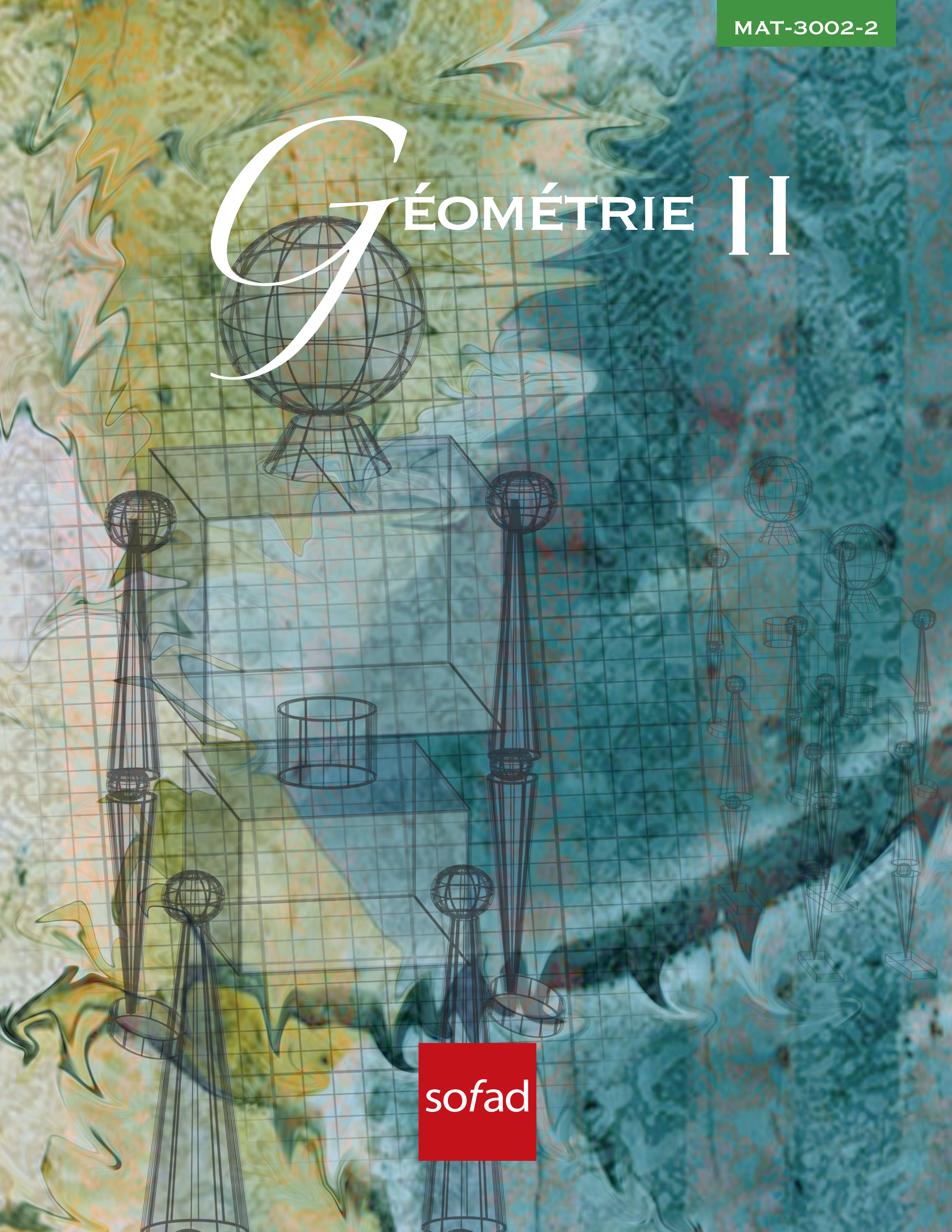
MAT-3002-2

# GÉOMÉTRIE II



sofad

# MAT-3002-2

# GÉOMÉTRIE II

sofad

Ce cours a été produit par le Fonds de la formation à distance du ministère de l'Éducation du Québec en collaboration avec le Service de l'éducation des adultes de la Commission scolaire catholique de Sherbrooke.

*Rédactrice : Louise Brouillette*

*Réviseurs du contenu : Jean-Paul Groleau*
*Daniel Gélineau*

*Mise à jour : Mireille Moisan-Sanscartier*

*Réviseures linguistiques : Marie Rose Vianna*
*Francine Cardinal*

*Consultant en andragogie : Serge Vallières*

*Coordonnateur pour la DDFD : Jean-Paul Groleau*

*Coordonnateur pour la DFGA : Ronald Côté*

*Photocomposition et montage : Multitexte Plus*

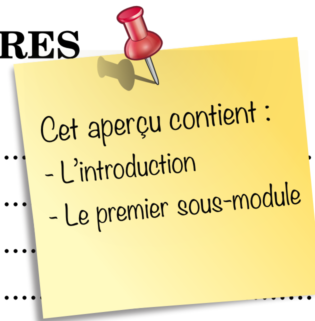
*Édition électronique de la mise à jour : L'atelier du Mac inc.*

*Réimpression : 2006*



Dépôt légal — 2005
Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada
ISBN 978-2-89493-325-1

# TABLE DES MATIÈRES




Présentation de l'ordinogramme .......... 0.4
Ordinogramme du programme .......... 0.5
Comment utiliser ce guide? .......... 0.6
Introduction générale .......... 0.9
Objectifs intermédiaires et terminaux du module .......... 0.11
Épreuve diagnostique sur les préalables .......... 0.15
Corrigé de l'épreuve diagnostique sur les préalables .......... 0.19
Analyse des résultats de l'épreuve diagnostique .......... 0.21
Suivez-vous ce cours en formation à distance? .......... 0.23

## SOUS-MODULES

1. Construction de quelques quadrilatères .......... 1.1
2. Construction de triangles .......... 2.1
3. Hauteur, médiatrice, médiane et bissectrice .......... 3.1
4. Construction de trapèzes et de losanges .......... 4.1
5. Périmètre et aire de polygones connus .......... 5.1
6. Périmètre et aire d'un polygone quelconque .......... 6.1
7. Cercle, circonférence et aire .......... 7.1
8. Aire latérale et aire totale des solides .......... 8.1
9. Volume des solides .......... 9.1

Synthèse finale .......... 10.1
Corrigé de la synthèse finale .......... 10.3
Objectifs terminaux .......... 10.4
Épreuve d'autoévaluation .......... 10.7
Corrigé de l'épreuve d'autoévaluation .......... 10.15
Analyse des résultats de l'épreuve d'autoévaluation .......... 10.19
Évaluation finale .......... 10.20
Corrigé des exercices .......... 10.21
Glossaire .......... 10.89
Liste des symboles .......... 10.96
Bibliographie .......... 10.97

Activités de révision .......... 11.1

# PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

## BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

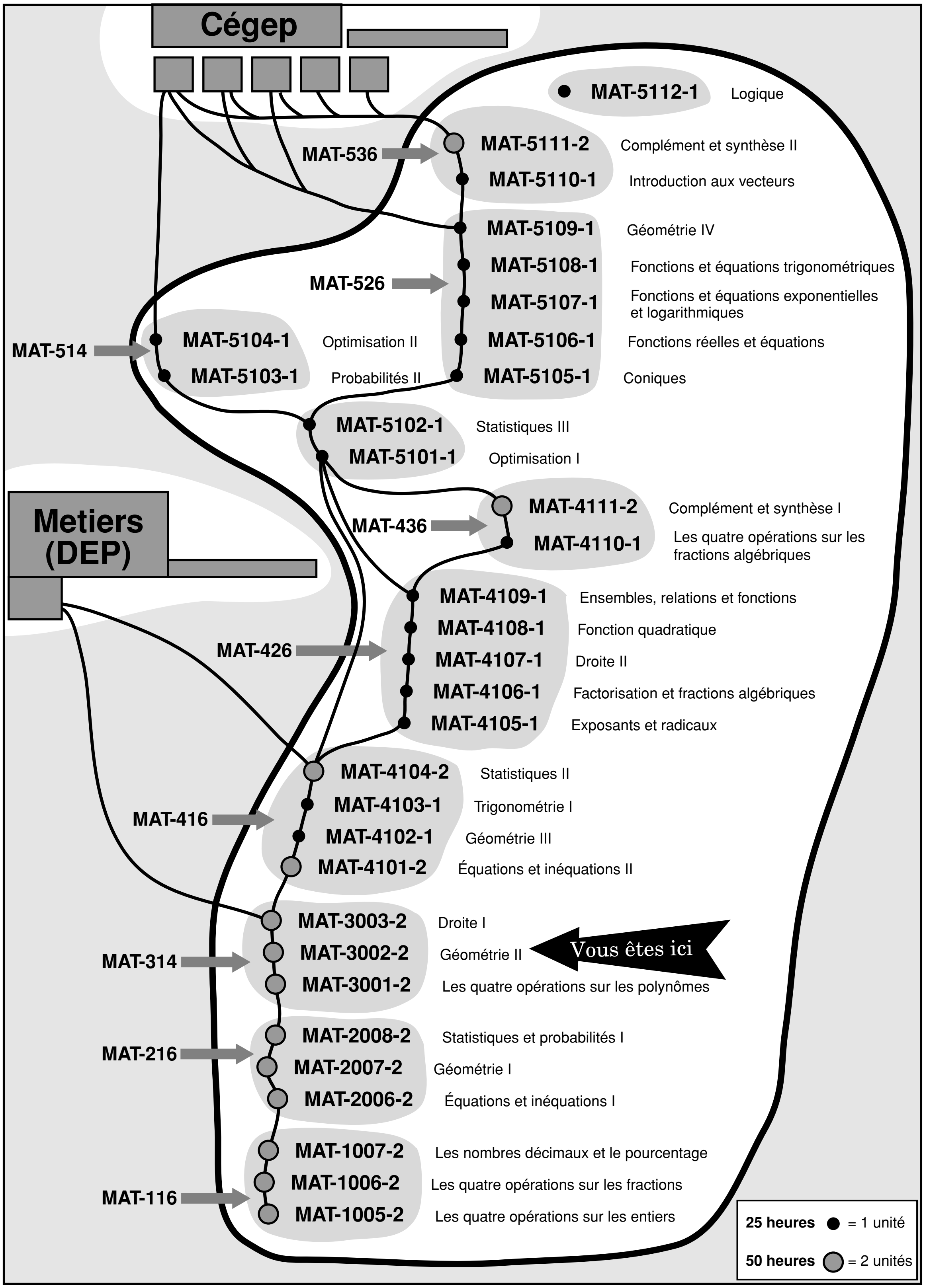
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

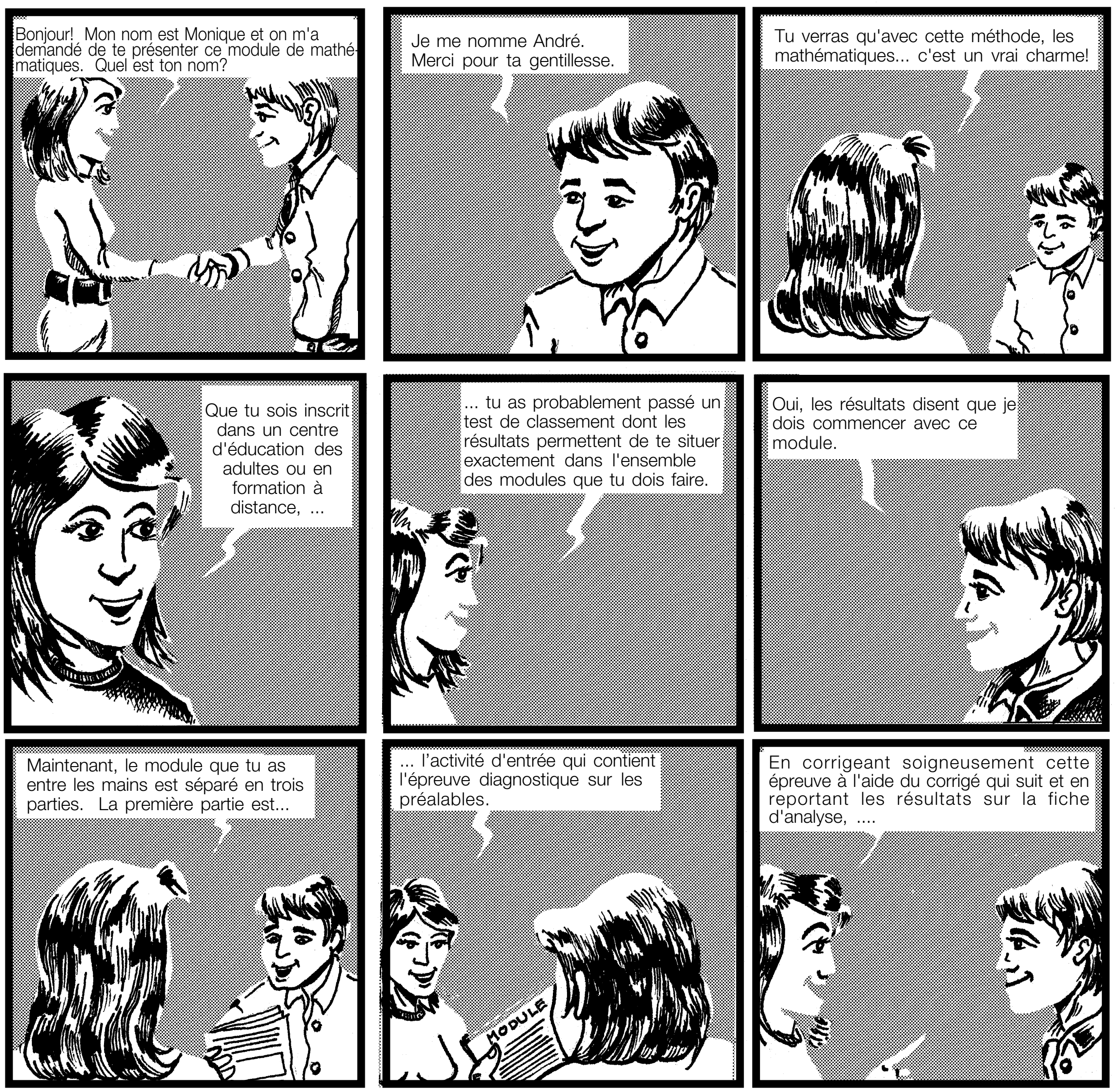
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au collège (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

Si c'est votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la partie intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

# ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



# COMMENT UTILISER CE GUIDE?





DÉPART

La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

rappel

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

?

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

ARRIVÉE

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.


Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un «Saviez-vous que...?».
«Saviez-vous que...?»
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathématiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour «La page des mathophiles» qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## LA GÉOMÉTRIE DANS VOTRE VIE

L'origine de la géométrie, mot qui signifie « mesure de terre », est attribuée aux Égyptiens. Les Égyptiens s'intéressaient peu aux théories et aux principes servant de base aux formules qu'ils utilisaient; c'est uniquement l'usage pratique de ces règles qui leur importait. En effet, ils en étaient venus à bâtir des temples, des palais, des pyramides et des obélisques, à construire des canaux, à fabriquer des outils, etc. en utilisant le calcul de l'aire de différentes surfaces et le calcul du volume des solides, en évaluant, par exemple, l'espace que devait occuper un bloc de pierre dans la construction. Leur connaissance avait donc peu d'influence sur le développement de l'esprit scientifique.

Quand les Grecs, venus en Égypte vers l'an 600 avant notre ère, prirent contact avec cette science, ils entreprirent de découvrir les principes découlant des formules en usage. Ce fut Euclide, un Grec, qui, vers l'an 300 avant Jésus-Christ, écrivit le premier traité de géométrie qui nous soit connu. C'est pour cela que la géométrie de base est parfois appelée « géométrie euclidienne ».

Mais la géométrie demeure une science aux nombreuses applications pratiques dont les règles régissent les travaux de l'ingénieur, de l'architecte, du concepteur de produits, du dessinateur industriel, etc.

Vous apprendrez, dans ce module, à construire ou à tracer des quadrilatères comme le carré, le rectangle, le parallélogramme, le trapèze et le losange ainsi que différents triangles. Dans le triangle, vous apprendrez à identifier différentes lignes telles la hauteur, la médiatrice, la médiane et la bissectrice. Vous étudierez aussi les formules pour le calcul du périmètre (mesure du contour) et de l'aire (mesure de l'étendue de la surface intérieure) des différents triangles et quadrilatères. Ces apprentissages vous permettront de découper un polygone quelconque en figures connues et d'en calculer le périmètre et l'aire.

Puis vous serez initié aux composantes du cercle, à la façon de le tracer à l'aide du compas et aux formules permettant d'en calculer la circonférence (le périmètre du cercle) et l'aire.

Le module se termine par l'étude des solides tels le cube, le prisme rectangulaire, le cône et le cylindre. Vous en calculerez l'aire latérale, l'aire totale et le volume.

Comme la beauté d'une construction est associée aux formes géométriques que nous y retrouvons, l'étude de la géométrie proposée dans ce module est entièrement basée sur les applications pratiques qui en découlent. Des exemples concrets sont donnés pour chacune des notions abordées en espérant que vous trouverez plaisir à en faire l'apprentissage.

N'oubliez pas que l'étude de la géométrie nécessite l'utilisation de certains instruments. Ayez à votre portée un ensemble de géométrie comprenant une règle graduée en centimètres et en millimètres, un compas, un rapporteur et une ou deux équerres ainsi qu'une calculatrice.

Et bon voyage dans le monde de la géométrie!

# OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-3002-2 comporte neuf sous-modules et prévoit une durée d'apprentissage de cinquante heures, réparties tel qu'il est indiqué dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

| **Objectifs** | **Nombres d'heures*** | **% (évaluation)** |
|---|---|---|
| 1 à **4** | 12 | 25 % |
| 5 et **6** | 11 | 20 % |
| **7** | 5 | 15 % |
| **8** | 10 | 20 % |
| **9** | 10 | 20 % |

* Deux heures sont réservées à l'évaluation finale.

1. Construction de quelques quadrilatères

   Construire, à l'aide de la règle, de l'équerre et du rapporteur, les figures géométriques suivantes :
   - un carré dont la mesure d'un côté est connue,
   - un rectangle dont la mesure de la base et celle de la hauteur sont connues,
   - un parallélogramme dont les mesures suivantes sont connues :
     – le grand côté, le petit côté et la hauteur,
     – le grand côté, le petit côté et l'un des angles,

     ou

     – la hauteur et l'un des angles.

   Les figures géométriques illustrent des situations empruntées à la vie courante.

2. Construction de triangles

   Construire, à l'aide de la règle, de l'équerre et du rapporteur, les figures géométriques suivantes :

   - un triangle équilatéral dont la mesure d'un côté est connue,
   - un triangle isocèle dont la mesure d'un côté et celle de la base sont connues **ou** dont les mesures de la base et de l'un des angles sont connues,
   - un triangle rectangle dont les mesures de la base et de la hauteur sont connues.

   Les figures géométriques illustrent des situations empruntées à la vie courante.

3. Hauteur, médiatrice, médiane et bissectrice

   Dans un triangle, indiquer les hauteurs, les médiatrices, les médianes et les bissectrices.

4. **Construction de trapèzes et de losanges**

   **Construire, à l'aide de la règle, de l'équerre et du rapporteur, les figures géométriques suivantes :**

   - **un losange dont les mesures de la grande et de la petite diagonale sont connues,**
   - **un trapèze isocèle dont les mesures de la grande base, de la petite base et de l'un des côtés non parallèles sont connues,**
   - **un trapèze rectangle dont les mesures de la grande base, de la petite base et de l'un des côtés non parallèles (de la hauteur) sont connues.**

   **Les figures géométriques illustrent des situations empruntées à la vie courante.**

5. Périmètre et aire de polygones connus

   Résoudre, à l'aide de la formule appropriée, des problèmes à données textuelles nécessitant le calcul du périmètre ou de l'aire de divers polygones tels le triangle, le trapèze, le parallélogramme, le rectangle, le losange et le carré. Les mesures requises pour le calcul du périmètre ou de l'aire sont connues ou peuvent être déduites. Les situations illustrées sont empruntées à la vie courante. Les étapes de résolution du problème doivent être décrites.

6. **Périmètre et aire d'un polygone quelconque**

   **Résoudre des problèmes de calcul de périmètre et d'aire d'un polygone quelconque en utilisant la technique du découpage en figures plus simples et en appliquant les formules de calcul du périmètre et de l'aire des figures suivantes : le carré, le rectangle, le parallélogramme, le triangle, le losange et le trapèze. L'utilisation de la règle et de l'équerre est requise. Les situations, empruntées à la vie courante, sont présentées sous forme de données textuelles accompagnées de schémas. Les étapes de résolution du problème doivent être décrites et le résultat doit être accompagné des unités de mesure adéquates.**

7. **Cercle, circonférence et aire**

   **Construire, à l'aide de la règle et du compas, un cercle dont la mesure du rayon est connue et résoudre des problèmes de calcul de la circonférence et de l'aire d'un cercle. Les situations sont présentées sous forme de données textuelles et sont empruntées à la vie courante. Les étapes du calcul de la circonférence ou de l'aire doivent être décrites et le résultat doit être accompagné des unités de mesure adéquates.**

**8. Aire latérale et aire totale des solides**

**Résoudre des problèmes à données textuelles de calcul d'aire latérale et d'aire totale des solides suivants : le cube, le prisme rectangulaire, le cône et le cylindre. Le calcul s'effectue en appliquant la formule appropriée. L'utilisation de la règle est requise. Les situations présentées sont empruntées à la vie courante. Les étapes de la résolution du problème doivent être décrites et le résultat doit être accompagné des unités de mesure adéquates.**

**9. Volume des solides**

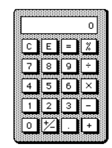
**Résoudre des problèmes à données textuelles de calcul du volume et de capacité des solides suivants : le cube, le prisme rectangulaire, le cône et le cylindre. Le calcul s'effectue en appliquant la formule appropriée. L'utilisation de la règle est requise. Les situations présentées sont empruntées à la vie courante. Un tableau de conversion des unités de mesure du volume des solides en unités de mesure de la capacité est fourni. Les étapes de la résolution du problème doivent être décrites et le résultat doit être accompagné des unités de mesure adéquates.**

# ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

## Consignes

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.

2° Pour répondre à ces questions, vous devez avoir les instruments suivants : une règle graduée en centimètres et en millimètres, un rapporteur et une calculatrice.



3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez vos réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être considérées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

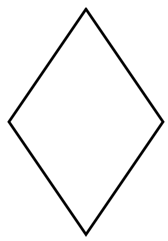
7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

1. Soit les figures géométriques ci-dessous. Associez correctement chaque figure à l'un des noms de polygones suivants : rectangle, triangle isocèle, carré, triangle rectangle, pentagone, losange, parallélogramme, triangle équilatéral, octogone, trapèze. Au besoin, utilisez la règle ou le rapporteur.

a)

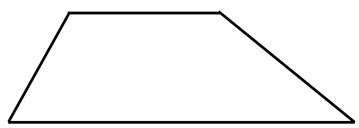


........................................

b)

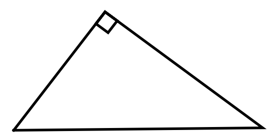
........................................

c)



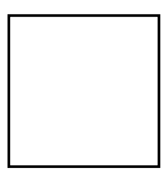
........................................

d)



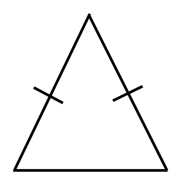
........................................

e)



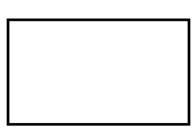
........................................

f)



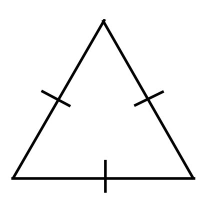
........................................

g)



........................................

h)



........................................

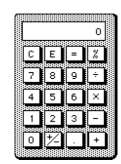
2. À l'aide d'une règle graduée, construisez les segments de droite de la longueur demandée. Une précision de ±1mm est exigée.
   *N.B.* – 1 mm = 0,1 cm

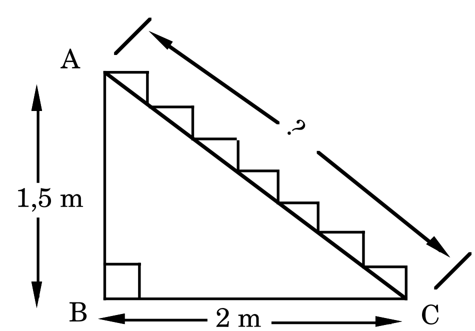
   a) $m\overline{AB} = 5{,}5$ cm

   b) $m\overline{CD} = 4{,}2$ cm

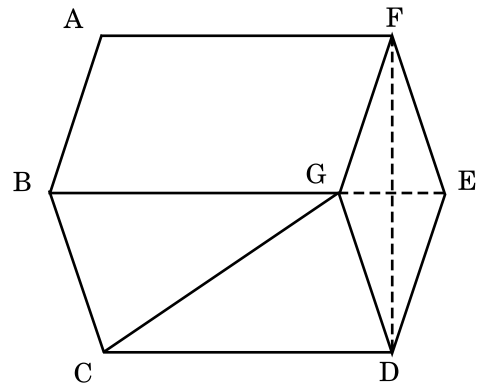
3. À l'aide du rapporteur, tracez un angle RST de 70°. Votre construction doit être précise à 2° près.

4. Calculez la longueur de l'escalier ci-dessous sachant que la cage d'escalier mesure 1,5 m sur 2 m.





5. Sachant que, dans la figure ci-contre, ABGF et BCDG sont des parallélogrammes, FGDE est un losange et que m$\overline{AF}$ = 19, m$\overline{BE}$ = 26, m$\overline{FD}$ = 21, déduisez ou calculez la mesure des côtés demandés.




a) m$\overline{GE}$ =

b) m$\overline{CD}$ =

c) m$\overline{FE}$ =

d) m$\overline{BC}$ =

6. Résolvez le problème suivant en donnant une solution complète.

Octave a un salaire hebdomadaire de 275 $. Chaque semaine, il dépose 35 $ dans un compte d'épargne dans le but de s'acheter une nouvelle voiture. Il hésite entre une voiture neuve valant 10 800 $ et une voiture d'occasion qu'il ne paierait que 5 500 $. Si Octave a accumulé 4 800 $ dans son compte d'épargne, dans combien de semaines pourrait-il faire l'achat de la voiture d'occasion?

# CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

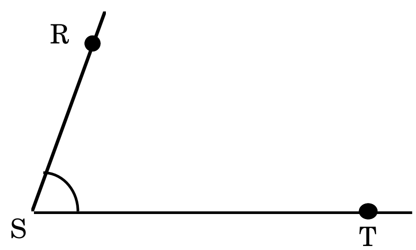
1. a) Losange. b) Parallélogramme. c) Trapèze.
   d) Triangle rectangle. e) Carré. f) Triangle isocèle.
   g) Rectangle. h) Triangle équilatéral.

2. a) $m\overline{AB} = 5{,}5$ cm :



   b) $m\overline{CD} = 4{,}2$ cm :



3.



$m \angle RST = 70°$

4. Nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore puisque le $\Delta ABC$ est rectangle en B.
   $m\overline{AC}^2 = m\overline{AB}^2 + m\overline{BC}^2$
   $m\overline{AC}^2 = 1{,}5^2 + 2^2$
   $m\overline{AC}^2 = 2{,}25 + 4$
   $m\overline{AC}^2 = 6{,}25$
   $m\overline{AC} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$

   La longueur de l'escalier est de 2,5 m.

5. a) $m\overline{AF} = m\overline{BG} = 19$
   $m\overline{GE} = m\overline{BE} - m\overline{BG}$
   $m\overline{GE} = 26 - 19 = 7$

b) $m\overline{CD} = m\overline{BG} = m\overline{AF} = 19$

c) $m\overline{FE}^2 = \left(\dfrac{m\,\overline{FD}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{m\,\overline{GE}}{2}\right)^2$

$m\overline{FE}^2 = 10{,}5^2 + 3{,}5^2$

$m\overline{FE}^2 = 110{,}25 + 12{,}25$

$m\overline{FE}^2 = 122{,}5$

$m\overline{FE} = \sqrt{122{,}5} \approx 11{,}07$

d) $m\overline{BC} = m\overline{AB} = m\overline{FG} = m\overline{FE} = 11{,}07$

6. Nous cherchons à déterminer le nombre de semaines pendant lesquelles Octave devra économiser 35 $ avant de faire l'achat de sa voiture.

$$\left(\begin{array}{c}\text{Prix de la}\\ \text{voiture}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Économies}\\ \text{accumulées}\end{array}\right) \div \begin{array}{c}\text{Épargne à venir}\\ \text{par semaine}\end{array} = \text{Nombre de semaines}$$

(5 500 \$ – 4 800 \$) ÷ 35 \$/semaine

700 \$ ÷ 35 \$/semaine = 20 semaines

ou

Soit $x$ le nombre de semaines.

$$4\,800 + 35x = 5\,500$$

$$35x = 700$$

$$x = \frac{700}{35}$$

$$x = 20$$

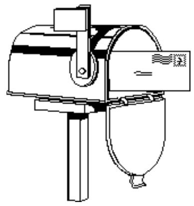
Octave pourrait acheter la voiture d'occasion dans 20 semaines.

# ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

| Questions | Réponses | | Révision | | À faire avant |
|---|---|---|---|---|---|
| | Correctes | Incorrectes | Section | Page | |
| 1. | | | 11.2 | 11.18 | Sous-module 1 |
| 2. a) | | | 11.3 | 11.22 | Sous-module 1 |
| b) | | | 11.3 | 11.22 | Sous-module 1 |
| 3. | | | 11.4 | 11.25 | Sous-module 1 |
| 4. | | | 11.5 | 11.29 | Sous-module 5 |
| 5. a) | | | 11.6 | 11.35 | Sous-module 6 |
| b) | | | 11.6 | 11.35 | Sous-module 6 |
| c) | | | 11.6 | 11.35 | Sous-module 6 |
| d) | | | 11.6 | 11.35 | Sous-module 6 |
| 6. | | | 11.1 | 11.4 | Sous-modules 1 à 9 |

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités suggérées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».



## SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-3002-2 ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

### UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

**La théorie**

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

**Les exemples**

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

## Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

## Les devoirs

Le cours MAT-3002-2 comprend trois devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, si nécessaire.

**Dans ce cours**

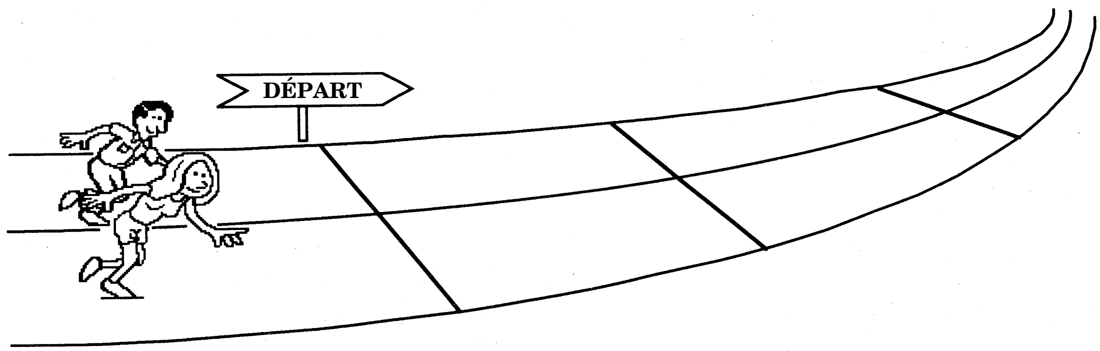
Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 6.

Le devoir 2 porte sur les sous-modules 7 à 9.

Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 9.

**SANCTION**

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.




# SOUS-MODULE 1

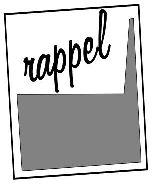
# CONSTRUCTION DE QUELQUES QUADRILATÈRES

## 1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

### Hugo et le dessin industriel

Hugo veut devenir dessinateur industriel. Il sait que le dessin joue un rôle prépondérant dans l'industrie, car il permet de reproduire exactement un objet créé par son concepteur. Ainsi, le dessin industriel sert d'intermédiaire entre le concepteur et l'ouvrier qui doit fabriquer l'objet ou la pièce imaginés par quelqu'un d'autre. Pour reprendre une expression connue : « Une image vaut mille mots. »

Pendant son premier cours de dessin industriel, Hugo doit se familiariser avec les principaux instruments utilisés par le dessinateur industriel.




***Principaux instruments à utiliser pour les constructions géométriques***

1. *La **règle** est un instrument qui sert à mesurer les longueurs et à tracer des **segments de droite.** Elle est graduée en millimètres et en centimètres.*

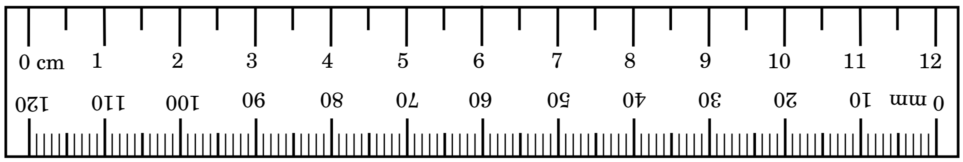



*Fig. 1.1 Règle*

2. *L'**équerre** est un instrument qui permet de vérifier et de construire des angles droits. Il existe deux types d'équerres : l'équerre isocèle dont les angles ont 90°, 45° et 45° et l'équerre scalène dont les angles ont 90°, 60° et 30°.*

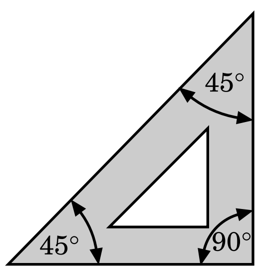



*Fig. 1.2 Équerre isocèle*

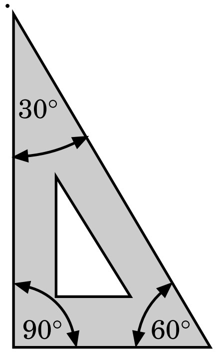



*Fig. 1.3 Équerre scalène*

3. *Le **rapporteur** est un instrument qui sert à mesurer et à construire un angle. Il est gradué en degrés.*

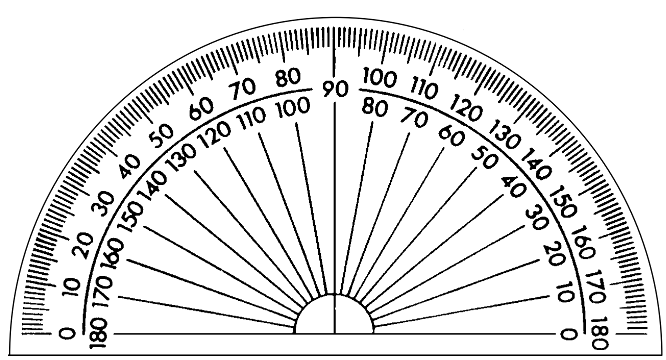


*Fig. 1.4 Rapporteur*

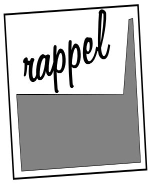
Ensuite, Hugo apprend que certaines consignes doivent être scrupuleusement respectées par le dessinateur industriel. Ces consignes, parmi les plus importantes, s'appliquent également aux constructions géométriques de ce sous-module :

- ne jamais utiliser un crayon trop gras;
- travailler avec une mine extrêmement fine (aiguisez bien votre crayon);
- délimiter le tracé d'un segment de droite par des points, car une erreur de un millimètre peut fausser toute la construction;
- raisonner toute construction géométrique, car chaque point, chaque segment de droite doit avoir sa raison d'être.

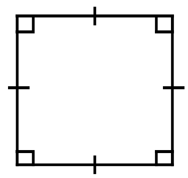
Maintenant que Hugo connaît les principaux instruments et les consignes de base de tout bon dessinateur industriel, il se met à l'étude de différents tracés géométriques élémentaires.

**Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de construire, à l'aide de la règle et de l'équerre ou du rapporteur, un carré, un rectangle et un parallélogramme à partir de certaines mesures données (côté, hauteur, angle), selon le cas.**

Les tracés géométriques élémentaires que Hugo doit savoir maîtriser comprennent la construction de ***quadrilatères*** tels le ***carré***, le ***rectangle*** et le ***parallélogramme***, figures qu'un dessinateur industriel doit souvent tracer sur un plan.

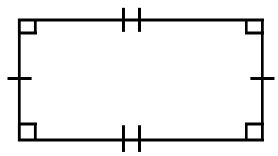



*Caractéristiques importantes de quelques quadrilatères*



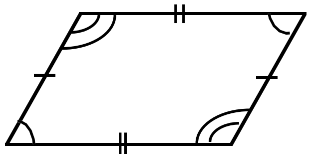
- *4 côtés* ***congrus*** *et* ***parallèles*** *deux à deux*
- *4 angles droits*

*Fig. 1.5 Carré*



- *côtés opposés congrus et parallèles deux à deux*
- *4 angles droits*

*Fig. 1.6 Rectangle*



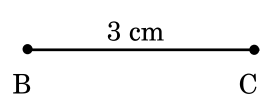
- *côtés opposés congrus et parallèles*
- *angles opposés congrus*

*Fig. 1.7 Parallélogramme*

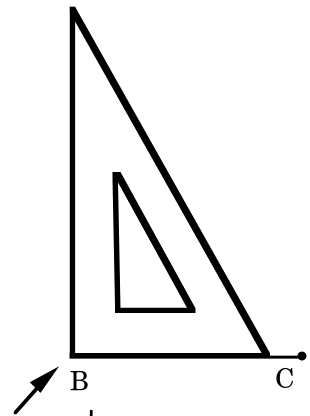
Puisque nous connaissons les principales caractéristiques du carré, du rectangle et du parallélogramme, tout comme Hugo, nous devons apprendre à les construire. Commençons par un carré de 3 cm.

**Pour construire un carré ABCD de 3 cm de côté, nous devons :**

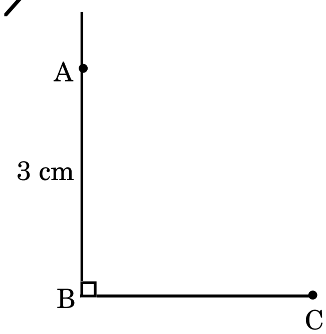
1° tracer, à l'aide d'une règle graduée, un segment de droite BC de 3 cm en délimitant avec précision ce **segment de droite** par des points;



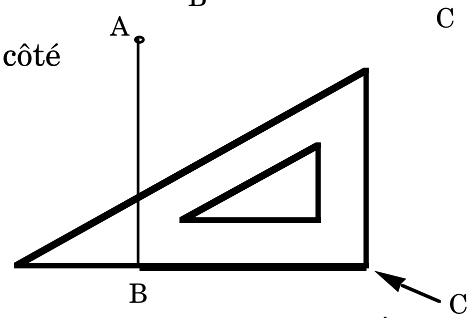
2° poser un côté de l'équerre sur $\overline{BC}$ et la glisser jusqu'à ce que l'extrémité B coïncide avec l'angle droit de l'équerre;



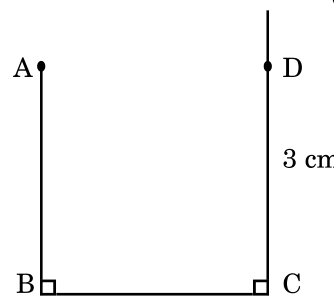

3° tracer une demi-droite le long de l'équerre et, à l'aide de la règle, placer le point A sur cette demi-droite à 3 cm de B;




4° poser l'équerre de la même façon sur le côté BC et la glisser jusqu'à l'extrémité C;




5° tracer une demi-droite le long de l'équerre et, à l'aide de la règle, placer le point D sur cette demi-droite à 3 cm de C;




6° tracer le côté DA et vérifier la longueur des quatre côtés avec la règle.

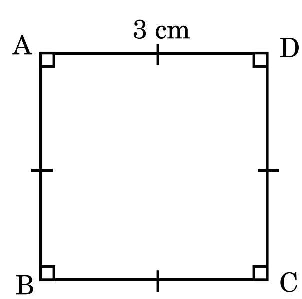



Fig. 1.8 Construction d'un carré

Tout comme vous, Hugo sait désormais construire un carré avec l'équerre et la règle. Il apprend qu'il aurait pu se servir du rapporteur au lieu de l'équerre aux étapes 2° et 4° en construisant des angles de 90° aux points B et C avec le rapporteur et en traçant ensuite les côtés AB et CD de 3 cm de longueur à l'aide de la règle.

Finalement, tout cela n'est pas sorcier!

La construction d'un rectangle est tout aussi simple. Mais avant d'apprendre à le construire, il est utile de connaître les noms spécifiques de ses côtés.

Dans un rectangle, les côtés vus à l'horizontale se nomment ***longueurs***, notées ***L,*** ou encore ***bases***, notées ***b,*** et les côtés vus à la verticale se nomment ***largeurs***, notées ***l,*** ou encore ***hauteurs***, notées ***h***. Ainsi, dans le rectangle ABCD de la figure 1.9, les côtés DA et BC sont les longueurs ou bases et les côtés AB et CD sont les largeurs ou hauteurs.

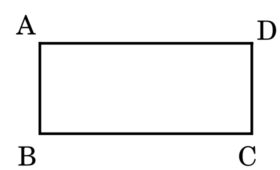
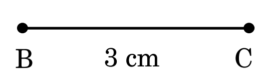



Fig. 1.9 Rectangle ABCD

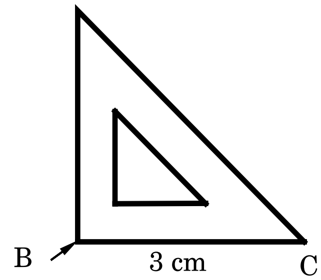
Le professeur de Hugo demande à ses étudiants s'ils sont capables de construire un rectangle de 3 cm de longueur et de 2 cm de largeur en se basant sur les étapes de construction du carré.

**Pour construire un rectangle ABCD de 3 cm de longueur et de 2 cm de largeur, nous devons :**

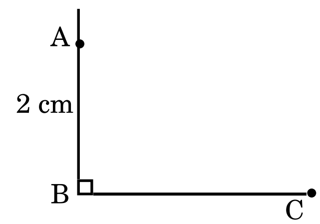
1° tracer, à l'aide d'une règle graduée, un segment de droite BC de 3 cm en délimitant par des points les extrémités B et C;



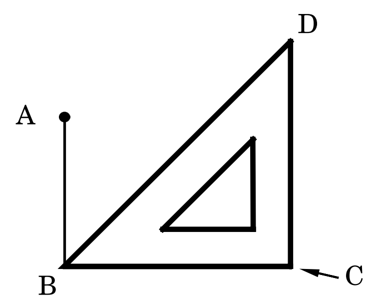
2° poser un côté de l'équerre sur $\overline{BC}$ et la glisser jusqu'à ce que l'extrémité B coïncide avec l'angle droit de l'équerre;



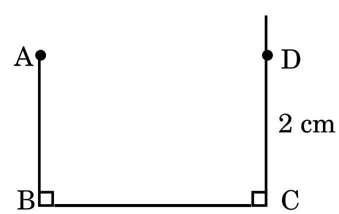

3° tracer une demi-droite le long de l'équerre et, à l'aide de la règle, placer le point A sur cette demi-droite à 2 cm de B;




4° poser l'équerre de la même façon sur le côté BC et la glisser jusqu'à l'extrémité C;




5° tracer une demi-droite le long de l'équerre et, à l'aide de la règle, placer le point D sur cette demi-droite à 2 cm de C;




6° tracer le côté DA et vérifier la longueur des quatre côtés avec la règle.

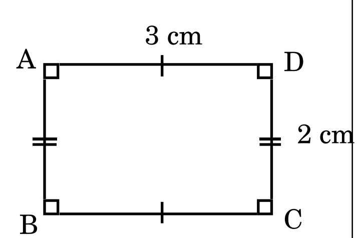



Fig. 1.10 Construction d'un rectangle

Comme pour le carré, Hugo sait qu'il aurait pu se servir du rapporteur au lieu de l'équerre aux étapes 2° et 4° en construisant des angles de 90° aux points B et C, puis en traçant les côtés AB et CD de 2 cm de longueur à l'aide de la règle.

Le premier cours de dessin industriel d'Hugo se termine avec l'apprentissage de la construction d'un parallélogramme. Pour le construire, Hugo doit connaître les noms attribués à ses différentes composantes.

Le parallélogramme ABCD de la figure 1.11 est constitué de deux **grands côtés** DA et BC, aussi nommés **bases**, et de deux **petits côtés** AB et CD.

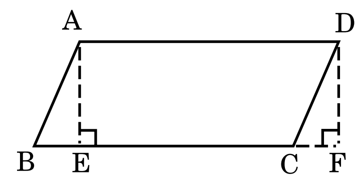



Fig. 1.11 Parallélogramme ABCD

De plus, les segments de droite AE et DF sont deux ***perpendiculaires*** abaissées sur la base BC ou sur son prolongement à partir des sommets A et D. Nous les appelons **hauteurs** du parallélogramme.

La **hauteur d'un polygone** est une perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le côté opposé ou son prolongement.

*Saviez-vous que...*

... dans certains tracés de plan, le dessinateur industriel utilise deux équerres pour tirer des lignes parallèles autres que les horizontales? La figure 1.12 vous montre comment vous devez vous y prendre.

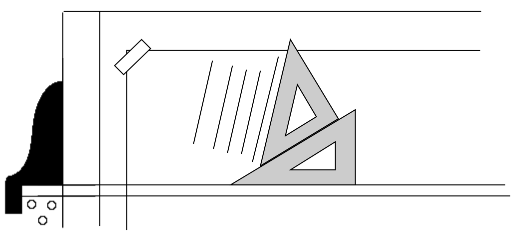


Fig. 1.12 Tracé de parallèles avec 2 équerres

Placez une équerre bien d'aplomb sur le bord de la table à dessin ou sur un té (voir figures 1.12 et 1.13) et glissez une deuxième équerre le long de la première pour tracer différentes lignes parallèles. Correctement appliquée, cette méthode simple donne des résultats très précis.

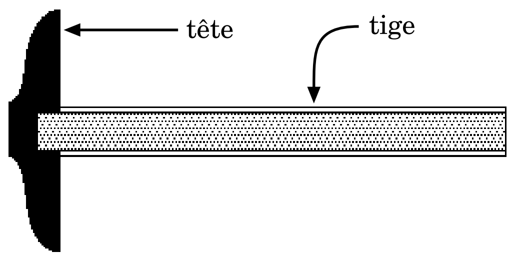
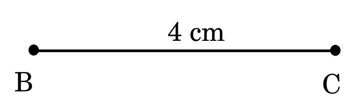



Fig. 1.13 Té

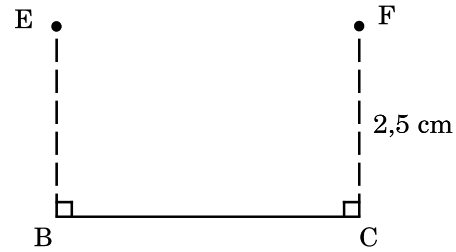
À présent que Hugo connaît les composantes d'un parallélogramme, il s'attaque à l'étude de sa construction. Selon les données connues, il y a trois manières de construire des parallélogrammes.

**Pour construire un parallélogramme ABCD de 4 cm de grand côté (ou base), de 3 cm de petit côté et de 2,5 cm de hauteur, nous devons :**

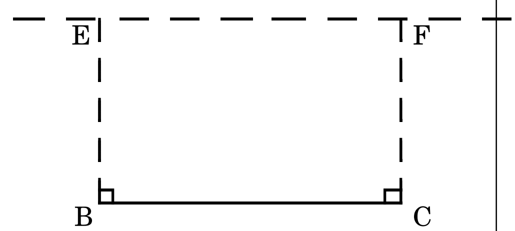
1° tracer le côté BC de 4 cm;



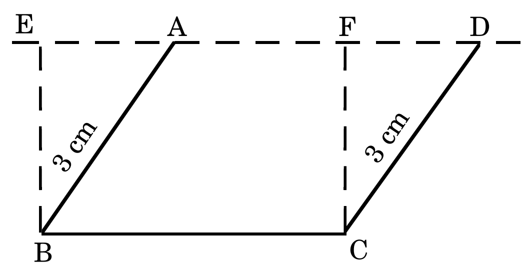
2° tracer en pointillé, à l'aide de l'équerre et de la règle, la hauteur BE, de 2,5 cm, perpendiculaire à $\overline{BC}$ et la hauteur CF, de même longueur, perpendiculaire à $\overline{BC}$;




3° tracer en pointillé, avec la règle, une droite parallèle à $\overline{BC}$ passant par les points E et F;




4° tracer les segments de droite AB et CD de 3 cm en joignant le point B à un point A situé sur la parallèle et le point C à un point D situé lui aussi sur la parallèle;




5° tracer le côté DA en un trait plein.

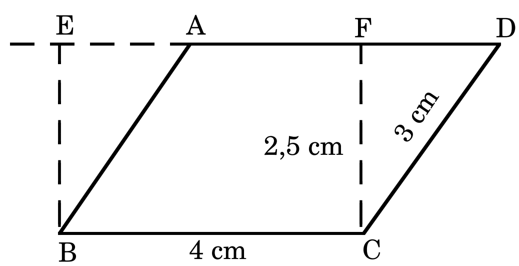


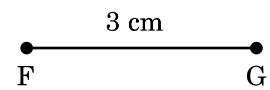

Fig. 1.14 Construction d'un parallélogramme ABCD

*N.B.* – Les lignes ayant servies à la construction resteront en pointillé.

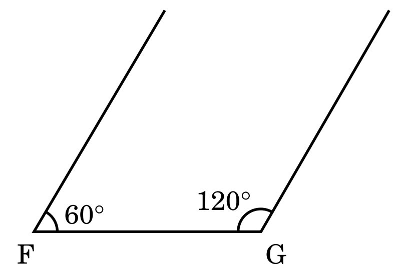
 

**Pour construire un parallélogramme EFGH de 3 cm de grand côté et de 2 cm de petit côté formant entre eux un angle de 60°, nous devons :**

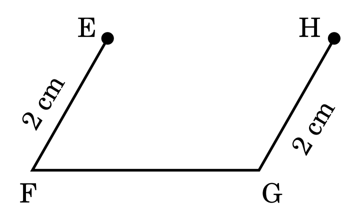
1° tracer le côté FG de 3 cm;




2° construire, à l'aide du rapporteur, un angle de 60° au point F et un angle de 120° au point G puisque les angles consécutifs d'un parallélogramme sont des ***angles supplémentaires***;




3° mesurer, avec la règle, 2 cm à partir des points F et G pour identifier les points E et H;




4° tracer le côté HE et vérifier la longueur des quatre côtés avec la règle.

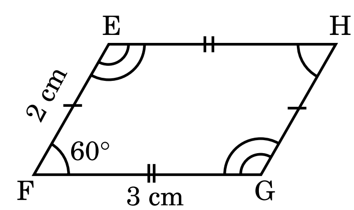
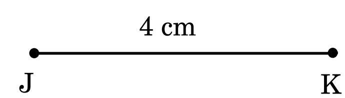


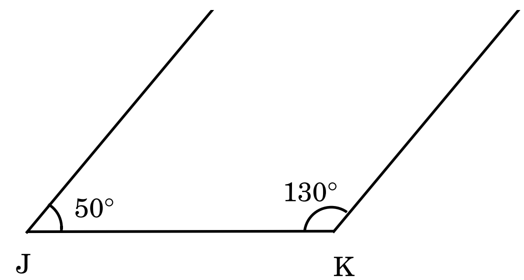

Fig. 1.15 Construction d'un parallélogramme EFGH

**Pour construire un parallélogramme IJKL dont le grand et le petit côté forment entre eux un angle de 50° et dont la hauteur mesure 3 cm, nous devons :**

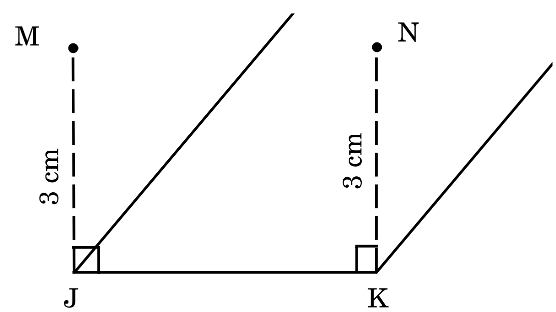
1° tracer le côté JK d'une longueur que nous déterminons arbitrairement à 4 cm;



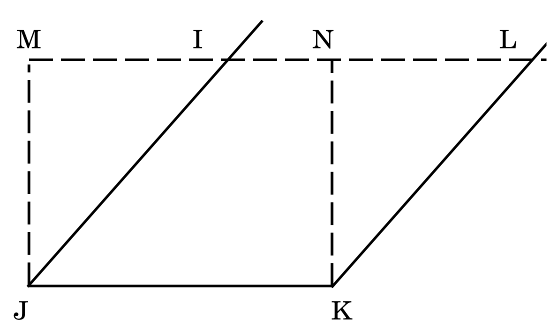

2° tracer, à l'aide du rapporteur, un angle de 50° au point J et un angle de 130° au point K;




3° tracer en pointillé, à l'aide de l'équerre et de la règle, les hauteurs de 3 cm JM et KN à partir des points J et K;




4° tracer, en pointillé, une parallèle à $\overline{JK}$ passant par les points M et N et identifier les points I et L qui sont les points de rencontre de la parallèle MN et des côtés des angles de 50° et 130°;



5° tracer le côté LI en un trait plein.

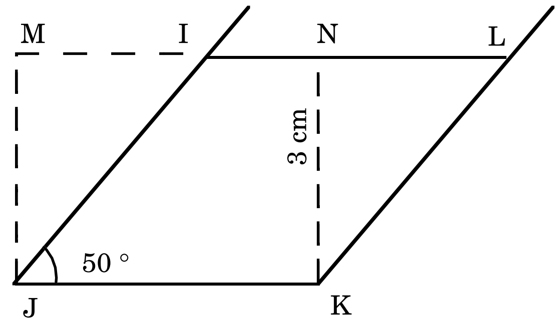



Fig. 1.16 Construction d'un parallélogrammeIJKL

*N.B.* – Les lignes ayant servies à la construction resteront en pointillé.

Le premier cours en dessin industriel de Hugo tire à sa fin. Une dernière question se pose avant de terminer. Est-ce que les figures géométriques qu'il devra tracer peuvent toutes se reproduire facilement sur les feuilles de son cahier? Probablement pas. Aussi devra-t-il, à certains moments, se servir d'une échelle pour reproduire ses dessins.

**L'échelle de grandeur d'une figure est représentée par le symbole ≙ qui signifie « correspond à ». Ainsi, si une échelle indique 1 cm ≙ 1 km, cela signifie que à chaque mesure de 1 cm sur le plan correspond une mesure de 1 km dans la réalité.**

Donc, si Hugo doit construire une figure ayant des segments de droite de 50 cm avec une échelle de 1 cm ≙ 10 cm, il devra faire le raisonnement suivant :

1 cm correspond à 10 cm
$x$ cm correspond à 50 cm

et établir le rapport : $\frac{1}{x} = \frac{10}{50}$.

Il suffit par la suite d'appliquer la propriété des proportions et de résoudre l'équation.

$$\frac{1}{x} = \frac{10}{50}$$
$$10x = 50$$
$$x = \frac{50}{10}$$
$$x = 5$$

Les segments de droite que Hugo devra construire dans son cahier devront alors mesurer 5 cm.

Pendant ce cours, Hugo s'est familiarisé avec les instruments servant aux constructions géométriques élémentaires et avec les consignes de base à respecter pour réaliser ces constructions. Il a appris à construire un carré, un rectangle et différents parallélogrammes selon les données connues. Il peut aussi utiliser une échelle pour les figures plus grandes.

Il sort très heureux d'avoir tout compris et persuadé de faire sans difficulté le devoir qui lui a été donné.

À vous d'en faire autant!

## 1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Reproduisez le plan d'une boîte dont les mesures sont les suivantes :
   - la face est un rectangle de 2 cm de largeur et de 3,5 cm de longueur;
   - le dessus est un parallélogramme de 3,5 cm sur 4,5 cm formant un angle de 30° entre ses côtés;
   - le côté est un parallélogramme de 2 cm sur 4,5 cm.

2. Tracez un carré de 38 mm de côté à l'intérieur duquel vous construirez un deuxième carré de 28 mm de côté appuyé sur la base du premier carré et placé de façon que le deuxième carré soit à égale distance de chacun des côtés verticaux du premier carré.

3. Tracez un parallélogramme dont le grand côté mesure 45 mm, la hauteur 30 mm et le petit côté 40 mm.

4. Tracez deux parallélogrammes différents ayant chacun 3,5 cm de grand côté et 2,5 cm de petit côté.

5. Tracez le plan d'un quadrilatère de rues dont la forme est un parallélogramme de 300 m sur 250 m se rencontrant à un angle de 70°.
   Utilisez l'échelle de 1 cm ≙ 100 m.

6. Tracez le plan d'un terrain rectangulaire de 60 m de longueur sur 40 m de largeur.
   Utilisez l'échelle de 1 cm ≙ 10 m.

7. Tracez le plan d'un terrain en forme de parallélogramme dont la hauteur est 25 m et dans lequel le grand côté de 40 m forme un angle de 65° avec le petit côté.
   Utilisez l'échelle de 1 cm ≙ 10 m.

## 1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

1. Définissez l'expression « hauteur d'un parallélogramme ».

2. a) Énoncez les quatre étapes de la construction d'un parallélogramme ABCD dont le grand côté mesure 3 cm et le petit côté mesure 2 cm.

   b) Faites le tracé de ce parallélogramme.

## 1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

### Un plan à l'échelle

L'élaboration de plans de toutes sortes est une activité courante très répandue dans plusieurs secteurs de l'activité humaine. Par exemple, pour préparer un livre sur la pratique d'un sport comme le tennis, il faut faire un plan du court de tennis en y mentionnant le nom des différentes limites afin de mieux faire comprendre la façon de jouer et les différentes règles qui régissent ce sport.

Il est important que le plan du terrain soit fait à l'échelle. Pour cela, il faut connaître ses dimensions réelles pour être en mesure de calculer l'échelle qui convient.

Construisez le plan d'un court de tennis d'après les spécifications ci-dessous et essayez de trouver une échelle appropriée pour l'élaboration de ce plan. (Utilisez la règle et l'équerre.)

- Le court est de forme rectangulaire de 24 m de longueur sur 11 m de largeur. La longueur se nomme ligne de côté et la largeur, ligne de fond.
- De chaque côté du court, à 1,4 m de la ligne de côté, il faut tracer une ligne de côté de service sur toute la longueur du terrain.
- Le filet traverse toute la largeur du court exactement au centre de celui-ci. Vous devez le représenter par une ligne sur le plan.

- À chaque extrémité du terrain, à 5,4 m de la ligne de fond, vous devez tracer une ligne de service qui relie les deux lignes de côté de service.

- Finalement, une ligne médiane reliant le milieu des deux lignes de service doit être tracée pour compléter le plan du court.

Vous constaterez que le plan, une fois terminé, est constitué de plusieurs rectangles de dimensions différentes.

**Plan du court de tennis**