GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4173-2 SN

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE
EN CONTEXTE FONDAMENTAL 1

CONFORME AU NOUVEAU PROGRAMME

sofad

GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4173-2 SN

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE

EN CONTEXTE FONDAMENTAL 1

sofad

Gestion de projets :
Nancy Mayrand
Isabelle Tanguay

Conception pédagogique :
Brahim Miloudi

Rédaction :
Jean-Claude Hamel
Brahim Miloudi
Éric Rouillard

Révision pédagogique :
Ronald Côté
Jonathan Lafond

Révision docimologique :
Stephan Bertrand

Révision scientifique :
Hélène Décoste
Déborah Nadeau Parent

Révision linguistique :
Julie Doyon
Annick Loupias
Johanne St-Martin

Conception graphique et couverture :
Mylène Choquette

Production et illustrations :
Alphatek

Lecture d'épreuves :
Marie-Pierre Beaudoin
Laëtitia Gagnon
Cédric Lierman
Steeve Pinsonneault

Correction d'épreuves :
Johanne St-Martin

Cet ouvrage est en partie financé par le Ministère de l'Éducation, de l'Enseignement supérieur du Québec.

Dépôt légal – 2017
Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada
ISBN : 978-2-89493-495-1 (imprimé)
ISBN : 978-2-89493-549-1 (PDF)

Septembre 2017

Crédits photos

SHUTTERSTOCK

C1 © ImageFlow • p. 2 © Lena Serditova • p. 3 © Svjatoslav Andreichyn • p. 3 © gui jun peng • p. 4 © Anlo • p. 9 © T.Sumaetho • p. 11 © Happy Art • p. 22 © Tartos • p. 24 © wiktord • p. 26 © Fedorov Ivan Sergeevich • p. 27 © Melamory • p. 30 © Yurii Andreichyn • p. 42 © rootstock • p. 52 © Comeback01 • p. 62 © Romolo Tavani • p. 63h © Toa55 • p. 63b © nick vangopoulos • p. 64 © karamysh • p. 71 © Sylverarts Vectors • p. 77 © New Line • p. 79 © Liu zishan • p. 80 © Galkin Grigory • p. 86 © wavebreakmedia • p. 88 © Pinkyone • p. 90 © Anne-Britt Svinnset • p. 97 © Physicx • p. 103 © vitaga • p. 106 © cluckva • p. 111 © Laurent Renault • p. 112g © JM-Design • p. 112d © Adazhiy Dmytro • p. 114 © Sophie McAulay • p. 116 © Olga Danylenko • p. 117h © somchaij • p. 117b © prochasson frederic • p. 118 © Guzel Studio • p. 119 © Pisa • p. 120 © posztos • p. 129 © aprilante • p. 135 © Mark Kirkpatrick • p. 138 © FooTToo • p. 141 © Lightspring • p. 143h © Chuck Wagner • p. 143c © photka • p. 143b © Roland Shainidze • p. 147 © Evannovostro • p. 155c © James Hoenstine • p. 155b © wolfmaster13 • p. 157 © Zynatis • p. 160 © L5Design • p. 162 © oksana2010 • p. 163 © magnola • p. 167 © Boris Stroujko • p. 168 © PHB.cz (Richard Semik) • p. 170 © Dmytro Surkov • p. 172 © Everett Historical • p. 185 © Dmi T • p. 187 © Yurii Andreichyn • p. 194 © LENS-68 • p. 199 © kbibibi • p. 200 © gui jun peng • p. 201 © Ljupco Smokovski • p. 202 © karamysh • p. 204 © MarinaDa • p. 206 © gorillaimages • p. 208 © Liu zishan • p. 227 © Artistdesign13 • p. 228 © rvika • p. 232 © Ru Bai Le • p. 235 © Daria Oriekhova • p. 237 © Kolonko

BRITISH MUSEUM

p. 113 © The Trustees of the British Museum

Légende : d = droite   c = centre   g = gauche
h = haut   b = bas

Table des matières

Cet aperçu contient :
- la table des matières;
- présentation du guide;
- la première situation d'apprentissage.

PRÉSENTATION DU GUIDE D'APPRENTISSAGE

Bienvenue dans le guide d'apprentissage du cours ***Représentation géométrique en contexte fondamental 1***. Ce cours, le troisième de la séquence **Sciences naturelles** en **4e secondaire**, a pour but de développer votre habileté à traiter des situations qui requièrent la conception, la description ou la représentation géométrique d'un espace physique ou d'un objet (bidimensionnelle ou tridimensionnelle). À cette fin, vous serez amené à approfondir vos connaissances sur :

- les triangles isométriques et semblables ;
- les figures équivalentes.

Vous compléterez votre formation en étudiant de nouvelles relations géométriques :

- les relations métriques dans le triangle rectangle ;
- les relations trigonométriques dans le triangle.

Vous serez amené à utiliser diverses stratégies de résolution afin de comprendre et de modéliser des situations-problèmes. Votre aptitude à déployer un raisonnement mathématique sera sollicitée. Puis, vous aurez à décrire vos démarches de résolution avec clarté et rigueur à l'aide du langage mathématique.

Vous êtes maintenant convié à réaliser les activités d'apprentissage qui vous sont proposées dans les trois chapitres de ce guide et à enrichir vos connaissances en géométrie.

Portailsofad.com

Sur portailsofad.com, des capsules vidéo, des activités TIC et des versions imprimables des ressources complémentaires au guide de la collection RÉSOLUTION vous accompagneront tout au long de vos apprentissages.

TABLE DES MATIÈRES

COMPOSANTES D'UN CHAPITRE

La démarche d'apprentissage proposée dans un chapitre permet de progresser en réinvestissant les apprentissages réalisés d'une section à l'autre. Le schéma qui suit illustre cette démarche et précise l'intention pédagogique de chacune des sections.

OUVERTURE DU CHAPITRE

La première page décrit le contexte et la thématique qui serviront de trame de fond à l'acquisition des nouveaux savoirs abordés dans le chapitre.

Une table des matières accompagne cette première page. Les savoirs à acquérir y sont présentés pour chacune des *Situations*, ainsi que le thème des situations-problèmes.

SITUATIONS

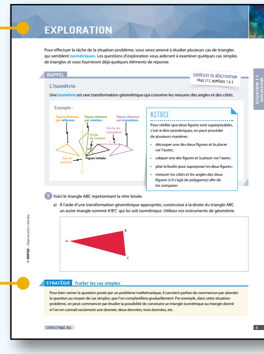
De manière générale, il y a deux *Situations* d'apprentissage par chapitre. La démarche proposée dans ces situations permet d'acquérir de nouveaux savoirs et de développer des compétences mathématiques dans des contextes réels, réalistes ou purement mathématiques.

PHASES D'UNE SITUATION

SITUATION–PROBLÈME

Liée au thème principal du chapitre, cette page décrit brièvement le contexte de la situation-problème, ainsi que les données nécessaires à sa résolution.

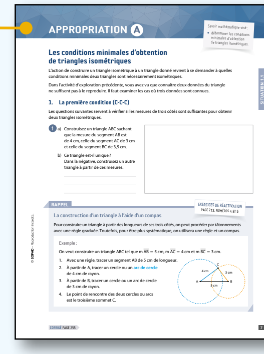
Un encadré décrit la tâche que vous aurez à réaliser plus loin dans la section *Résolution*. Cette tâche est le point de départ vous permettant d'acquérir de nouveaux savoirs en vue de résoudre la situation-problème.



EXPLORATION

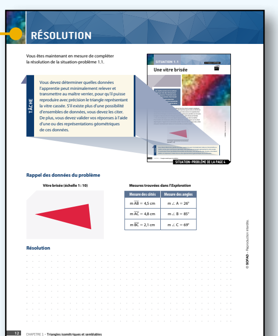
Cette section vous invite à analyser les données de la situation-problème, à déterminer les savoirs que vous possédez et ceux que vous devez acquérir pour réaliser la tâche.

Son questionnement vous guidera vers une stratégie de résolution de problème.



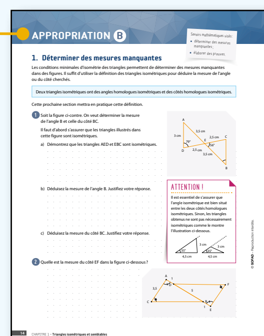
APPROPRIATION A

C'est ici que sont assimilés les savoirs nécessaires pour résoudre la situation-problème. Chaque *Appropriation* stimule la réflexion avant la présentation de nouveaux savoirs mathématiques.



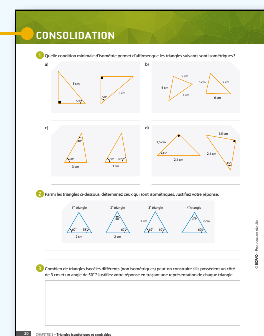
RÉSOLUTION

Arrivé à cette section, vous devriez avoir acquis toutes les connaissances et les stratégies essentielles à la résolution de la situation-problème énoncée au début de la situation.



APPROPRIATION B

Dans cette deuxième appropriation, vous acquerrez de nouveaux savoirs prescrits au programme en lien avec ceux vus dans l'*Appropriation A*.



CONSOLIDATION

Cette section vous permettra de consolider les savoirs mathématiques acquis dans les *Appropriations A* et *B*. Tout comme la section *Intégration*, cette *Consolidation* permet aussi de développer les compétences mathématiques.

EN FIN DE CHAPITRE...

SAVOIRS EN RÉSUMÉ

Cette section résume tous les savoirs *À retenir* sous forme de phrases trouées. On vous invite à remplir les informations manquantes.

INTÉGRATION

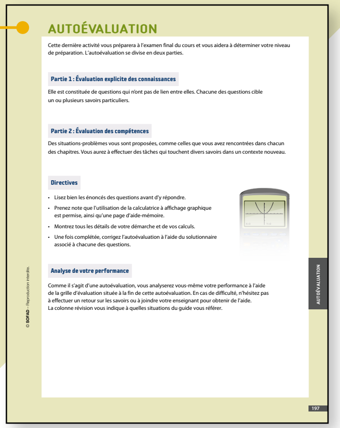
Dans cette section comprenant des exercices et des situations complexes, vous devrez appliquer les savoirs vus dans ce chapitre.

SAÉ

La *SAÉ* est une tâche complexe élaborée selon le modèle des évaluations de sanction. Elle est accompagnée d'une grille d'évaluation des compétences.

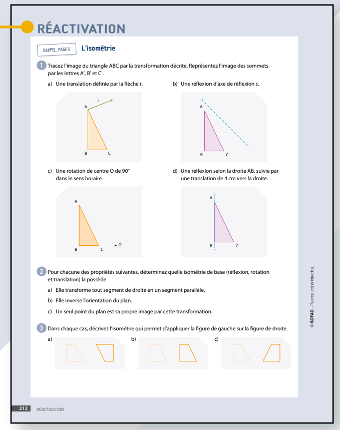
TABLE DES MATIÈRES

COMPLÉMENTS


AUTOÉVALUATION

AUTOÉVALUATION

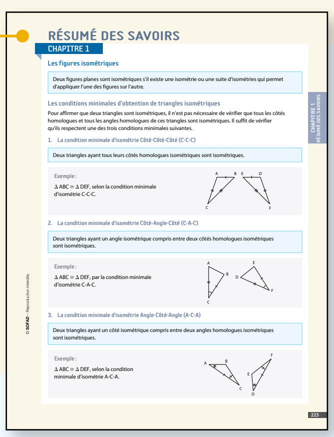
Une *Autoévaluation* est présentée en première partie de ces *Compléments*. Elle permet d'évaluer vos connaissances acquises et les compétences mathématiques développées tout au long du cours. Vous pourrez ainsi déterminer les savoirs que vous maîtrisez et ceux pour lesquels une révision s'impose avant de passer à l'*Activité notée synthèse*.


RÉACTIVATION

RÉACTIVATION

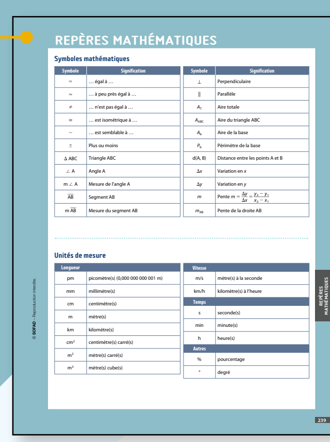
Au cours des *Situations*, vous croiserez des rubriques *Rappel* présentant des savoirs vus dans un cours antérieur et nécessaires à la compréhension du nouveau savoir ou à la résolution de la situation en cours.

Cette *Réactivation* permettra de réviser, à l'aide d'exercices, les règles et les concepts mathématiques qui font l'objet d'un *Rappel*.


RÉSUMÉ DES SAVOIRS

RÉSUMÉ DES SAVOIRS

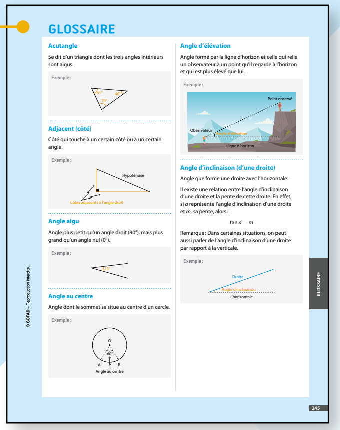
C'est dans cette section que la version complète des *Savoirs en résumé* se situe. Une version imprimable est aussi disponible en ligne.


REPÈRES MATHÉMATIQUES

REPÈRES MATHÉMATIQUES

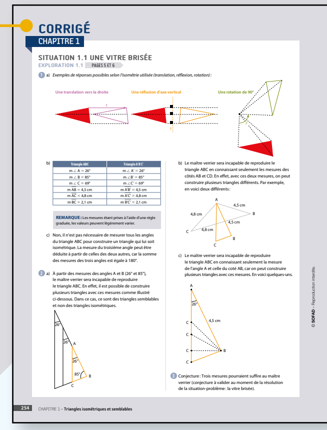
Dans cette section, on présente des symboles mathématiques utilisés dans le guide et certaines abréviations d'unités de mesure. Des formules mathématiques en rappel y sont aussi offertes.

TABLE DES MATIÈRES


GLOSSAIRE

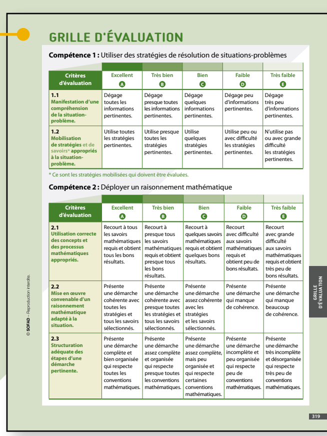
GLOSSAIRE

Les mots et expressions **écrits en bleu** dans le texte courant sont définis dans le *Glossaire*.


CORRIGÉ

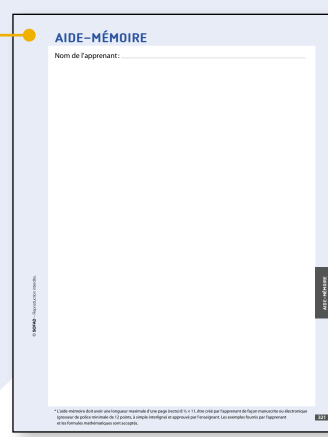
CORRIGÉ

Vers la fin du guide, vous repérerez le *Corrigé*. Il a été conçu non seulement pour valider vos réponses, mais aussi pour vous accompagner dans vos apprentissages. Il contient les réponses aux questions, des explications détaillées sur la démarche ou le raisonnement à mettre en œuvre.


GRILLE D'ÉVALUATION

GRILLE D'ÉVALUATION

Une *Grille d'évaluation* des compétences vous est offerte à la fin du guide. À la suite de la résolution d'une *SAÉ*, vous êtes invité à vous évaluer à l'aide de cette grille. Vous pourrez alors compléter la version abrégée située dans le bas de chaque *SAÉ*.


AIDE-MÉMOIRE

Nom de l'apprenant :

AIDE-MÉMOIRE

Vous pouvez vous constituer un aide-mémoire. Une feuille détachable est prévue à cet effet à la fin du guide. Il vous est permis d'utiliser cet aide-mémoire lors de l'épreuve finale.

TABLE DES MATIÈRES

RUBRIQUES ET PICTOGRAMMES

LA FORMULE DE HÉRON*

Réfère , s'il y a lieu, à un savoir facultatif. Il est reconnaissable par son fond tramé plus pâle.

Invite à visionner une capsule vidéo portant sur la situation-problème.

TÂCHE

Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut…

Présente la tâche à exécuter dans le cadre de votre situation-problème.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 213, NUMÉROS 4 ET 5

La construction…

Pour construire un triangle…

Exemple :

On veut construire un…

Réfère à des connaissances que vous avez acquises dans des cours antérieurs et à des exercices de réactivation en lien avec ce *Rappel*.

À RETENIR

Les figures isométriques

Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.

Présente les savoirs mathématiques que vous devez maîtriser. Ce sont les savoirs prescrits par le programme d'étude.

STRATÉGIE **Distinguer les multiples…**

Devant une figure complexe contenant plusieurs informations, il convient de …

Présente des stratégies de résolution de problème qui peuvent s'appliquer dans diverses situations.

ASTUCE

Pour simplifier l'écriture précisant que le triangle ABC est isométrique au triangle DEF, on utilise des symboles géométriques.

$\Delta\, ABC \cong \Delta\, DEF$

Propose une astuce qui simplifie le travail ou offre une façon différente de traiter le problème ou d'appliquer le concept à l'étude.

ATTENTION !

Il est possible de construire un triangle à partir de trois longueurs seulement si la mesure du plus long côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

Met en garde sur des pièges à éviter ou des exceptions qui peuvent s'appliquer au concept à l'étude.

TIC

L'activité TIC 1.1.1 vous permettra d'explorer davantage ces conditions minimales d'isométrie des triangles à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

Incite à effectuer une activité en ligne (GeoGebra ou calculatrice à affichage graphique) qui vous fera explorer la notion travaillée en utilisant des outils technologiques.

LE SAVIEZ-VOUS ?

De tous les prismes rectangulaires équivalents, c'est le cube qui a la…

Permet de découvrir des notes historiques et culturelles liées aux concepts mathématiques à l'étude.

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

Réfère à un énoncé géométrique. Une liste complète est disponible dans la section *Repères mathématiques*.

ACTIVITÉ NOTÉE

Vous devez maintenant effectuer l'activité notée 1. Elle est accessible sur le site du cours…

Indique que vous êtes prêt à effectuer l'*Activité notée* prévue pour valider votre compréhension en cours d'apprentissage. L'*Activité notée synthèse* se fait, quant à elle, à la toute fin du cours. Ces activités sont présentées dans des fascicules séparés du guide. Une fois complétée, vous devrez remettre votre travail à votre enseignant ou à votre tuteur qui vous fournira une rétroaction à la suite de sa correction.

Triangles isométriques et semblables

Construire avec des triangles

Le triangle est une forme géométrique très appréciée dans bon nombre de champs d'activité humaine. L'art et l'architecture par exemple exploitent cette forme depuis longtemps. Il suffit de regarder autour de soi pour se rendre compte que les œuvres artistiques et architecturales faisant appel au triangle sont nombreuses et variées. Ainsi, c'est grâce à sa simplicité et à sa richesse en propriétés métriques et géométriques que la forme triangulaire est employée par des artistes pour créer et mettre leurs œuvres en valeur. Aussi, le triangle est une structure indéformable représentant la stabilité. Une fois que les mesures de ses côtés sont déterminées, il n'existe qu'une seule mesure possible pour chacun de ses angles. Ce n'est pas le cas des quadrilatères. Un carré peut se déformer en un losange ; un rectangle peut se déformer en un parallélogramme. Toutes les personnes qui travaillent dans le domaine de la construction le savent bien. C'est pourquoi dans les charpentes des maisons, comme dans celles des grands édifices, on trouve souvent des triangles pour consolider leur structure. Ce chapitre vous permettra de réaliser l'importance des formes géométriques, particulièrement des triangles, dans l'exercice de divers métiers.

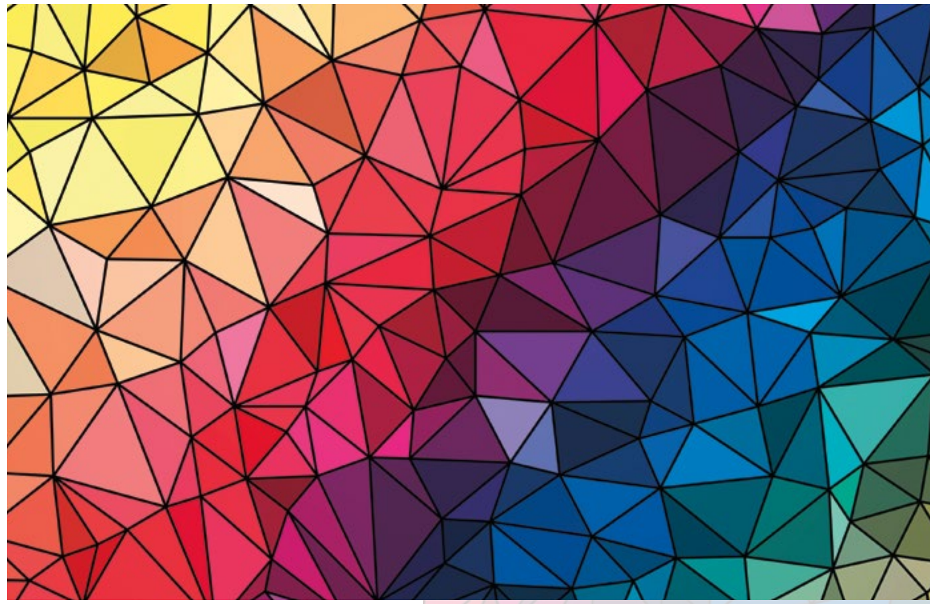
CHAPITRE 1

SITUATION 1.1

SP 1.1

Une vitre brisée

Un maître verrier est un artisan d'art qui crée des vitraux et en assure la pose. Il restaure aussi des vitraux anciens. Son travail l'amène souvent à dessiner des maquettes qui lui servent de modèles pour découper le verre.



Un maître verrier reçoit une commande écrite d'un client voulant remplacer la vitre brisée du vitrail d'une église. Ce client précise que la vitre est de forme triangulaire, mais omet de donner les mesures nécessaires à la reproduction exacte de ce triangle. Le verrier envoie une apprentie pour prendre ces mesures. La figure ci-dessous décrit le triangle représentant la vitre brisée (à l'échelle 1 : 10, c'est-à-dire que 1 cm sur la figure représente 10 cm dans la réalité). Pour rendre son travail plus efficace et réduire les manipulations sur le vitrail déjà fragilisé, l'apprentie se demande quelles mesures des angles et des côtés elle peut minimalement relever et transmettre au maître vitrier.

Le triangle représentant la vitre brisée (échelle 1 : 10)

TÂCHE

Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut minimalement relever et transmettre au maître verrier, pour qu'il puisse reproduire avec précision le triangle représentant la vitre cassée. S'il existe plus d'une possibilité d'ensembles de données, vous devez les citer. De plus, vous devez valider vos réponses à l'aide d'une ou des représentations géométriques de ces données.

EXPLORATION

Pour effectuer la tâche de la situation-problème, vous serez amené à étudier plusieurs cas de triangles qui semblent **isométriques**. Les questions d'exploration vous aideront à examiner quelques cas simples de triangles et vous fourniront déjà quelques éléments de réponse.

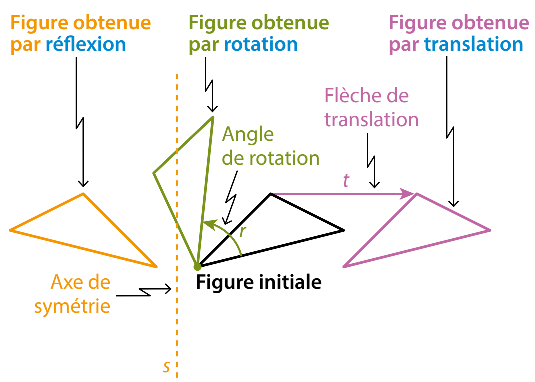
RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 212, NUMÉROS 1 À 3

L'isométrie

Une **isométrie** est une transformation géométrique qui conserve les mesures des angles et des côtés.

Exemple :



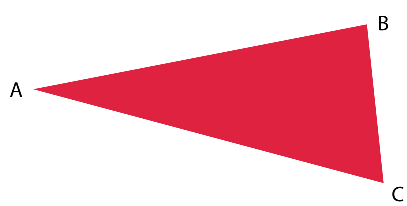
ASTUCE

Pour vérifier que deux figures sont superposables, c'est-à-dire isométriques, on peut procéder de plusieurs manières :

- découper une des deux figures et la placer sur l'autre ;
- calquer une des figures et la placer sur l'autre ;
- plier la feuille pour superposer les deux figures ;
- mesurer les côtés et les angles des deux figures (s'il s'agit de polygones) afin de les comparer.

1 Voici le triangle ABC représentant la vitre brisée.

a) À l'aide d'une transformation géométrique appropriée, construisez à la droite du triangle ABC un autre triangle nommé A'B'C' qui lui soit isométrique. Utilisez vos instruments de géométrie.



STRATÉGIE Traiter les cas simples

Pour bien cerner la question posée par un problème mathématique, il convient parfois de commencer par aborder la question au moyen de cas simples, que l'on complexifiera graduellement. Par exemple, dans cette situation-problème, on peut commencer par étudier la possibilité de construire un triangle isométrique au triangle donné si l'on en connaît seulement une donnée, deux données, trois données, etc.

b) Avec vos instruments de géométrie, mesurez les côtés et les angles des deux triangles et vérifiez qu'ils sont bien isométriques. Arrondissez vos mesures des côtés au dixième près et celles des angles à l'unité près.

Triangle ABC	Triangle A'B'C'
m ∠ A = ______	m ∠ A' = ______
m ∠ B = ______	m ∠ B' = ______
m ∠ C = ______	m ∠ C' = ______
m $\overline{AB}$ = ______	m $\overline{A'B'}$ = ______
m $\overline{AC}$ = ______	m $\overline{A'C'}$ = ______
m $\overline{BC}$ = ______	m $\overline{B'C'}$ = ______

ATTENTION !

Tous les triangles isométriques sont une reproduction exacte d'un même et unique triangle, peu importe leur emplacement dans le **plan**. Pour indiquer que deux triangles ABC et A'B'C' sont isométriques, on écrit Δ ABC ≅ Δ A'B'C' en ayant soin de noter les sommets **homologues** dans le même ordre.

c) Est-il nécessaire de mesurer tous les angles du triangle ABC pour être capable de construire un triangle qui lui soit isométrique ? Justifiez votre réponse.

2 Le maître verrier sera-t-il capable de reproduire exactement le triangle ABC si l'apprentie lui transmet seulement les données suivantes ? Illustrez vos réponses en construisant, si possible, au moins deux triangles différents.

a) Les mesures des angles A et B. ______

b) Les mesures des côtés AB et AC. ______

c) La mesure de l'angle A et celle du côté AB. ______

ASTUCE

Connaître la mesure des deux angles d'un triangle revient à connaître la mesure des trois angles, car :

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.

Espace pour construire vos triangles

3 D'après vous, combien de mesures au moins l'apprentie peut-elle relever sur le triangle pour garantir au maître verrier d'effectuer la reproduction exacte du triangle représentant la vitre brisée ?

Cette activité d'exploration a permis de constater que connaître deux données du triangle ne suffit pas pour le reproduire. L'activité d'appropriation suivante vous amènera à découvrir quelles mesures d'un triangle sont nécessaires et suffisantes pour construire un autre triangle qui lui soit isométrique.

APPROPRIATION A

Savoir mathématique visé :

- déterminer les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques.

Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

L'action de construire un triangle isométrique à un triangle donné revient à se demander à quelles conditions minimales deux triangles sont nécessairement isométriques.

Dans l'activité d'exploration précédente, vous avez vu que connaître deux données du triangle ne suffisent pas à le reproduire. Il faut examiner les cas où trois données sont connues.

1. La première condition (C-C-C)

Les questions suivantes servent à vérifier si les mesures de trois côtés sont suffisantes pour obtenir deux triangles isométriques.

1 a) Construisez un triangle ABC sachant que la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC de 3 cm et celle du segment BC de 3,5 cm.

b) Ce triangle est-il unique ?
Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 213, NUMÉROS 4 ET 5

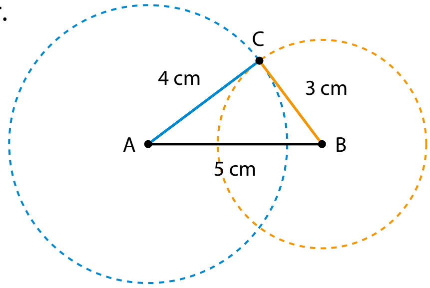
La construction d'un triangle à l'aide d'un compas

Pour construire un triangle à partir des longueurs de ses trois côtés, on peut procéder par tâtonnements avec une règle graduée. Toutefois, pour être plus systématique, on utilisera une règle et un compas.

Exemple :

On veut construire un triangle ABC tel que m $\overline{AB}$ = 5 cm, m $\overline{AC}$ = 4 cm et m $\overline{BC}$ = 3 cm.

1. Avec une règle, tracer un segment AB de 5 cm de longueur.
2. À partir de A, tracer un cercle ou un arc de cercle de 4 cm de rayon.
3. À partir de B, tracer un cercle ou un arc de cercle de 3 cm de rayon.
4. Le point de rencontre des deux cercles ou arcs est le troisième sommet C.

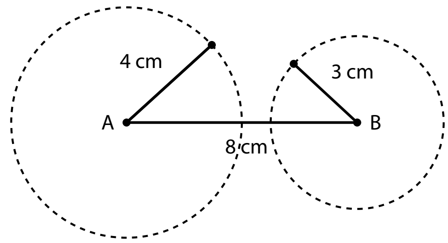


Puisqu'un unique triangle peut être construit à partir de trois mesures données, on peut affirmer l'énoncé suivant.

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

ATTENTION !

Il est possible de construire un triangle à partir de trois longueurs seulement si la mesure du plus long côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres. Ainsi, il est impossible de construire un triangle ABC avec les données suivantes : m $\overline{AB}$ = 8 cm, m $\overline{AC}$ = 4 cm et m $\overline{BC}$ = 3 cm. En effet, les deux cercles ou arcs de cercle tracés à partir des extrémités du segment AB et dont l'intersection donnerait le point C ne se croiseront pas.



2. La deuxième condition (C-A-C)

On s'intéresse maintenant à la possibilité de reproduire un triangle si l'on connaît la mesure de deux côtés et d'un angle.

2 a) Construisez un triangle ABC dont la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC, de 3 cm et la mesure de l'angle B, de 45°. Ce triangle est-il unique ? Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.

b) Construisez un triangle ABC dont la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC, de 3 cm et la mesure de l'angle A, de 45°. Ce triangle est-il unique ? Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.

Les réponses à la question précédente montrent que l'angle connu doit absolument être compris entre les côtés donnés et non pas être **adjacent** au deuxième côté. Ce qui amène à ce nouvel énoncé géométrique.

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.

3. La troisième condition (A-C-A)

Il reste à vérifier si un triangle peut être reproduit précisément en ne connaissant que les mesures de deux angles et d'un seul côté.

3 Soit deux triangles ayant deux paires d'angles homologues isométriques de 40° et 20°, et un côté isométrique de 4 cm.

Dans quel cas ces deux triangles seraient-ils nécessairement isométriques ? Expliquez par une représentation géométrique.

TIC

L'activité TIC 1.1.1 vous permettra d'explorer davantage ces conditions minimales d'isométrie des triangles à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

ATTENTION !

Une liste de tous les énoncés géométriques prescrits se trouve à la page 242 de ce guide.

On peut résumer ce troisième cas d'isométrie des triangles comme suit.

> Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

STRATÉGIE Dessiner à main levée

Pour construire une figure géométrique complexe, il est parfois utile de commencer par tracer cette figure à main levée avant d'utiliser les instruments de géométrie. Cet exercice permet de visualiser le résultat recherché. De plus, il amène à réfléchir sur les étapes à suivre lors de la construction au moyen des instruments de géométrie.

CORRIGÉ PAGE 255

À RETENIR

Les figures isométriques

Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.

ASTUCE

Pour simplifier l'écriture précisant que le triangle ABC est isométrique au triangle DEF, on utilise des symboles géométriques.

Δ ABC $\cong$ Δ DEF

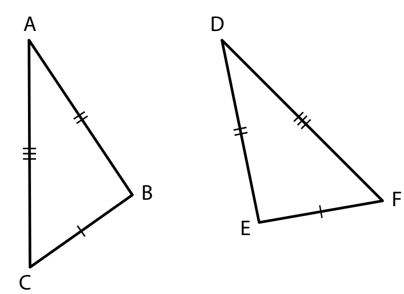
Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

Les trois propriétés suivantes décrivent les conditions minimales permettant d'affirmer que deux triangles sont isométriques.

1. La condition minimale d'isométrie Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

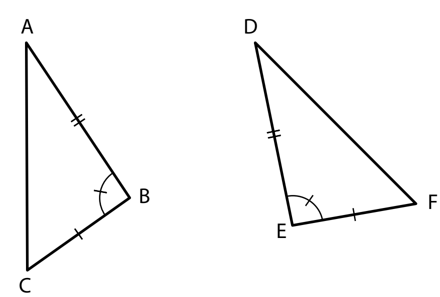
Exemple :



2. La condition minimale d'isométrie Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.

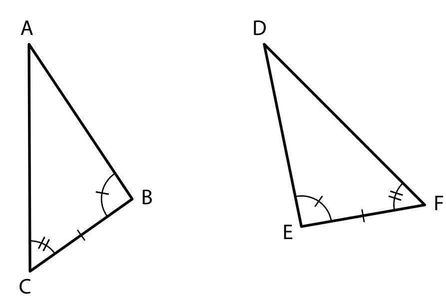
Exemple :



3. La condition minimale d'isométrie Angle-Côté-Angle (A-C-A)

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

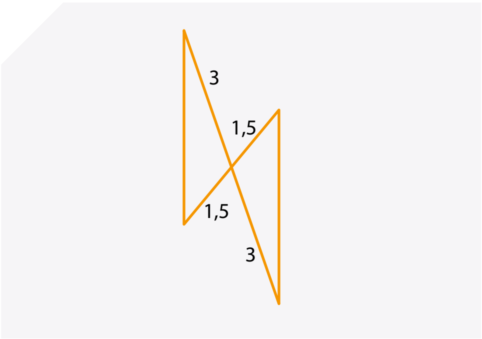
Exemple :



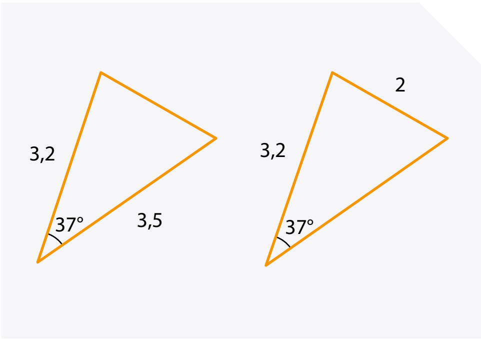
EXERCEZ-VOUS

4 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, indiquez s'il s'agit nécessairement de triangles isométriques. Si oui, indiquez selon quelle condition minimale d'isométrie.

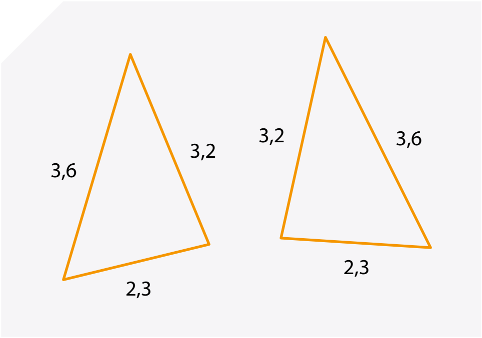
a)



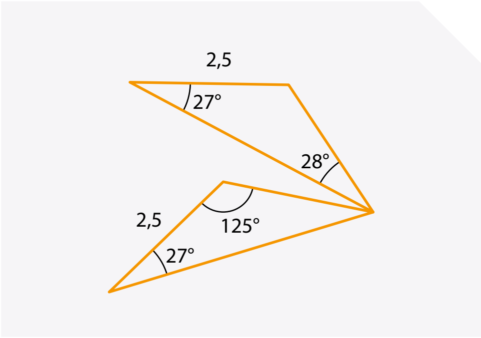
b)



c)



d)



5 Soit le triangle ABC rectangle en B. Le segment AB mesure 3 cm et le segment AC, 5 cm.

Le triangle DEF est rectangle en E. Dans chaque cas suivant, indiquez si ces deux triangles sont isométriques. Si oui, précisez selon quelle condition minimale d'isométrie.

a) m $\overline{DE}$ = 3 cm et m $\overline{EF}$ = 5 cm ______

b) m $\overline{DE}$ = 4 cm et m $\overline{EF}$ = 3 cm ______

c) m $\overline{DE}$ = 5 cm et m $\overline{EF}$ = 4 cm ______

d) m $\overline{DE}$ = 3 cm et m $\overline{DF}$ = 5 cm ______

Vous connaissez maintenant toutes les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques. Servez-vous de ces conditions pour résoudre la situation-problème de la vitre brisée.

CORRIGÉ PAGE 255

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

RÉSOLUTION

Vous êtes maintenant en mesure de compléter la résolution de la situation-problème 1.1.


SITUATION 1.1

LES TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

Une vitre brisée

Le triangle représentant la vitre brisée (échelle 1 : 10)

TÂCHE Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut minimalement relever et transmettre au maître verrier, pour qu'il puisse reproduire avec précision le triangle représentant la vitre cassée. S'il existe plus d'une possibilité d'ensembles de données, vous devez les citer. De plus, vous devez valider vos réponses à l'aide d'une ou des représentations géométriques de ces données.

4 CHAPITRE 1 – Triangles isométriques et semblables

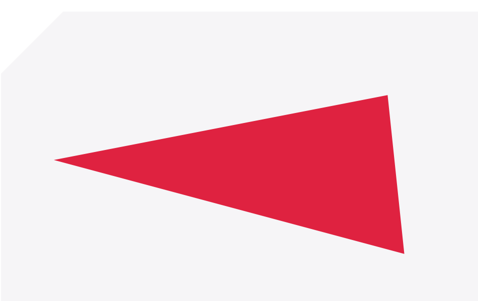
SITUATION-PROBLÈME DE LA PAGE 4

TÂCHE

Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut minimalement relever et transmettre au maître verrier, pour qu'il puisse reproduire avec précision le triangle représentant la vitre cassée. S'il existe plus d'une possibilité d'ensembles de données, vous devez les citer. De plus, vous devez valider vos réponses à l'aide d'une ou des représentations géométriques de ces données.

Rappel des données du problème

Vitre brisée (échelle 1 : 10)



Mesures trouvées dans l'*Exploration*

Mesure des côtés	Mesure des angles
m $\overline{AB}$ = 4,5 cm	m ∠ A = 26°
m $\overline{AC}$ = 4,8 cm	m ∠ B = 85°
m $\overline{BC}$ = 2,1 cm	m ∠ C = 69°

Résolution

Résolution (*suite*)

STRATÉGIE Valider en comparant

On peut toujours valider ses constructions en comparant les mesures des éléments homologues des triangles. Tous les triangles construits devraient être isométriques.

CORRIGÉ PAGE 255

APPROPRIATION B

Savoirs mathématiques visés :
- déterminer des mesures manquantes ;
- élaborer des preuves.

1. Déterminer des mesures manquantes

Les conditions minimales d'isométrie des triangles permettent de déterminer des mesures manquantes dans des figures. Il suffit d'utiliser la définition des triangles isométriques pour déduire la mesure de l'angle ou du côté cherchés.

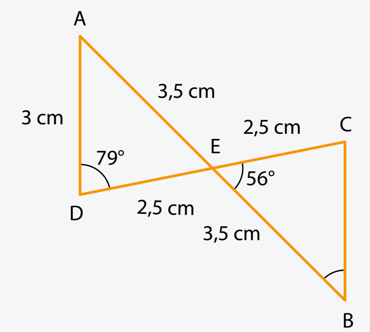
Deux triangles isométriques ont des angles homologues isométriques et des côtés homologues isométriques.

Cette prochaine section mettra en pratique cette définition.

1 Soit la figure ci-contre. On veut déterminer la mesure de l'angle B et celle du côté BC.

Il faut d'abord s'assurer que les triangles illustrés dans cette figure sont isométriques.

a) Démontrez que les triangles AED et EBC sont isométriques.

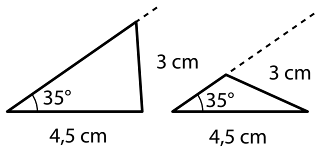


b) Déduisez la mesure de l'angle B. Justifiez votre réponse.

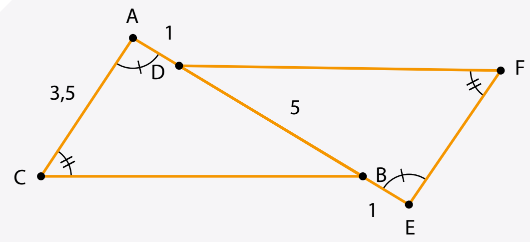
c) Déduisez la mesure du côté BC. Justifiez votre réponse.

ATTENTION !

Il est essentiel de s'assurer que l'angle isométrique est bien situé entre les deux côtés homologues isométriques. Sinon, les triangles obtenus ne sont pas nécessairement isométriques comme le montre l'illustration ci-dessous.



2 Quelle est la mesure du côté EF dans la figure ci-dessous ?



À RETENIR

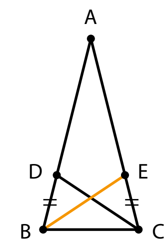
Déterminer des mesures manquantes

L'isométrie des triangles permet de déterminer des mesures manquantes dans des figures géométriques.

Cependant, il est important de démontrer d'abord que les figures sont isométriques, à l'aide des conditions minimales, avant de déterminer des mesures en s'appuyant sur la définition de l'isométrie.

Exemple :

Déterminez la mesure du segment BE sachant que le triangle ABC est isocèle, que les segments DB et EC sont isométriques et que le segment DC mesure 3,5 cm.



1. Les triangles AEB et ADC sont isométriques par la condition minimale C-A-C.

Affirmation	Justification
m $\overline{AB}$ = m $\overline{AC}$	car ce sont les côtés isométriques du triangle isocèle ABC.
m ∠ BAE = m ∠ CAD	car l'angle est commun aux deux triangles. En effet, comme les côtés AB et AC, et les segments DB et EC sont isométriques, AD et AE le sont obligatoirement.
Δ AEB ≅ Δ ADC	par la condition minimale d'isométrie C-A-C.

2. On déduit la mesure du segment BE :

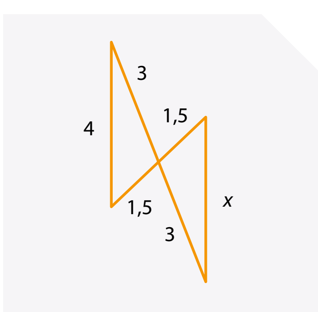
Affirmation	Justification
m $\overline{BE}$ = m $\overline{CD}$ = 3,5 cm	car les côtés homologues de deux triangles isométriques sont isométriques.

Ainsi, la mesure du segment BE est de 3,5 cm.

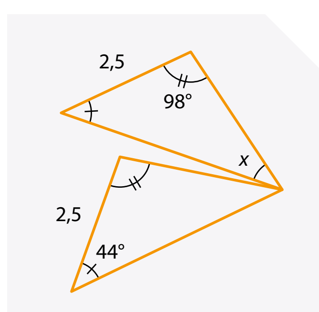
EXERCEZ-VOUS

3 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, nommez la condition minimale permettant d'affirmer que les triangles sont isométriques. Puis, trouvez la valeur de *x*.

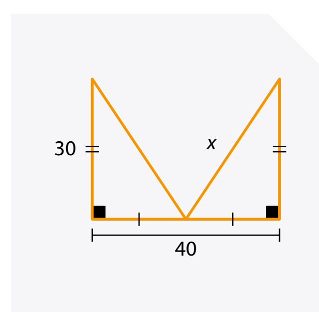
a)



b)



c)



2. Élaborer des preuves

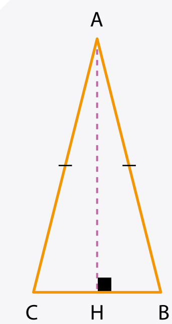
Les conditions minimales d'isométrie des triangles permettent aussi de démontrer des énoncés ou de découvrir d'autres propriétés géométriques.

Pour construire de telles **démonstrations**, il faut partir des données du problème, nommées **hypothèses**. Puis, on en déduit une suite d'affirmations basées sur des définitions ou des propriétés déjà établies, jusqu'à parvenir à la **conclusion** recherchée.

La présentation de cette démonstration peut prendre plusieurs formes. Les réponses aux questions suivantes permettent de créer un modèle.

4 Soit ABC un triangle isocèle et AH, sa **hauteur** relative au sommet A.

On veut démontrer que cette hauteur est aussi une **bissectrice**, une **médiane** et une **médiatrice**.



a) Quelles sont les hypothèses et la conclusion de ce problème ?

b) À partir de vos hypothèses, vous devez déduire de nouvelles affirmations. Démontrez que les triangles AHC et AHB sont isométriques.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION PAGE 213, NUMÉROS 6 À 10

Les droites remarquables d'un triangle

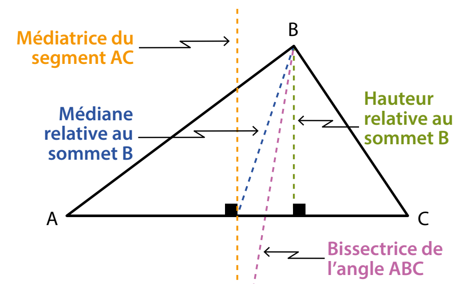
Dans un triangle, la **hauteur** relative à un sommet s'obtient en abaissant une perpendiculaire depuis ce sommet sur le **côté opposé** (ou son prolongement si le sommet n'est pas au-dessus du côté opposé).

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite séparant cet angle en deux angles isométriques.

La **médiane** relative à un sommet d'un triangle est la droite reliant ce sommet au milieu du côté opposé.

La **médiatrice** d'un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et le séparant en deux parties isométriques.

Exemple :



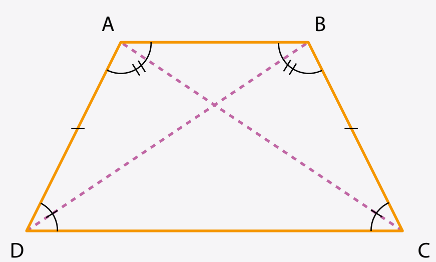
c) Déduisez que AH est la bissectrice de l'angle CAB.

d) Déduisez que AH est la médiane et la médiatrice du segment BC.

Ainsi, à partir des données du problème et affirmation après affirmation, vous avez réussi à démontrer que dans un triangle isocèle ABC, la hauteur, la bissectrice, la médiane issues du sommet A et la médiatrice du segment BC sont toutes confondues.

5 À l'aide des propriétés des triangles isométriques, démontrez la propriété géométrique suivante.

Les diagonales d'un trapèze isocèle sont isométriques.



Hypothèse : ABCD est un trapèze isocèle.

Conclusion : $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

Pour démontrer l'isométrie des deux diagonales, il faut commencer par repérer deux triangles faisant intervenir ces deux diagonales. De plus, on s'attend à ce que ces deux triangles soient isométriques.

a) En observant la figure ci-dessus, trouvez deux triangles respectant ces deux contraintes.

b) Démontrez que ces deux triangles sont isométriques.

c) Déduisez que les diagonales sont isométriques.

À RETENIR

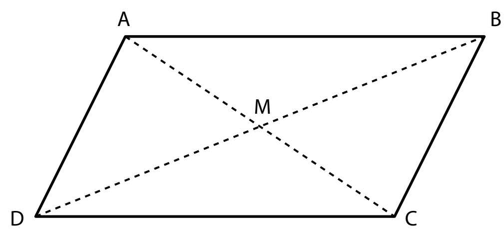
Élaborer des preuves

Pour démontrer l'égalité entre les mesures de deux côtés, on peut utiliser les conditions minimales d'isométrie des triangles. La démonstration peut prendre la forme illustrée dans l'exemple ci-dessous.

Exemple :

Démontrez que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

1. Dessiner, au besoin, un schéma représentant l'énoncé mathématique.



2. Distinguer clairement les données du problème (les hypothèses) de la conclusion à démontrer.

Hypothèses	Conclusion
• ABCD est un parallélogramme. • AC et BD sont les diagonales du parallélogramme.	$\overline{AM} \cong \overline{MC}$ et $\overline{DM} \cong \overline{MB}$

3. Déduire de nouvelles affirmations valides à partir des hypothèses, définitions et propriétés déjà établies. Notez qu'il faut justifier chaque affirmation avancée jusqu'à parvenir à la conclusion demandée.

Affirmation	Justification
$\overline{AB} \cong \overline{DC}$	car les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
$\angle$ BAC $\cong$ $\angle$ DCA	car les angles alternes-internes formés par deux parallèles et une **sécante** sont isométriques.
$\angle$ ABD $\cong$ $\angle$ CDB	car les angles alternes-internes formés par deux parallèles et une sécante sont isométriques.
Δ AMB $\cong$ Δ CMD	par la condition minimale d'isométrie A-C-A.
$\overline{AM} \cong \overline{MC}$ et $\overline{DM} \cong \overline{MB}$	car les côtés homologues de deux triangles isométriques sont isométriques.

On peut donc conclure que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu (CQFD*).

LE SAVIEZ-VOUS ?

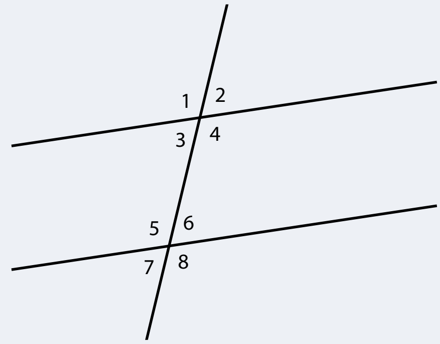
*** CQFD est l'abréviation de « Ce qu'il fallait démontrer ». On l'utilise à l'occasion pour indiquer la fin d'une démonstration mathématique. Cette expression fut utilisée la première fois par le mathématicien grec Euclide, dans son ouvrage *Éléments*. Vous remarquerez peut-être cette abréviation lors de preuves mathématiques réalisées dans des guides plus avancés. N'hésitez pas vous-même à l'utiliser.**

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 215, NUMÉROS 11 À 15

Les angles formés par deux parallèles et une sécante

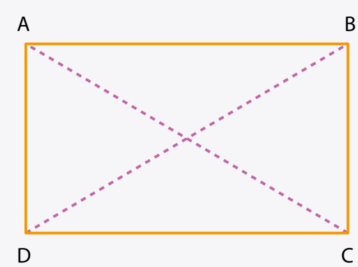
Deux droites parallèles coupées par une sécante forment :



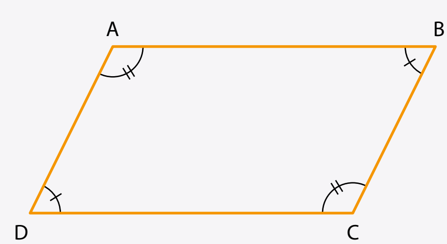
- des **angles alternes-internes** isométriques (les angles 3-6 et 4-5) ;
- des **angles alternes-externes** isométriques (les angles 1-8 et 2-7) ;
- des **angles correspondants** isométriques (les angles 1-5, 3-7, 2-6 et 4-8).
- Les angles 1-4, 2-3, 5-8 et 6-7 sont appelés **angles opposés par le sommet**. Deux angles opposés par le sommet sont isométriques.

EXERCEZ-VOUS

6 À l'aide des conditions minimales d'isométrie des triangles, démontrez que les diagonales d'un rectangle sont de même longueur.



7 Démontrez que les angles opposés d'un parallélogramme sont isométriques.



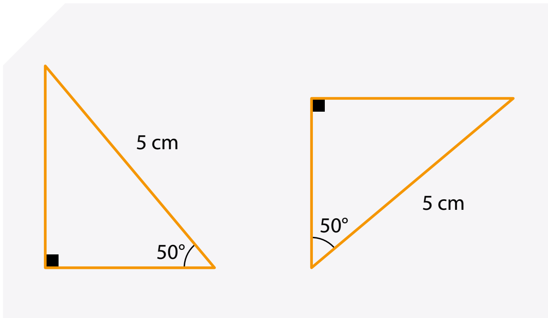
ATTENTION !

Au cours de la recherche de mesures manquantes ou l'élaboration de preuves, il faut toujours s'assurer de bien repérer les éléments homologues des triangles isométriques en question (sommets, côtés et angles). Une façon de faire consiste à associer au plus grand côté d'un triangle le plus grand côté de l'autre triangle, puis au côté moyen de l'un, le côté moyen de l'autre, etc.

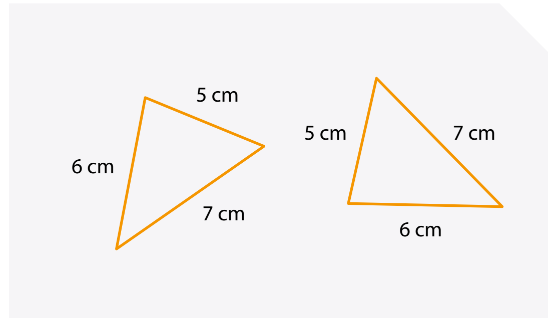
CONSOLIDATION

1 Quelle condition minimale d'isométrie permet d'affirmer que les triangles suivants sont isométriques ?

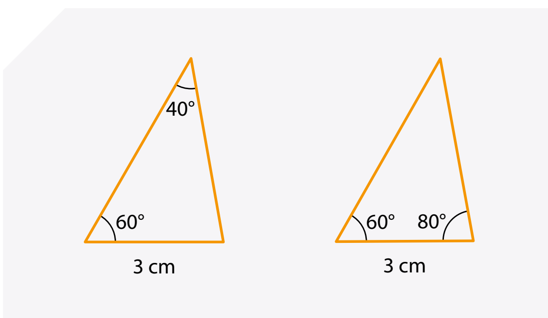
a)



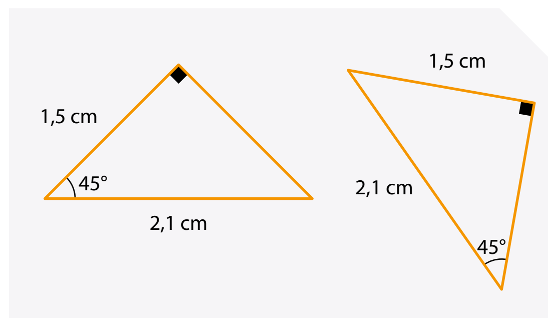
b)



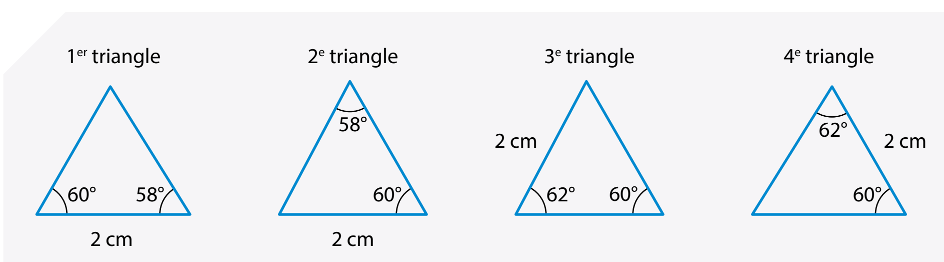
c)



d)



2 Parmi les triangles ci-dessous, déterminez ceux qui sont isométriques. Justifiez votre réponse.



3 Combien de triangles isocèles différents (non isométriques) peut-on construire s'ils possèdent un côté de 3 cm et un angle de 50° ? Justifiez votre réponse en traçant une représentation de chaque triangle.

4 Selon Mario, si les hypoténuses de deux triangles rectangles ont la même mesure, alors ces triangles sont isométriques.

a) Mario a-t-il raison ?

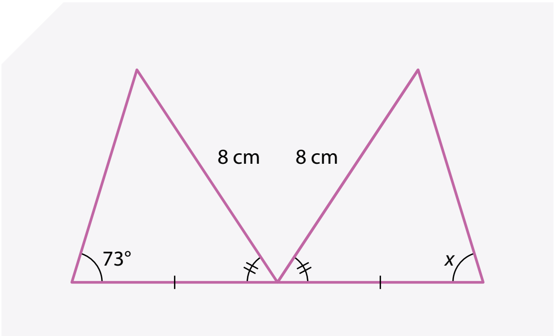
b) Énoncez une condition minimale pour l'obtention de deux triangles rectangles isométriques en complétant la phrase ci-dessous. Justifiez votre réponse.

Deux triangles rectangles ayant ____________________ sont isométriques.

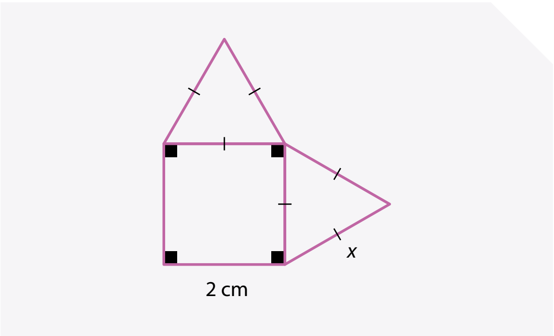
Justification :

5 Déterminez la valeur de *x* dans les figures suivantes.

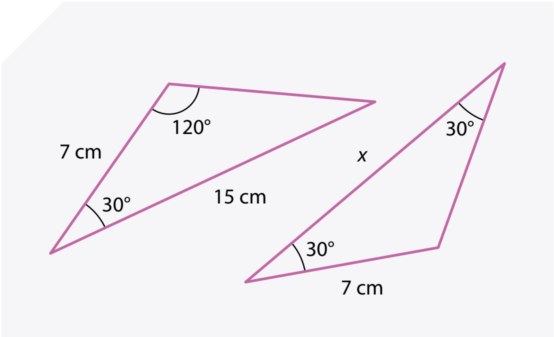
a)



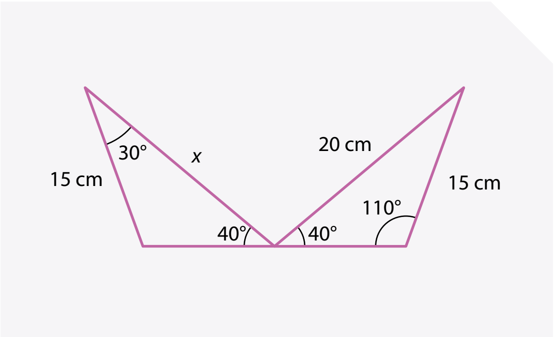
b)



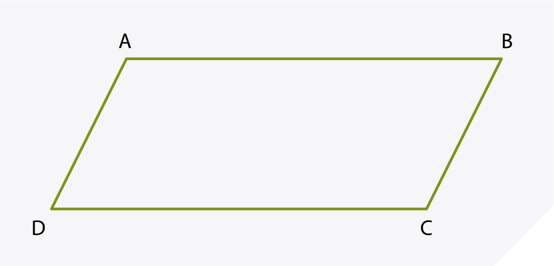
c)



d)

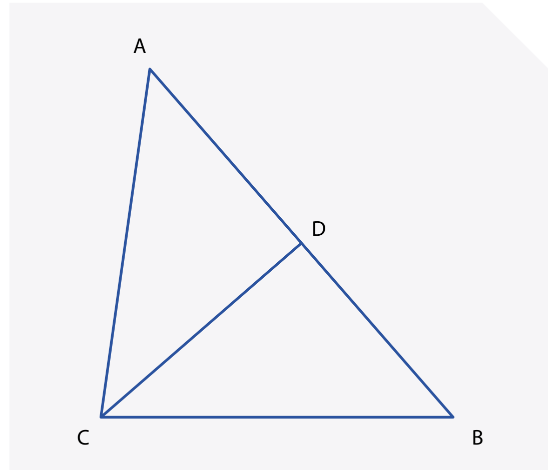


6 Démontrez que les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.



7 Dans le triangle isocèle ABC ci-dessous, le segment CD est la médiane issue de C. La mesure du segment AD est de 5,25 cm et celle du segment AC, de 8 cm.

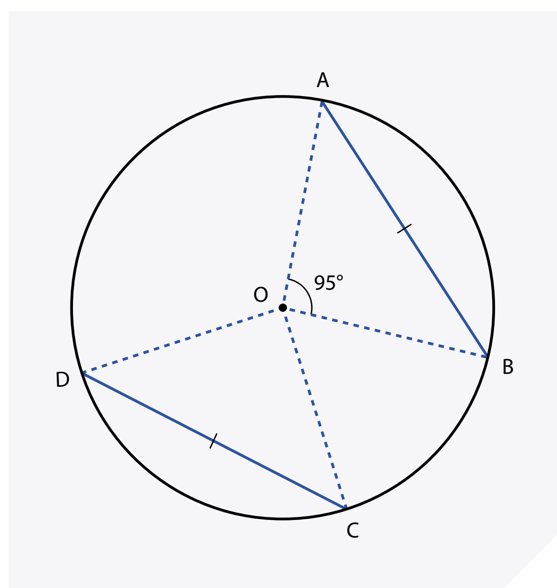
a) Démontrez que les triangles ACD et BCD sont isométriques.



b) Déterminez la mesure du segment CD.

8 Un segment qui joint deux points d'un cercle s'appelle une **corde**. Dans le cercle de centre O ci-dessous, les cordes AB et CD sont isométriques.

a) Quelle condition minimale d'isométrie permet d'affirmer que les triangles OAB et OCD sont isométriques ? Justifiez votre réponse.



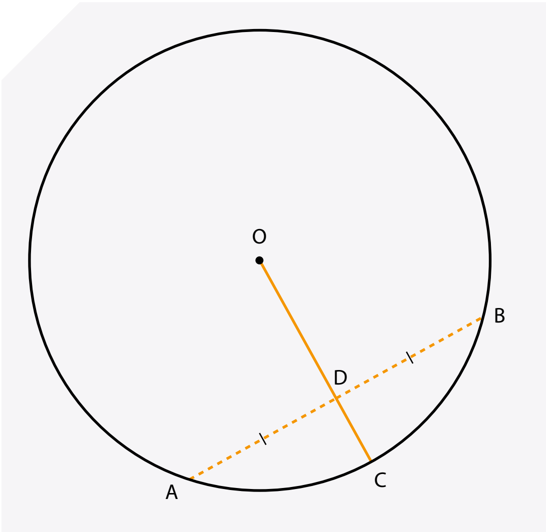
b) Déterminez la mesure de l'angle COD.

9 La structure d'un pont a la forme d'un trapèze isocèle. De plus, deux segments joignent le milieu de la grande base aux extrémités de la petite base.

a) Démontrez que les deux triangles à chaque extrémité du pont sont isométriques.

b) Démontrez que le triangle situé au centre est isocèle.

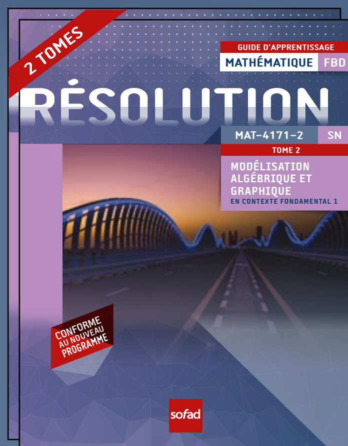
10 Dans le cercle ci-dessous, le rayon OC passe par le milieu de la corde AB. Démontrez que ce rayon est perpendiculaire à la corde.

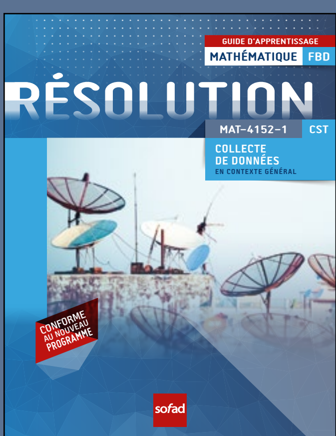


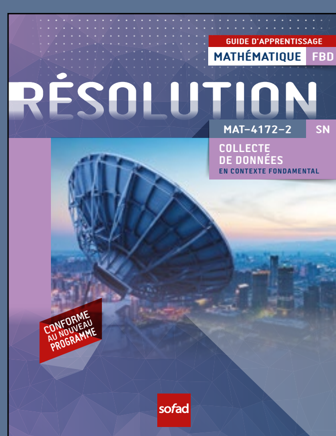
CORRIGÉ PAGE 259

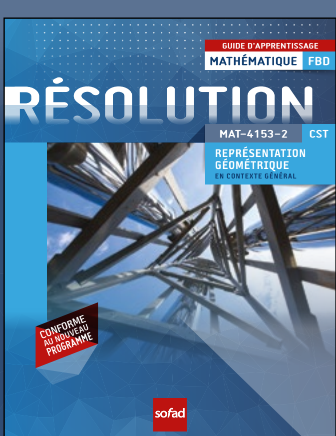
RÉSOLUTION

La collection **RÉSOLUTION** couvre l'ensemble des cours du programme de formation de base commune et diversifiée, dont les séquences *Culture, société et technique* (CST) et *Sciences naturelles* (SN) de 4e secondaire.









sofad

RÉSOLUTION propose une démarche d'apprentissage basée sur l'acquisition de tous les savoirs mathématiques prescrits en contexte de résolution de problèmes. La séquence d'apprentissages qui soutient cette approche est la suivante :

PRÉSENTATION D'UNE SITUATION–PROBLÈME

EXPLORATION DU PROBLÈME

→ APPROPRIATION DES SAVOIRS

→ RÉSOLUTION DU PROBLÈME

→ CONSOLIDATION DES APPRENTISSAGES

Le questionnement, à la fois inductif et déductif, donne un sens aux savoirs et aux stratégies à acquérir. Les guides d'apprentissage offrent une multitude d'exercices simples et de tâches plus complexes en réponse aux besoins exprimés par les apprenants et les enseignants. Des ressources supplémentaires sont aussi offertes sur le Portail Web du cours.

Composantes de la collection RÉSOLUTION :

- Guide d'apprentissage : version imprimée et PDF ;
- Guide synthèse d'enseignement (PDF) ;
- Capsules vidéo des situations-problèmes ;
- Activités TIC : GeoGebra, calculatrice graphique ;
- Activités notées ;
- Corrigés.

ISBN 978-2-89493-495-1

9 782894 934951

Imprimé au Québec

8518-01