ouvrages de référence .....	171
<b>5.2 Interpréter une description verbale</b> .....	172
<b>5.3 Interpréter une table de valeurs</b> .....	172
Table de valeurs à l'horizontale .....	173
Table de valeurs à la verticale .....	173
<b>5.4 Interpréter une représentation graphique ou un diagramme</b> .....	173
La représentation graphique .....	173
Le diagramme .....	175
<b>5.5 Représenter un graphique ou un diagramme</b> .....	177
<b>5.6 Représenter une figure géométrique</b> .....	178
Nommer les sommets de figures géométriques .....	178
Représenter des segments ou des angles isométriques .....	179
Représenter un secteur dans un cercle .....	179
<b>5.7 Formuler une opinion à l'aide d'arguments mathématiques</b> .....	180
<b>5.8 Produire un message à caractère mathématique</b> .....	181
<b>5.9 Consulter des sources crédibles</b> .....	182
Comment juger de l'objectivité d'une source? .....	182
Comment juger de la non-objectivité d'une source? .....	182
Comment juger de la fiabilité d'une source? .....	182
<b>SECTION 6 LES ÉVALUATIONS</b> .....	183
<b>6.1 Comment se préparer à une évaluation</b> .....	183
Se préparer adéquatement .....	183
Apprendre à gérer son stress .....	183
<b>6.2 Concevoir un aide-mémoire</b> .....	184
<b>6.3 Les trois compétences en mathématique</b> .....	186

<b>SECTION 7 LES OUTILS NUMÉRIQUES</b> .....	189
<b>7.1 La calculatrice à affichage graphique</b> .....	189
Les fonctions graphiques .....	190
Les fonctions statistiques .....	191
<b>7.2 Le tableur</b> .....	192
L'interface .....	192
Onglet Accueil .....	192
Onglet Insérer .....	193
Onglet Mise en page .....	193
Onglet formules .....	193
Onglet Affichage .....	193
Représenter graphiquement une distribution à deux caractères .....	194
Utiliser des formules pour obtenir des résultats statistiques .....	195
<b>7.3 Le logiciel de géométrie dynamique</b> .....	196
L'interface .....	196
Les éléments de la barre d'outils .....	197
Tracer le graphique d'une fonction .....	198
Construire des figures géométriques .....	199

**PARTIE**

<b>LA CULTURE ET LES MÉDIAS</b> .....	201
---------------------------------------	-----

<b>SECTION 8 LES REPÈRES CULTURELS</b> .....	202
--	-----

<b>8.1 L'évolution des mathématiques dans le temps</b> .....	203
--	-----

<b>8.2 L'évolution des mathématiques sous l'angle des personnalités</b> ...	204
---	-----

<b>SECTION 9 LA MÉDIAGRAPHIE</b> .....	206
--	-----

<b>INDEX</b> .....	208
--------------------	-----

<b>SOURCES INCONOGRAPHIQUES</b> .....	214
---------------------------------------	-----



# AVANT-PROPOS

*L'INDISPENSABLE en mathématique* est un outil de travail fort utile pour toute personne qui doit résoudre une situation-problème, calculer, représenter, modéliser sous forme algébrique ou graphique, effectuer une collecte de données, établir des relations, mettre en œuvre des stratégies, déployer un raisonnement mathématique, communiquer à l'aide du langage mathématique ou effectuer toute autre tâche liée à la mathématique.

La première partie se subdivise en deux sections : les repères et les savoirs mathématiques. Les repères regroupent les symboles, les unités de mesure et de conversion, les préfixes, les procédés d'arrondissement des chiffres et la notation scientifique utiles dans différents contextes mathématiques. La section portant sur les savoirs présente les bases utiles en arithmétique, en algèbre, en statistique, en probabilité, et en géométrie. Cette partie permettra à certains de se rafraîchir la mémoire, alors que d'autres l'utiliseront comme une source de référence pour l'acquisition de nouveaux savoirs ou la réalisation d'une tâche mathématique.

La seconde partie traite spécifiquement de la résolution de situations-problèmes dans une perspective concrète, utile et signifiante dans le but de soutenir la démarche de résolution de situations-problèmes et le développement des compétences nécessaires à ce niveau. La résolution de problèmes est présentée et modélisée de manière à faciliter la compréhension et le transfert dans différents contextes mathématiques. Les différentes stratégies de résolution (stratégies de représentation, de planification, d'activation et de réflexion) sont expliquées et modélisées pour en faciliter la compréhension et l'utilisation.

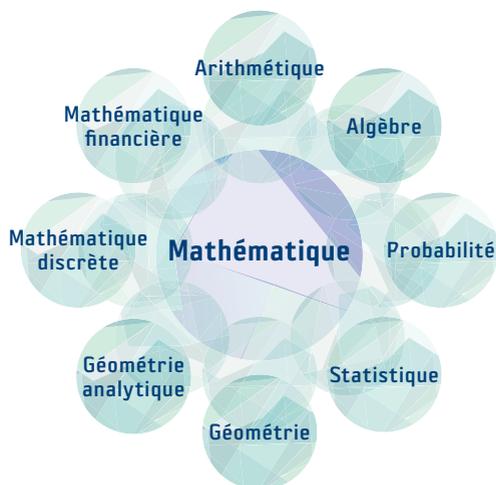
L'utilisateur y trouvera donc toutes les connaissances qui l'aideront à effectuer un travail de qualité, à faire preuve d'efficacité et d'exactitude, ainsi que à démontrer des démarches raisonnées : des compétences qui s'avèrent essentielles en apprentissage et en évaluation.

La troisième partie, qui porte sur la communication en mathématique, explique les principaux éléments de la communication : les bases de la lecture efficace d'un énoncé, l'interprétation des descriptions verbales ou graphiques, la représentation d'une information mathématique et la production d'un message ou d'un argument. Cette partie présente aussi les bonnes pratiques de préparation à l'évaluation et d'utilisation des outils numériques à l'aide d'explications claires et précises.

Enfin, la dernière partie permet d'en apprendre davantage sur la culture mathématique et les médias en situant les paramètres de l'évolution de la mathématique dans le temps et sous l'angle des personnalités, tout en offrant un accès à des références utiles.

# INTRODUCTION

La mathématique figure parmi les sciences les plus anciennes. Au fil du temps, elle a contribué à mieux expliquer les phénomènes et le monde qui nous entourent. La mathématique a permis, et permet encore, par le biais du raisonnement logique et déductif, d'étudier les propriétés et les relations qui existent entre les objets abstraits. Ce domaine d'études possède de nombreuses disciplines, notamment celles étudiées dans un parcours de formation scolaire.



*L'INDISPENSABLE en mathématique* se veut un outil de référence simple, accessible et adapté à l'utilisateur en apprentissage. Véritable recueil de tous les savoirs mathématiques de la 3<sup>e</sup> et de la 4<sup>e</sup> secondaire, cette ressource offre un retour sur des préalables ou le prolongement de certaines notions de la 5<sup>e</sup> secondaire. Un outil d'accompagnement unique permettant de rendre explicites les stratégies de résolution de situations-problèmes.

Cet ouvrage aborde également divers aspects importants en lien avec la réussite en mathématique, comme la préparation aux évaluations, la communication et l'utilisation des outils numériques. D'autre part, il offre l'occasion d'approfondir la réflexion concernant la résolution de situations-problèmes, en mettant l'accent sur l'application des connaissances, mais surtout sur les moments et les raisons qui requièrent le déploiement de ces connaissances.

Grâce à sa disposition, ses illustrations, ses schémas et ses indications, il est facile d'y repérer rapidement ce que l'on cherche. Les explications vont droit au but et les contenus sont présentés de façon succincte de manière à soutenir l'apprentissage dans différents contextes mathématiques.

La modélisation facilite la compréhension et offre aux utilisateurs des exemples pertinents d'application dans des contextes de tâches réalistes. Sur **portailsofad.com**, des capsules vidéo rendent l'expérience de la modélisation encore plus explicite.

Finalement, un index permet de localiser tous les termes mathématiques traités dans cet *INDISPENSABLE*.

Nous espérons que cette ressource vous soutiendra concrètement dans vos apprentissages et vos activités de préparation à l'évaluation.

# Un aperçu de L'INDISPENSABLE EN MATHÉMATIQUE

La table des matières est claire et détaillée.

**TABLE DES MATIÈRES**

AVANT-PROPOS ..... VII

INTRODUCTION ..... VIII

**PARTIE 1 LES REPÈRES ET SAVOIRS MATHÉMATIQUES** ..... 1

**SECTION 1 LES REPÈRES MATHÉMATIQUES** ..... 2

1.1 Les symboles mathématiques ..... 2

1.2 Les unités de mesure et la conversion ..... 4

    Le système international (SI) ..... 4

    Les principales unités de mesure utilisées en mathématique ..... 5

    La conversion des unités de mesure ..... 6

1.3 Les préfixes ..... 7

1.4 Les nombres arrondis ..... 8

1.5 La notation scientifique ..... 8

**SECTION 2 LES SAVOIRS** ..... 9

2.1 L'arithmétique ..... 9

2.2 L'algèbre ..... 9

    Les expressions algébriques ..... 18

    Les manipulations sur les expressions algébriques ..... 18

    Les équations, les inéquations et les systèmes ..... 21

    Les relations, les fonctions et les réciproques ..... 28

2.3 La statistique ..... 38

    La distribution à un caractère ..... 61

    La distribution à deux caractères ..... 61

2.4 La probabilité ..... 74

2.5 La géométrie dans le plan et l'espace ..... 83

    Les formules de périmètre, d'aire et de volume ..... 91

    Le sens spatial et les figures géométriques ..... 91

    Les relations métriques et trigonométriques ..... 94

    La géométrie analytique ..... 117

    Les énoncés géométriques ..... 124

    Les droites et les angles ..... 132

    Les triangles ..... 132

    Les autres figures planes ..... 133

..... 135

**PARTIE 2 LA RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES**

**SECTION 3 LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES** ..... 138

3.1 Les quatre phases de la résolution de problèmes ..... 138

3.2 La modélisation de la résolution de problèmes ..... 140

    - Modélisation 1 Une visite au chalet ..... 142

    - Modélisation 2 Un verre de papier en forme de cône ..... 144

    - Modélisation 3 Des escargots sur les îles! ..... 146

    - Modélisation 4 Une randonnée à vélo ..... 146

    - Modélisation 5 L'aménagement paysager ..... 148

**SECTION 4 LES STRATÉGIES DE RÉOLUTION** ..... 150

4.1 Les stratégies de représentation ..... 151

    - Ajouter des éléments à une figure ..... 151

    - Exprimer des équivalences entre des unités de mesure ..... 152

    - Mettre de l'ordre dans les données ..... 153

    - Reconnaître les données pertinentes ..... 154

    - Reformuler la situation dans ses propres mots ..... 155

    - Tracer une esquisse ..... 156

4.2 Les stratégies de planification ..... 157

    - Analyser une fonction à l'aide de ses propriétés ..... 157

    - Choisir judicieusement une méthode de résolution ..... 158

    - Diviser la situation-problème en sous-problèmes ..... 159

    - Rechercher une règle algébrique qui traduit la situation ..... 160

4.3 Les stratégies d'activation ..... 161

    - Réinvestir ses connaissances antérieures ..... 161

    - Résoudre chacune des étapes préalablement divisées ..... 162

    - Utiliser une table des valeurs pour déterminer une règle ..... 163

4.4 Les stratégies de réflexion ..... 164

    - Évaluer la vraisemblance d'une réponse en remplaçant les variables par des valeurs quelconques ..... 164

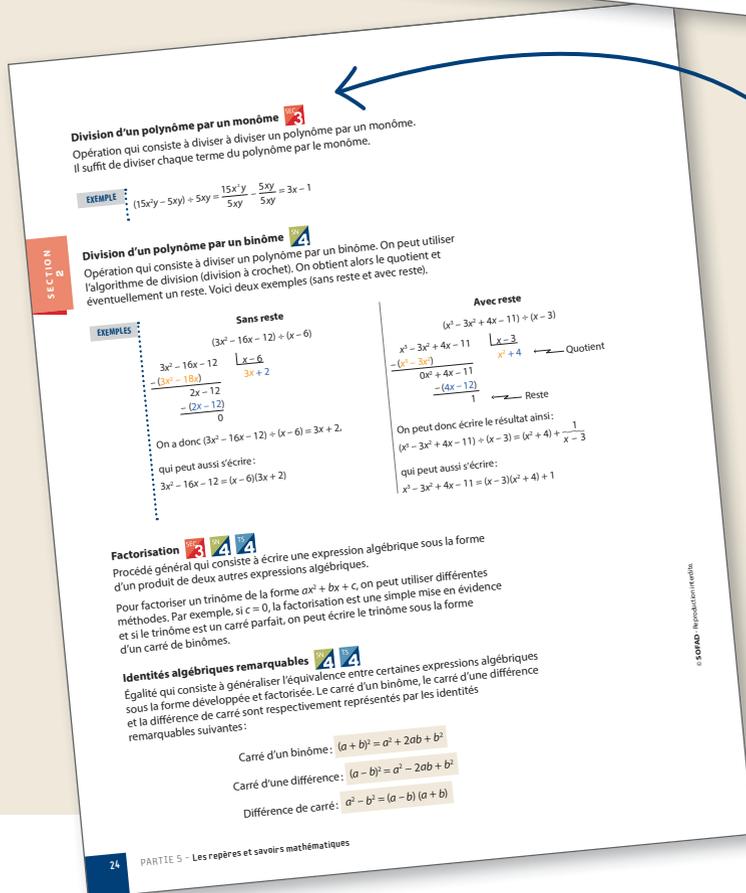
    - Démontrer par un contre-exemple ..... 165

    - Valider avec une autre formule ou une autre démarche ..... 166

    - Valider ses résultats selon le contexte ..... 167

Au début de chacune des quatre parties figurent le titre et une vue sommaire du contenu abordé.

Les onglets et les niveaux de titres facilitent le repérage des contenus.



Le repérage du **niveau mathématique** correspondant à l'introduction de chaque savoir dans le cursus scolaire et se fait à l'aide d'un pictogramme.

**Proportionnalité au carré**

Relation de proportionnalité au carré entre une variable  $x$  et une variable  $y$  qui se produit lorsque le fait de multiplier la valeur de  $x$  par un nombre  $a$  pour effet de multiplier la valeur de  $y$  par le carré de ce même nombre.

- Les caractéristiques d'une telle relation sont les suivantes :
- le rapport  $\frac{y}{x^2}$  est constant ;
  - si  $a$  représente cette constante, alors l'équation de la relation peut s'écrire sous la forme  $y = ax^2$  ;
  - la courbe ou son prolongement passe par (0, 0).

SECTION 2

EXEMPLE

Règle		Graphique
$f(x) = 0,5x^2$		<p>Aire d'un triangle rectangle isocèle en fonction de la mesure d'un de ses côtés adjacents à l'angle droit</p>
Table de valeurs		
$x$	$f(x)$	
0	0	
2	2	
4	8	
6	18	

**Proportionnalité directe**

Relation entre deux variables qui est dite « de proportionnalité directe » lorsque le rapport entre les deux variables est constant. Deux variables sont directement proportionnelles si la multiplication de la valeur d'une variable par un nombre  $a$  pour effet de multiplier la valeur de l'autre variable par le même nombre.

Voir p. 39 : Coefficient de proportionnalité

EXEMPLE

Lorsqu'un objet se déplace à vitesse constante, la distance parcourue est directement proportionnelle au temps écoulé. Pour parcourir une distance deux fois plus grande, il faut deux fois plus de temps.

Pour faciliter l'usage et la compréhension, lorsque pertinent, des renvois intérieurs sont clairement indiqués.

Déterminer des mesures manquantes à l'aide des conditions minimales de similitudes  
Lorsque deux triangles sont semblables, il est possible de déterminer des mesures manquantes puisque les angles homologues sont isométriques et les mesures des côtés sont proportionnelles.

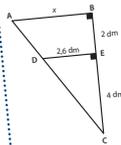
**ATTENTION**

Il est important de démontrer d'abord que les triangles sont semblables à l'aide des conditions minimales de similitude.

SECTION 2

EXEMPLE

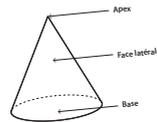
Voici la démarche à suivre pour déterminer la valeur de  $x$  sur la figure suivante :



Explications	Exemple
① Reconnaître les éléments homologues des deux triangles et montrer que les triangles sont semblables selon une des conditions minimales de similitude.	$\triangle ABC \sim \triangle DEC$ selon la condition minimale A-A
② Déterminer la mesure manquante à l'aide de la propriété de proportionnalité des mesures des côtés homologues.	$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{EC}} \quad \frac{x}{2,6} = \frac{6}{4}$ $x = 6 \times 2,6 / 4$ $x = 3,9 \text{ dm}$

**Cône**

Solide possédant une surface courbe appelée « face latérale » et une base circulaire opposée à l'apex.



La rubrique **Attention** apporte un complément d'information ou des explications supplémentaires sur certaines notions.

**Résolution algébrique**  
 Pour résoudre algébriquement une inéquation du second degré, il faut :

- transformer son écriture pour qu'elle soit sous l'une des formes suivantes :  $ax^2 + bx + c < 0$  ou  $ax^2 + bx + c \leq 0$  ou  $ax^2 + bx + c > 0$  ou  $ax^2 + bx + c \geq 0$ .
- déterminer les solutions de l'équation obtenue en remplaçant le signe d'inégalité par un signe d'égalité.
- raisonner sur l'allure du graphique de la fonction du second degré associée, afin d'évaluer l'ensemble solution.

**EXEMPLE** : On souhaite connaître l'ensemble solution de l'inéquation  $x^2 - x - 2 < 0$ .

- L'équation correspondante est  $x^2 - x - 2 = 0$ .
- Par factorisation, on obtient  $(x + 1)(x - 2) = 0$ .
- Les solutions de l'équation sont  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 2$ .
- On sait que la courbe de  $g(x) = x^2 - x - 2$  est une parabole ouverte vers le haut, car  $a > 0$  et que la fonction possède deux zéros. Par conséquent,  $x^2 - x - 2$  est strictement inférieure à 0 pour des valeurs de  $x$  comprises dans l'intervalle dont les bornes exclues sont  $x_1$  et  $x_2$ .
- L'ensemble solution est donc  $] -1; 2[$ .

**ASTUCES**  
 On peut faire la résolution algébrique à l'aide de la factorisation ou de la formule quadratique.

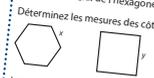
**Voir p. 54 :**  
 Résolution algébrique

**Système d'équations du premier degré à deux variables**

**Définition**  
 Système comportant au moins deux équations du premier degré à deux variables. La résolution d'un tel système consiste à déterminer les couples qui satisfont à la fois les deux équations.

**Traduction d'une situation**  
 Dans certaines situations, on cherche à déterminer la valeur de deux variables qui obéissent à des contraintes, chacune étant associée à une équation. On traduit donc la situation à l'aide d'un système d'équations.

**EXEMPLE** : Un hexagone régulier et un carré ont le même périmètre. Le côté du carré mesure 3 cm de plus que celui de l'hexagone.  
 Déterminez les mesures des côtés de l'hexagone et du carré.



Les variables de la situation :

- $x$  : la mesure du côté de l'hexagone régulier (cm)
- $y$  : la mesure du côté du carré (cm)

Le système d'équations :

$$\begin{cases} 6x = 4y \\ y = x + 3 \end{cases}$$

Car, l'hexagone régulier et le carré ont le même périmètre.  
 Car, le côté du carré mesure 3 cm de plus que celui de l'hexagone.

32 PARTIE 5 - Les repères et savoirs mathématiques

La rubrique **Astuce** présente un petit truc ou un conseil qui facilitera la réalisation d'une tâche.

**Classe**  
 Se dit de chacune des parties lorsqu'un ensemble de données statistiques est partagé en parties disjointes. L'amplitude d'une classe correspond à la différence entre la borne supérieure et la borne inférieure de l'intervalle qui définit cette classe.

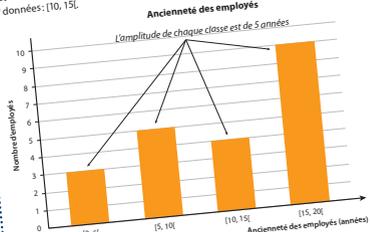
**Classe médiane**  
 Classe qui contient la médiane d'une distribution dont les données sont groupées en classes.

**EXEMPLE** : Soit la distribution représentée dans le tableau ci-contre :

Classe	Effectif
[0, 5[	3
[5, 10[	5
[10, 15[	4
[15, 20[	9
Total	21

La médiane correspond à la donnée qui se situe au centre de la distribution ( $\frac{21}{2} = 10,5$ ).  
 La classe médiane est celle qui contient la médiane. C'est-à-dire la classe où se retrouvent les 10<sup>e</sup> et les 11<sup>e</sup> données : [10, 15[.

**Ancienneté des employés**  
 L'amplitude de chaque classe est de 5 années.



**Classe modale**  
 Classe ayant le plus grand effectif dans une distribution dont les données sont groupées en classes.

**EXEMPLE** :

Classe	Effectif
[0, 6[	5
[6, 12[	12
[12, 18[	6
[18, 24[	4
[24, 30[	7

La classe modale est [6, 12[ puisqu'elle a le plus grand effectif.

62 PARTIE 5 - Les repères et savoirs mathématiques

De nombreux exemples, pertinents et clairs, soutiennent les explications et facilitent la compréhension.

Les fonctions graphiques

Touche	Description	Exemple d'affichage sur l'écran
1	Editeur d'équations	
2	WINDOW Réglage manuel des paramètres d'affichage du graphique	
3	ZOOM Ajustement de la zone d'affichage du graphique	
4	TRACE Affichage du graphique et des coordonnées d'un point mobile sur le graphique	
5	TABLE Affichage de la table de valeurs	
6	GRAPH Affichage du graphique	

Une présentation sommaire des **outils numériques** permettant d'explorer de nombreux concepts mathématiques.

Pour chaque modélisation et application de stratégie, une **vidéo** est disponible sur **portailsofad.com**

De **nombreuses modélisations** qui concrétisent la démarche et soutiennent l'appropriation dans différents contextes.

MODÉLISATION 2

Un verre de papier en forme de cône

La mise en situation du problème

Un verre de papier conique a une hauteur de 10 cm. On y a versé 15 ml d'eau et la moitié de sa hauteur est remplie, comme le montre l'illustration ci-contre.

D'après toi, la hauteur du cône pour moitié.

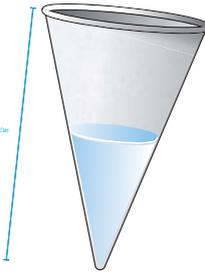
Dois-tu d'abord déterminer la quantité totale d'eau que contient le verre si il est rempli jusqu'à 1 cm du bord.

La hauteur de l'eau est de 5 cm.

a) Quelle quantité d'eau doit-on ajouter pour que le niveau d'eau soit à 1 cm du bord?

b) Pour que le verre soit réellement à moitié rempli, à quelle hauteur le niveau de l'eau devrait-il se situer? Arrondissez votre réponse au centième près.

Le volume dans le verre correspond à la moitié du volume total qu'il peut contenir.



La résolution du problème

1 La quantité d'eau pour que le niveau d'eau soit à 1 cm du bord  
Le rapport de similitude  $k$  entre les deux cônes est égal au rapport entre leurs hauteurs:  $\frac{9}{5} = \frac{V}{15}$

Le rapport des volumes:

$$k^3 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\left(\frac{9}{5}\right)^3 = \frac{V}{15}$$

$$5,83 = \frac{V}{15}$$

$$V = 15 \times 5,83$$

$$V = 87,5 \text{ ml}$$

Le volume d'eau à ajouter:  
 $87,5 \text{ ml} - 15 \text{ ml} = 72,5 \text{ ml}$

2 La quantité d'eau lorsque le verre est à moitié rempli  
Le rapport de similitude des hauteurs du cône entier et celui de la partie remplie d'eau est  $k = \frac{10}{5} = 2$ .

Le rapport de leurs volumes est  $k^3 = 2^3 = 8$ .  
En comparant les volumes, où  $v$  est le volume total du cône, on obtient  $\frac{v}{2} = \frac{V}{8}$ , ce qui donne  $v = 120 \text{ ml}$ .

Volume du cône à moitié rempli:  
 $\frac{120}{2} = 60 \text{ ml}$  ou  $60 \text{ cm}^3$

Hauteur du cône à moitié rempli:  
Soit  $h$  la hauteur recherchée.

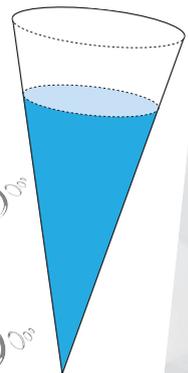
$$\left(\frac{h}{5}\right)^3 = \frac{60}{15}$$

$$h^3 = \frac{60 \times 125}{15}$$

$$h = \sqrt[3]{500} = 7,94 \text{ cm}$$

Donc, la hauteur est d'environ 7,94 cm.

Je peux me servir du rapport de similitude, puisque le cône rempli d'eau est semblable au cône sans eau.

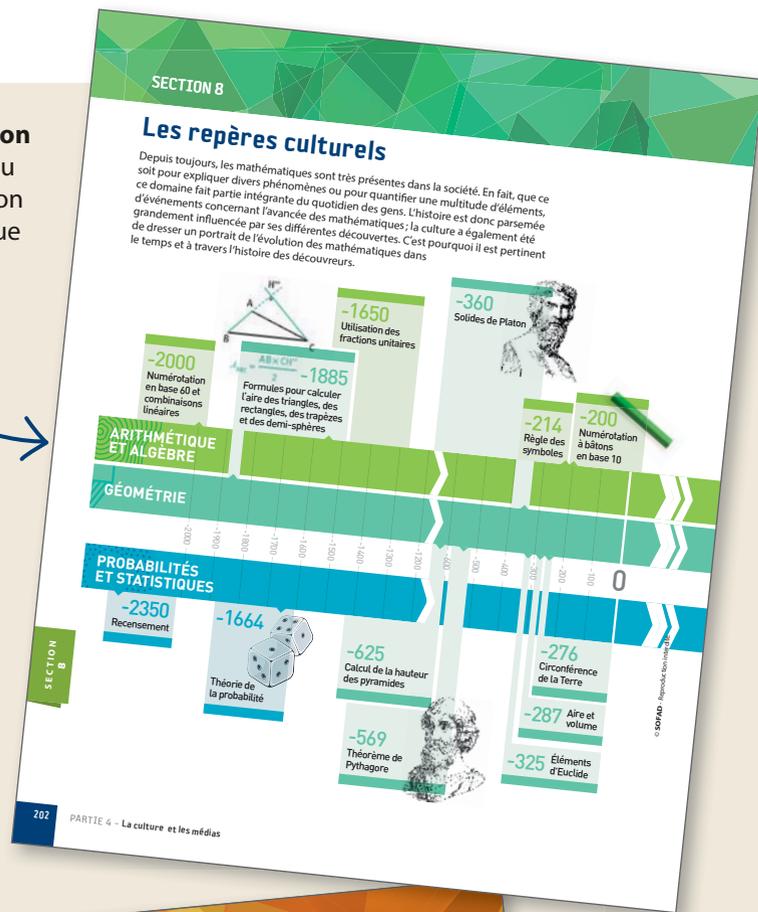


Je valide ma démarche en arrondissant ma réponse au centième près.

Je valide ma démarche en dessinant une esquisse pour représenter ma solution.

Ma réponse a du sens, car la hauteur déterminée est plus grande que 5 cm, mais plus petite que 10 cm.

Une **schématisation** à l'aide de lignes du temps de l'évolution de la mathématique dans le temps et sous l'angle des personnalités.



L'**Index** alphabétique placé à la fin d'un ouvrage facilite la recherche des sujets traités, des noms ou des rubriques.

## INDEX

**A**

- Accolade 9
- Aide-mémoire 184-185
- Algèbre 18, 123, 198, 202, 204
- Angle
  - adjacent 94
  - aigu 94
  - alterne-externe 94
  - alterne-interne 95
  - au centre 94
  - bissectrice d'un angle 98
  - complémentaire 95
  - correspondant 95
  - d'élévation et de dépression 96
  - d'inclinaison d'une droite (ou par rapport à la verticale) 117
  - droit 96
  - énoncés géométriques 131
  - isométrique 4, 94-95, 98-101, 104-105, 109-111, 115-116, 131-135, 165
  - opposé par le sommet 96
  - supplémentaire 96
- Apothème 4, 97
- Arrangement 83
- Arithmétique 2-3, 9
- Associativité 9, 16

**B**

- Base 9
- Borne 9

**C**

- Calculatrice
  - à affichage graphique 189
- Caractère 61
  - quantitatif continu 61, 69, 74
  - quantitatif discret 61, 74
- Cathète 99, 113, 122, 132
- Cercle 4, 83, 88, 91, 94, 98, 103, 106, 114, 130, 135, 179, 197, 199, 200, 204
  - arc de cercle 4, 98, 114
  - corde d'un cercle 103, 135
  - diamètre d'un cercle 4, 106, 135, 204
  - secteur circulaire 114, 179
- Cerf-volant 99
- Classe 62
  - médiane 62
  - modale 62
- Chiffres arrondis 8
- Combinaison 83
- Communication 170
  - produire un message à caractère mathématique 181
- Commutativité 9
- Compétence 186-188
- Complément 10
- Conjecture 103
- Connecteur logique 10
- Contrainte 18
- Contre-exemple 103
- Conversion des mesures 6
- Corrélation linéaire 74-75
  - coefficient 3, 74, 180, 195
  - sens de la corrélation 75
  - tableau de corrélation (à double entrée) 82
- Couple 125

**D**

- Demi-plan 28
- Démonstration 105
  - formuler une opinion à l'aide d'arguments mathématiques 180
- Description verbale 54, 172
- Développement 105-106
  - d'un cône circulaire droit 106
  - d'une pyramide régulière 105-106
- Diagramme 64-67, 175-176
  - à bandes 64
  - à tige et à feuilles 65
  - circulaire 175
  - construire un diagramme 177-178
  - de quartiles 66
  - en arbre 83
  - histogramme 69, 176
  - interpréter un diagramme 175-176

208 INDEX

PARTIE



# LES REPÈRES ET SAVOIRS MATHÉMATIQUES

<b>SECTION 1 LES REPÈRES MATHÉMATIQUES</b> .....	2
<b>1.1 Les symboles mathématiques</b> .....	2
<b>1.2 Les unités de mesure et la conversion</b> .....	4
- Le système international (SI) .....	4
- Les principales unités de mesure utilisées en mathématique .....	5
- La conversion des unités de mesure .....	6
<b>1.3 Les préfixes</b> .....	7
<b>1.4 Les nombres arrondis</b> .....	8
<b>1.5 La notation scientifique</b> .....	8
<b>SECTION 2 LES SAVOIRS</b> .....	9
<b>2.1 L'arithmétique</b> .....	9
<b>2.2 L'algèbre</b> .....	18
- Les expressions algébriques .....	18
- Les manipulations d'expressions algébriques .....	21
- Les équations, les inéquations et les systèmes .....	28
- Les relations, les fonctions et les réciproques .....	38
<b>2.3 La statistique</b> .....	61
- La distribution à un caractère .....	61
- La distribution à deux caractères .....	74
<b>2.4 La probabilité</b> .....	83
<b>2.5 La géométrie dans le plan et l'espace</b> .....	91
- Les formules de périmètres, d'aires et de volume .....	91
- Le sens spatial et les figures géométriques .....	94
- Les relations métriques et trigonométriques .....	117
<b>2.6 La géométrie analytique</b> .....	124
<b>2.7 Les énoncés géométriques</b> .....	132
- Les droites et les angles .....	132
- Les triangles .....	133
- Les autres figures planes .....	135

## SECTION 1

# Les repères mathématiques

Les repères mathématiques regroupent un ensemble de symboles, d'unités de mesure et de conversion, de préfixes et de conventions qui sont utilisés dans le domaine de la mathématique.

## 1.1 LES SYMBOLES MATHÉMATIQUES

Dans le langage mathématique, plusieurs symboles sont utilisés. Il est important de les reconnaître et d'être en mesure de comprendre leur signification. Le tableau suivant présente les principaux symboles employés en arithmétique et en algèbre, en collecte de données et en géométrie.

### LES SYMBOLES MATHÉMATIQUES

Arithmétique et algèbre			
+	Addition	$\forall$	...pour tout...
-	Soustraction	$\exists$	...il existe...
$\times$	Multiplication		...tel que...
$\div$	Division	$a$	Variable
$\pm$	Plus ou moins	$-a$	Opposé du nombre $a$
=	...égal à...	$\frac{1}{a}$ ou $a^{-1}$	Inverse du nombre non nul $a$
$\approx$	...à peu près égal à...	$a^2$	Nombre $a$ au carré
$\neq$	...n'est pas égal à...	$a^3$	Nombre $a$ au cube
<	...est inférieur à...	$[a, b]$	Intervalle incluant $a$ et $b$
$\leq$	...est inférieur ou égal à...	$[a, b[$	Intervalle incluant $a$ et excluant $b$
>	...est supérieur à...	$]a, b]$	Intervalle excluant $a$ et incluant $b$
$\geq$	...est supérieur ou égal à...	$]a, b[$	Intervalle excluant $a$ et $b$
$\hat{=}$	...correspond à...	$(a, b)$	Couple de valeur $a$ et $b$
$\Leftrightarrow$	...si et seulement si...	$\Delta x$	Variation en $x$
$\in$	...appartient à...	$\Delta y$	Variation en $y$
$\notin$	...n'appartient pas à...		

Arithmétique et algèbre (suite)			
$\alpha$	Alpha	$\mathbb{Z}$	Ensemble des nombres entiers
$\beta$	Bêta	$\mathbb{Q}$	Ensemble des nombres rationnels
$\Delta$	Delta	$\mathbb{Q}'$	Ensemble des nombres irrationnels
$\Omega$	Oméga	$\infty$	Infini
$\sigma$	Sigma	$[a]$	Partie entière de $a$
$\theta$	Thêta	$ a $	Valeur absolue de $a$
$\emptyset$ ou $\{\}$	Ensemble vide	$\sqrt{a}$	Racine carrée du nombre $a$
$\cap$	Intersection d'ensembles	$\sqrt[3]{a}$	Racine cubique du nombre $a$
$\cup$	Union d'ensembles	-	Périodique (ex. : $\overline{1,4}$ où le 4 est périodique)
$\subset$ ou $\subseteq$	Inclusion d'ensembles	$f(x)$	Image de $x$ par la fonction $f$
$\not\subset$	Ensemble pas inclus	$f^{-1}$	Réciproque de la fonction $f$
$\mathbb{R}$	Ensemble des nombres réels	$\text{dom } f$	Domaine de la fonction $f$
$\mathbb{R}_+$	Ensemble des nombres réels positifs	$\text{ima } f$	Image de la fonction $f$ (ou codomaine)
$\mathbb{R}_-$	Ensemble des nombres réels négatifs	$\mapsto$	...a pour image...
$\mathbb{N}$	Ensemble des nombres naturels		
Collecte de données			
$\bar{x}$	Moyenne arithmétique	$\Omega$	Univers des résultats possibles
Md	Médiane	$P(A)$	Probabilité de l'événement A
Mo	Mode	$P(A')$	Probabilité de l'événement complémentaire de A
EM	Écart moyen	$Q_1$	Premier quartile
É	Étendue d'une distribution	$Q_2$	Deuxième quartile (médiane)
ÉI	Étendue interquartile	$Q_3$	Troisième quartile
$R_{100}$	Rang centile	$r$	coefficient de corrélation

Géométrie			
$\pi$	Pi	$\triangle ABC$	Triangle ABC
$^\circ$	Degré	//	Parallèle
$\angle A$	Angle A	$\perp$	Perpendiculaire
$m \angle A$	Mesure de l'angle A	$\perp\!\!\!\perp$	Angle droit
$\overline{AB}$	Segment AB	$A$	Aire d'une figure
$m \overline{AB}$	Mesure du segment AB	$C$	Circonférence d'un cercle
$\widehat{AB}$	Arc de cercle AB	$c$	Mesure du côté d'un polygone régulier
$m \widehat{AB}$	Mesure de l'arc de cercle AB	$h$	Hauteur d'un polygone
$\cong$	...est isométrique à...	$b$	Mesure de la petite base d'un trapèze
$\sim$	...est semblable à...	$B$	Mesure de la grande base d'un trapèze
$k$	Rapport de similitude	$d$	Mesure de la petite diagonale d'un losange
$k^2$	Rapport des aires des figures semblables	$D$	Mesure de la grande diagonale d'un losange
$k^3$	Rapport des volumes des figures semblables	$a$	Mesure de l'apothème
$a:b$	Rapport de a et b	$A'$	Image du point A
$\sin A$	Sinus de A	$P$	Périmètre d'un polygone
$\sin^{-1} A$	Réciproque du sinus de A	$P_b$	Périmètre de la base d'un solide
$\cos A$	Cosinus de A	$A_T$	Aire totale
$\cos^{-1} A$	Réciproque du cosinus de A	$A_{\triangle ABC}$	Aire du triangle ABC
$\tan A$	Tangente de A	$A_b$	Aire de la base d'un solide
$\tan^{-1} A$	Réciproque de la tangente de A	$d(A, B)$	Distance entre A et B
$d$	Diamètre d'un cercle	$m$	Pente d'une droite
$r$	Rayon d'un cercle	$m_{AB}$	Pente de la droite AB

## 1.2 LES UNITÉS DE MESURE ET LA CONVERSION

En mathématique, on utilise des unités de mesure pour quantifier des grandeurs. Cela facilite également les échanges entre les divers domaines d'application qui ont besoin de partager des informations.

### Le système international (SI)

Le système international (SI) est une convention comportant des règles qui définissent les différentes unités de mesure. Inspiré du système métrique, il fonctionne selon un principe de base simple. Pour passer d'une unité à une unité plus petite ou plus grande, on utilise un facteur 10, soit une puissance 10. Il s'agit donc d'un système décimal.

Voici un tableau présentant les sept unités de base qui quantifient des grandeurs communes utilisées presque partout dans le monde.

**LES SEPT UNITÉS DE BASE DU SI**

Grandeur	Unité SI	Symbole
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Longueur	mètre	m
Température	kelvin	K
Intensité électrique	ampère	A
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

**Les principales unités de mesure utilisées en mathématique**

En mathématique, plusieurs unités de mesure représentent la longueur, l'aire, le volume, la vitesse, le temps, la masse et d'autres mesures. Voici un tableau qui regroupe ces principales unités.

**LES UNITÉS DE MESURE**

Longueur, aire et volume			
mm	millimètre	m	mètre
dm	décimètre	km	kilomètre
cm	centimètre	ha	hectare
mm <sup>2</sup>	millimètre carré	dm <sup>3</sup>	décimètre cube
dm <sup>2</sup>	décimètre carré	cm <sup>3</sup>	centimètre cube
cm <sup>2</sup>	centimètre carré	m <sup>3</sup>	mètre cube
m <sup>2</sup>	mètre carré	km <sup>3</sup>	kilomètre cube
km <sup>2</sup>	kilomètre carré	L	litre
mm <sup>3</sup>	millimètre cube	ml	millilitre
Vitesse			
m/s	mètre par seconde	km/h	kilomètre par heure
Temps			
s	seconde	j	jour
min	minute	a	année
h	heure		
Masse			
mg	milligramme	kg	kilogramme
g	gramme	t	tonne

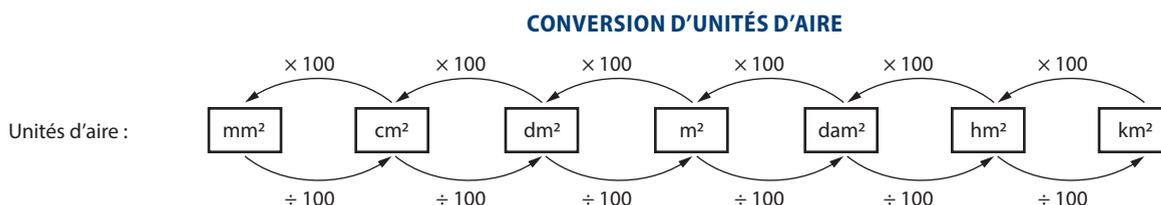
Autres			
%	pourcentage	\$ US	dollar américain
rad	radian	k\$	millier de dollars
°C	température en degrés Celsius	M\$	million de dollars
°F	température en degrés Fahrenheit	¢	cent
kWh	kilowattheure	L/km	litre par kilomètre (mesure de consommation d'essence)
\$	dollar canadien		

## La conversion des unités de mesure

Il est souvent utile de convertir des unités de mesure, c'est-à-dire de transformer une unité de mesure en une autre.

### La conversion des mesures dans le système international (SI)

Dans le schéma suivant, les **unités d'aire** du système international sont placées en ordre croissant, chaque unité étant 100 fois plus grande que l'unité qui la précède. Les flèches indiquent les opérations à effectuer pour faire la conversion.

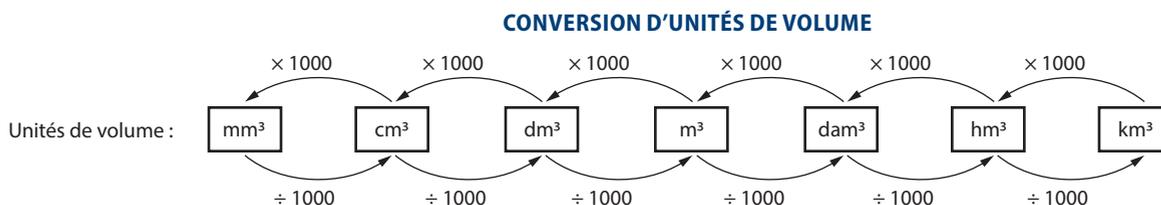


**EXEMPLE** Pour exprimer 2,583 m<sup>2</sup> en mm<sup>2</sup>, il faut multiplier 2,583 par 100 x 100 x 100, soit 1 000 000.

$$2,583 \times 1\,000\,000 = 2\,583\,000$$

$$2,583 \text{ m}^2 \triangleq 2\,583\,000 \text{ mm}^2$$

Dans le schéma suivant, les **unités de volume** sont aussi placées en ordre croissant, chaque unité étant dans ce cas-ci 1000 fois plus grande que l'unité qui la précède.



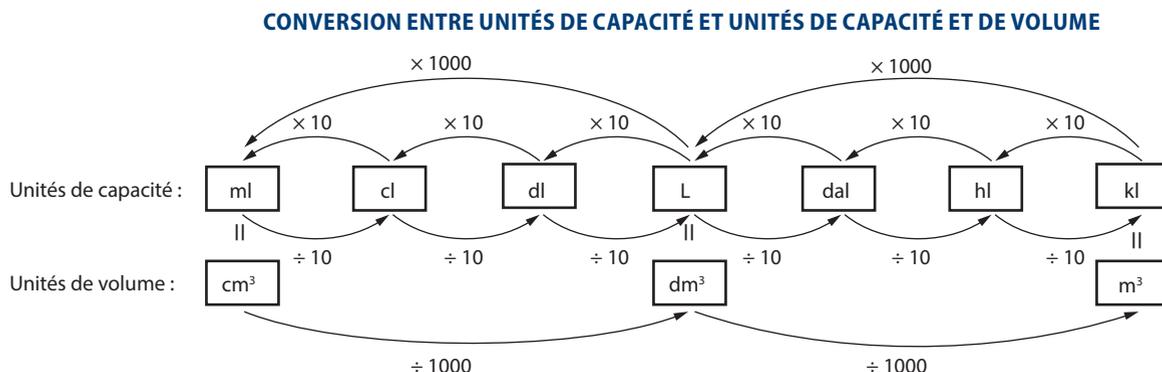
**EXEMPLE** Pour exprimer 5408 cm<sup>3</sup> en dm<sup>3</sup>, il faut diviser 5408 par 1000.

$$5408 \div 1000 = 5,408$$

$$5408 \text{ cm}^3 \triangleq 5,408 \text{ dm}^3$$

### La conversion des unités de capacité et de volume

Le schéma suivant montre quelques équivalences entre les unités de capacité et de volume.



**EXEMPLE** Pour exprimer 540 cm<sup>3</sup> en dl, il faut :

- ① diviser 540 par 1000 pour obtenir le volume en dm<sup>3</sup>;
- ② convertir 0,54 dm<sup>3</sup> en litre (0,54 dm<sup>3</sup> ≅ 0,54 L);
- ③ multiplier 0,54 par 10 pour obtenir la capacité en dl (0,54 L ≅ 5,4 dl).

### La conversion des mesures dans le système impérial

Dans certains problèmes, on utilise aussi des unités de mesure du système impérial : le pouce (po), le pied (pi) et la verge (v).

Voici quelques équivalences entre les unités de mesure du système impérial et celles du système international.

#### LES ÉQUIVALENCES ENTRE LES UNITÉS DE MESURE DU SYSTÈME IMPÉRIAL ET CELLES DU SYSTÈME INTERNATIONAL

Longueur	Aire	Volume
1 vg ≅ 0,9 m	1 vg <sup>2</sup> ≅ 0,84 m <sup>2</sup>	1 vg <sup>3</sup> ≅ 0,765 m <sup>3</sup>
1 pi ≅ 3 dm	1 pi <sup>2</sup> ≅ 28,3 dm <sup>2</sup>	1 pi <sup>3</sup> ≅ 28,3 dm <sup>3</sup>
1 po ≅ 2,5 cm	1 po <sup>2</sup> ≅ 16,4 cm <sup>2</sup>	1 po <sup>3</sup> ≅ 16,4 cm <sup>3</sup>

## 1.3 LES PRÉFIXES

En mathématique, les mesures sont souvent accompagnées de préfixes qui permettent d'utiliser différents ordres de grandeur.

#### LES PRÉFIXES ET LEUR SYMBOLE

Valeur	10 <sup>-12</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>12</sup>
Préfixe	pico	nano	micro	milli	centi	déci	déca	hecto	kilo	méga	giga	téra
Symbole	p	n	μ	m	c	d	da	h	k	M	G	T

## 1.4 LES NOMBRES ARRONDIS

Arrondir un nombre, c'est conserver uniquement certains chiffres significatifs dans le nombre, en commençant par la gauche. Les chiffres ignorés sont remplacés par des zéros ou sont simplement retirés. L'arrondi doit se faire selon certaines règles, en tenant compte de la valeur du premier chiffre à ignorer.

Valeur du nombre à ignorer	Explication	Exemple
Inférieur à 5	Si le premier des chiffres à ignorer est inférieur à 5, le chiffre qui le précède reste le même.	S'il faut arrondir 8 529 à la centaine près, le premier chiffre à ignorer est 2. Comme cette valeur est inférieure à 5, le chiffre qui le précède ne change pas. Le nombre arrondi s'écrit donc 8 500.
5 ou plus	Si le premier des chiffres à ignorer est supérieur à 5, le chiffre qui le précède augmente de 1.	S'il faut arrondir 8 549 à la dizaine près, le premier chiffre à ignorer est 9. Comme cette valeur est supérieure à 5, le chiffre qui le précède augmente de 1. Le nombre arrondi s'écrit donc 8 550.

## 1.5 LA NOTATION SCIENTIFIQUE

La notation scientifique permet d'exprimer de très grands ou de très petits nombres en utilisant la multiplication par une puissance de 10. Écrire un nombre à l'aide de la notation scientifique consiste à déterminer une expression numérique équivalente à ce nombre, mais plus concise.

## LA NOTATION DE QUELQUES PUISSANCES DE 10

Nombre	Expression numérique	Notation scientifique
10 000	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^4$
1 000	$10 \times 10 \times 10$	$10^3$
100	$10 \times 10$	$10^2$
10	10	$10^1$
1	1	$10^0$
0,1	$\frac{1}{10}$	$10^{-1}$
0,01	$\frac{1}{100}$	$10^{-2}$
0,001	$\frac{1}{1000}$	$10^{-3}$
0,000 1	$\frac{1}{10\,000}$	$10^{-4}$

**EXEMPLE** Le nombre 4 560 000 peut être exprimé de plusieurs façons :

$$4\,560\,000 = 4,560 \times 1\,000\,000 = 4,56 \times 10^6$$

**UN OUTIL DE RÉFÉRENCE UNIQUE  
QUI SOUTIEN CONCRÈTEMENT LES  
APPRENTISSAGES EN MATHÉMATIQUE!**

# L'INDISPENSABLE EN MATHÉMATIQUE

**Un recueil de tous les savoirs en mathématique – 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> secondaire.**

Une ressource inédite qui accompagne l'apprenant tout en rendant les stratégies de résolution de situations-problèmes explicites et concrètes par une approche de modélisation.

Un incontournable pour rafraîchir ses connaissances ou pour trouver une information essentielle à la poursuite de ses apprentissages.

**UN OUTIL PRATIQUE ET UN COMPLÉMENT IDÉAL  
À TOUTE COLLECTION EN MATHÉMATIQUE!**

## **PARTIE I LES REPÈRES ET LES SAVOIRS MATHÉMATIQUES**

- Repères : symboles, unités de mesure et conversion, SI, préfixes, chiffres arrondis, notation scientifique
- Savoirs : arithmétique, algèbre, statistique, probabilité, géométrie, géométrie analytique, énoncés géométriques

## **PARTIE II LA RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES**

- Phases de la résolution de problèmes
- Modélisation de cinq situations-problèmes
- Stratégies de représentation
- Stratégies de planification
- Stratégies d'activation
- Stratégies de réflexion

## **PARTIE III LA COMMUNICATION EN MATHÉMATIQUE**

- Lire et interpréter
- Représenter à l'aide de graphiques et de figures
- Formuler une opinion à l'aide d'arguments mathématiques
- Produire un message à caractère mathématique
- Consulter des sources crédibles
- Se préparer à l'évaluation
- Concevoir un aide-mémoire
- Outils numériques : calculatrice à affichage graphique, tableur, logiciel de géométrie dynamique

## **PARTIE IV LA CULTURE ET LES MÉDIAS**

- Repères culturels : évolution par domaine et dans le temps
- Médiagraphie : références Web utiles

## **L'APPRENTISSAGE**

AUTONOME ET INDIVIDUALISÉ,  
À DISTANCE OU EN SALLE DE COURS!

ISBN 978-2-89798-188-4

5126-04



9 782897 981884

[sofad.qc.ca](http://sofad.qc.ca)

**SOFAD**