GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4171-2 SN

TOME 2

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE

EN CONTEXTE FONDAMENTAL 1

CONFORME AU NOUVEAU PROGRAMME

sofad

GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4171-2 SN

TOME 2

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE

EN CONTEXTE FONDAMENTAL 1

sofad

Gestion de projets :
Nancy Mayrand
Isabelle Tanguay

Conception pédagogique :
Jean-Claude Hamel
Ronald Côté

Rédaction de contenus :
Jean-Claude Hamel
Nicole Perreault
Déborah Nadeau Parent
Jonathan Lafond
Eric Rouillard
Ronald Côté

Révision pédagogique :
Déborah Nadeau Parent
Jonathan Lafond

Révision docimologique :
Stephan Bertrand

Révision scientifique :
Hélène Décoste
Déborah Nadeau Parent

Révision linguistique :
Julie Doyon
Nadia Leroux
Johanne St-Martin

Conception graphique et couverture :
Mylène Choquette

Production et illustrations :
Alphatek

Lecture d'épreuves :
Marie-Pierre Beaudoin
Marie-Chantal Beaulieu
Jean-François Cardin
Laëtitia Gagnon
Eric Rouillard

Correction d'épreuves :
Ginette Choinière

Cet ouvrage est en partie financé par le ministère de l'Éducation, de l'Enseignement supérieur du Québec.

Dépôt légal – 2017
Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada
ISBN : 978-2-89493-666-5 (imprimé)
ISBN : 978-2-89493-667-2 (PDF)

Décembre 2017

Crédits photos
SHUTTERSTOCK
C1 © MarekKijevsky • p. 2 © Valery Bareta • p. 3h © oneinchpunch • p. 3b © Eugene Onischenki • p. 4 © Herbet Kratke • p. 7 © Stuart G Porter • p. 11 © Wang An Qi • p. 13 © TORWAISTUDIO • p. 20 © -strizh- • p. 26 © kovadenys • p. 30 © highstudio • p. 32 © Maurizio De Mattei • p. 34 © Stefan Holm • p. 37 © saicle • p. 41 © 2j architecture • p. 54 © echo3005 • p. 57 © phyZick • p. 59 © Deyan Denchev • p. 60 © Aspen Photo • p. 61 © EFKS • p. 64 © Andy Dean Photography • p. 69 © Click Bestselles • p. 75 © eurobanks • p. 76 © MasterQ • p. 88 © artjazz • p. 89 © AVS-Images • p. 91 © Mizio1970 • p. 92 © MinisrtyOfJoy • p. 93 © sirtravelalot • p. 94 © BGSmith • p. 96 © Aleksandra Suzi • p. 98 © Diego Cervo • p. 99h © REDPIXEL.PL • p. 99b © Chuck Rausin • p. 100 © AVD_88 • p. 102c © Lemberg Vector studio • p. 102b © RagingSaint • p. 105 © Lucie K • p. 106 © Capslock • p. 111© Petro Slyvchuk • p. 114 © ass29 • p. 120 © 32 pixels • p. 123 © Stanislav Lazarev • p. 124 © nazlisart • p. 125 © romakoma • p. 126 © Vadim Boussenko • p. 140 © Vadim Boussenko • p. 142 © James Kirkikis • p. 147 © Natinka • p. 149h © Zakharchuk • p. 149bd © Marika Eglite • p. 150 © Photos SS • p. 152h © nopporn0510 • © Mike Pellinni • p. 152bg © travellight • p. 152bd © Fer Gregory • p. 154 © cowardlion • p. 155h © esbobeldijk • p. 155b © alexandre zveiger • p. 156 © oriontrail • p. 165 © ff-photo • p. 172 © IADA • p. 176 © goodluz • p. 178c © ekler • p. 178b © SpeddKingz • p. 179 © Valua Vitaly • p. 180 © Sunflowerey • p. 187 © Halfpoint • p. 194 © meteera rerksadayut • p. 196 © thomas koch • p. 203h © Kzenon • p. 203b © Ruth Black • p. 205 © Potapov Alexander • p. 206 © RomanYa • p. 208 © dolomite-summits • p. 210 © Elena Elisseeva • p. 214 © Michaelpuche • p. 215 © Diego Cervo • p. 216 © Allen.G • p. 218 © Graham Corney • p. 220 © StockphotoVideo • p. 222 © BlueOrange Studio • p. 234 © Alexander Softog • p. 239 © Liu zisha • p. 241 © Maria Kazanova • p. 256 © phyZick • p. 258 © antishock • p. 261 © Maria Kazanova

ISTOCK
p. 167 © photomaru • p. 199 © tmeks • p. 202 © Jasmina007

CC-BY-SA
p. 95 © Jack ma

Légende : d = droite c = centre g = gauche
h = haut b = bas

Table des matières TOME 2

Cet aperçu contient :
- la table des matières;
- l'introduction;
- le chapitre 3.

PRÉSENTATION DU GUIDE D'APPRENTISSAGE

Bienvenue dans le guide d'apprentissage du cours ***Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1***. Ce cours, le premier de la séquence **Sciences Naturelles** en **4e secondaire**, a pour but de développer votre habileté à traiter des situations qui requièrent une représentation algébrique ou graphique exprimant une relation entre des quantités. À cette fin, vous serez amené à étudier trois nouvelles fonctions réelles, soit les fonctions :

- en escalier ;
- partie entière ;
- polynomiale du second degré.

Vous compléterez votre formation en approfondissant vos connaissances sur :

- les propriétés des droites dans un plan cartésien ;
- la résolution de systèmes d'équations ;
- les manipulations algébriques.

Vous serez amené à utiliser diverses stratégies de résolution afin de comprendre et de modéliser des situations-problèmes. Votre aptitude à déployer un raisonnement mathématique sera sollicitée. Puis, vous aurez à décrire vos démarches de résolution avec clarté et rigueur à l'aide du langage mathématique.

Vous êtes maintenant convié à réaliser les activités d'apprentissage qui vous sont proposées dans les trois chapitres de ce guide et à enrichir vos connaissances en algèbre.

Portailsofad.com

Sur portailsofad.com, des capsules vidéo, des activités TIC et des versions imprimables des ressources complémentaires au guide de la collection RÉSOLUTION vous accompagneront tout au long de vos apprentissages.

COMPOSANTES D'UN CHAPITRE

La démarche d'apprentissage proposée dans un chapitre permet de progresser en réinvestissant les apprentissages réalisés d'une section à l'autre. Le schéma qui suit illustre cette démarche et précise l'intention pédagogique de chacune des sections.

OUVERTURE DU CHAPITRE

La première page décrit le contexte et la thématique qui serviront de trame de fond à l'acquisition des nouveaux savoirs abordés dans le chapitre.

CHAPITRE 3

Les fonctions polynomiales du second degré

Modéliser des performances sportives

La pratique d'un sport contribue de façon importante au bien-être et à la santé de tous. Le sport de compétition, par exemple, permet à ceux et à celles qui s'y adonnent de se fixer des objectifs et de se dépasser. Aux plus hauts niveaux sportifs, où tout se joue en fractions de seconde et en centimètres, la compréhension des lois physiques et du fonctionnement du corps humain peut jouer un rôle essentiel dans la victoire ou la défaite. Ce n'est donc pas surprenant que les sciences et les mathématiques trouvent de multiples applications dans le domaine sportif. Ce chapitre vous amène à modéliser le mouvement d'un athlète ou la trajectoire d'un ballon à l'aide d'une fonction et à analyser l'effet d'une modification de certaines variables sur les résultats souhaités. Puisque les trajectoires que vous étudierez sont paraboliques, vous acquerrez de nouvelles connaissances sur les fonctions polynomiales du second degré.

CHAPITRE 3

Une table des matières accompagne cette première page. Les savoirs à acquérir y sont présentés pour chacune des *Situations*, ainsi que le thème des situations-problèmes.

SITUATIONS

De manière générale, il y a deux *Situations* d'apprentissage par chapitre. La démarche proposée dans ces situations permet d'acquérir de nouveaux savoirs et de développer des compétences mathématiques dans des contextes réels, réalistes ou purement mathématiques.

SITUATION 3.1

LA FORME CANONIQUE $f(x) = a(x - h)^2 + k$

SITUATION 3.2

LA FORME GÉNÉRALE $f(x) = ax^2 + bx + c$
LA FORME FACTORISÉE $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Le lancer de la victoire

Au basketball, un panier réussi peut valoir 2 ou 3 points, selon la distance qui sépare le tireur ou la tireuse du panier adverse. On accorde 3 points si le ballon est lancé à partir d'un point situé à au moins 6,75 m du panier.

Lors d'un match de basketball télévisé, alors qu'il ne reste que 2 s de jeu, l'équipe de Bélinda, qui perd par 2 points, récupère le ballon. Décochant ensuite un tir foudroyant, Bélinda enfile un panier de 3 points, procurant ainsi une victoire spectaculaire à son équipe.

Voici le plan d'un terrain de basketball.

Dans une émission d'après-match, un commentateur affirme que Bélinda a accompli un véritable exploit en marquant ce panier, car elle se situait *au milieu de la moitié* du terrain attribuée à son équipe lorsqu'elle a effectué son tir. Afin de vérifier les dires du commentateur, on a reconstitué, à l'aide de trois photos prises en rafale, une partie de la trajectoire du ballon lancé par Bélinda.

Comme le montre ce schéma, la trajectoire du ballon s'amorce à une hauteur de 2,4 m, puis le ballon atteint 4 m de hauteur après avoir subi un déplacement de 2 m en direction du panier. À la suite d'un déplacement additionnel de 2 m, le ballon se trouve à 5,2 m de hauteur.

Si on néglige la résistance de l'air, on peut supposer que la trajectoire complète du ballon a la forme d'une parabole. Dans ces conditions, les trois positions connues du ballon permettent de modéliser sa trajectoire à l'aide d'une fonction dont la règle s'énonce ainsi :

$$h(x) = {}^{-}0{,}05x^2 + 0{,}9x + 2{,}4.$$

Dans cette règle, x représente la distance du déplacement horizontal du ballon (m) et $h(x)$, la hauteur atteinte par le ballon (m).

TÂCHE Afin de vérifier l'affirmation du commentateur, déterminez à quelle distance du panier adverse se trouvait Bélinda lorsqu'elle a effectué son lancer.

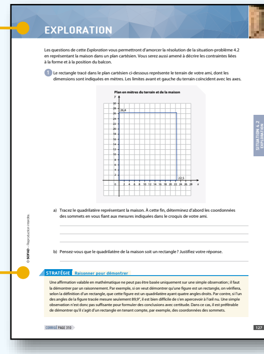
TABLE DES MATIÈRES

PHASES D'UNE SITUATION

SITUATION–PROBLÈME

Liée au thème principal du chapitre, cette page décrit brièvement le contexte de la situation-problème, ainsi que les données nécessaires à sa résolution.

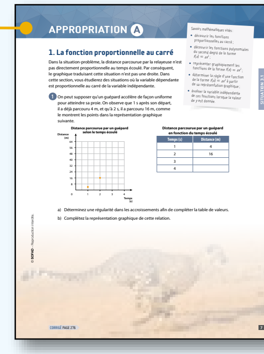
Un encadré décrit la tâche que vous aurez à réaliser plus loin dans la section *Résolution*. Cette tâche est le point de départ vous permettant d'acquérir de nouveaux savoirs en vue de résoudre la situation-problème.



EXPLORATION

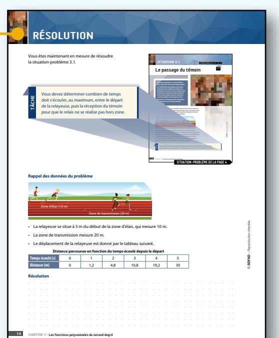
Cette section vous invite à analyser les données de la situation-problème, à déterminer les savoirs que vous possédez et ceux que vous devez acquérir pour réaliser la tâche.

Son questionnement vous guidera vers une stratégie de résolution de problème.



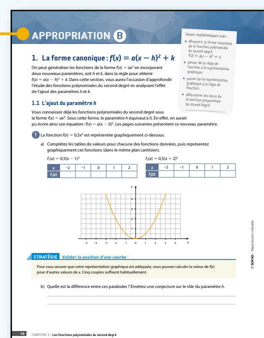
APPROPRIATION A

C'est ici que sont assimilés les savoirs nécessaires pour résoudre la situation-problème. Chaque *Appropriation* stimule la réflexion avant la présentation de nouveaux savoirs mathématiques.



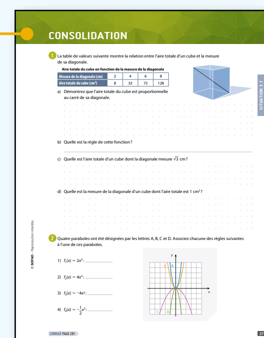
RÉSOLUTION

Arrivé à cette section, vous devriez avoir acquis toutes les connaissances et les stratégies essentielles à la résolution de la situation-problème énoncée au début de la situation.



APPROPRIATION B

Dans cette deuxième appropriation, vous acquerrez de nouveaux savoirs prescrits au programme en lien avec ceux vus dans l'*Appropriation A*.



CONSOLIDATION

Cette section vous permettra de consolider les savoirs mathématiques acquis dans les *Appropriations A* et *B*. Tout comme la section *Intégration*, cette *Consolidation* permet aussi de développer les compétences mathématiques.

EN FIN DE CHAPITRE...

SAVOIRS EN RÉSUMÉ

Cette section résume tous les savoirs *À retenir* sous forme de phrases trouées. On vous invite à écrire les informations manquantes.

INTÉGRATION

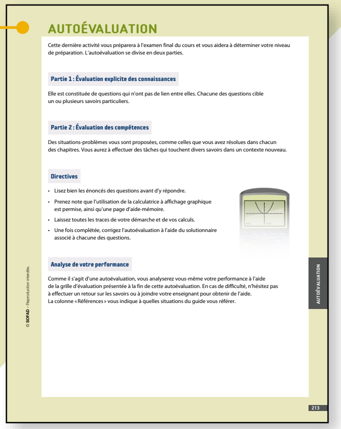
Dans cette section comprenant des exercices et des situations complexes, vous devrez appliquer les savoirs vus dans ce chapitre.

SAÉ

La *SAÉ* est une tâche complexe élaborée selon le modèle des évaluations de sanction. Elle est accompagnée d'une grille d'évaluation des compétences.

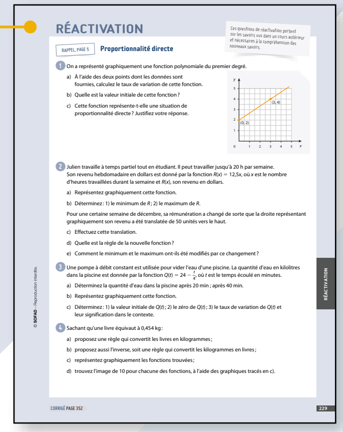
TABLE DES MATIÈRES

COMPLÉMENTS



AUTOÉVALUATION

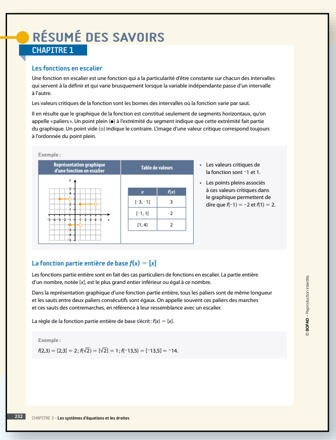
Une *Autoévaluation* est présentée en première partie de ces *Compléments* dans le Tome 2. Elle permet d'évaluer vos connaissances acquises et les compétences mathématiques développées tout au long du cours. Vous pourrez ainsi déterminer les savoirs que vous maîtrisez et ceux pour lesquels une révision s'impose avant de passer à l'*Activité notée synthèse*.



RÉACTIVATION

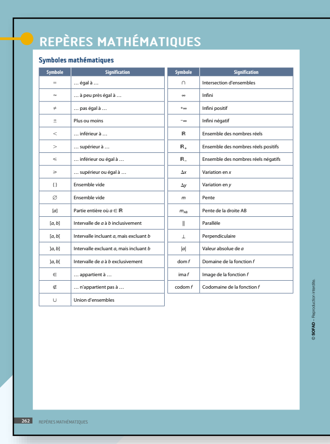
Au cours des *Situations*, vous croiserez des rubriques *Rappel* présentant des savoirs vus dans un cours antérieur et nécessaires à la compréhension du nouveau savoir ou à la résolution de la situation en cours.

Cette *Réactivation* permettra de réviser, à l'aide d'exercices, les règles et les concepts mathématiques qui font l'objet d'un *Rappel*.



RÉSUMÉ DES SAVOIRS

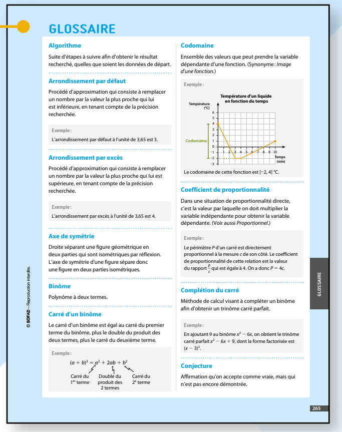
C'est dans cette section que la version complète des *Savoirs en résumé* se situe. Une version imprimable est aussi disponible en ligne.



REPÈRES MATHÉMATIQUES

Dans cette section, on présente des symboles mathématiques utilisés dans le guide et certaines abréviations d'unités de mesure. Des formules mathématiques en rappel y sont aussi offertes.

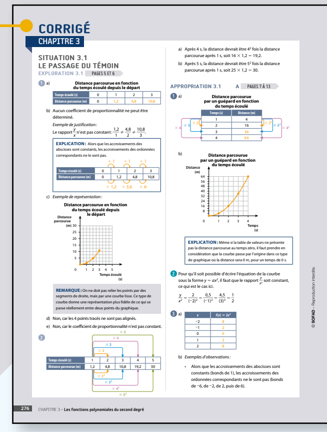
TABLE DES MATIÈRES



GLOSSAIRE

GLOSSAIRE

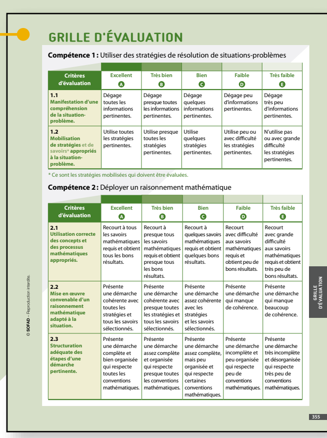
Les mots et expressions **écrits en bleu** dans le texte courant sont définis dans le *Glossaire*.



CORRIGÉ

CORRIGÉ

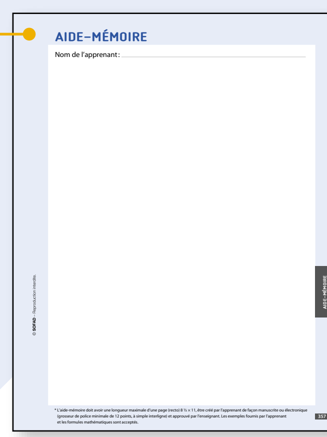
Vers la fin du guide, vous repérerez le *Corrigé*. Il a été conçu non seulement pour valider vos réponses, mais aussi pour vous accompagner dans vos apprentissages. Il contient les réponses aux questions, des explications détaillées sur la démarche ou le raisonnement à mettre en œuvre.



GRILLE D'ÉVALUATION

GRILLE D'ÉVALUATION

Une *Grille d'évaluation* des compétences vous est offerte à la fin du guide. À la suite de la résolution d'une *SAÉ*, vous êtes invité à vous évaluer à l'aide de cette grille. Vous pourrez alors compléter la version abrégée située dans le bas de chaque *SAÉ*.



AIDE-MÉMOIRE

AIDE-MÉMOIRE

Vous pouvez vous constituer un aide-mémoire. Une feuille détachable est prévue à cet effet à la fin du guide dans le Tome 2. Il vous est permis d'utiliser cet aide-mémoire lors de l'épreuve finale.

TABLE DES MATIÈRES

RUBRIQUES ET PICTOGRAMMES

LA FONCTION DÉFINIE PAR PARTIES*

Réfère , s'il y a lieu, à un savoir facultatif. Il est reconnaissable par son fond tramé plus pâle.

Invite à visionner une capsule vidéo portant sur la situation-problème.

TÂCHE

Vous devez déterminer la règle de la fonction qui permet d'arrondir…

Présente la tâche à exécuter dans le cadre de votre situation-problème.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 138, NUMÉROS 1 À 3

La représentation des…

Une fonction est une relation…

Exemple :

L'intervalle des nombres de 2…

Réfère à des connaissances que vous avez acquises dans des cours antérieurs et à des exercices de réactivation en lien avec ce *Rappel*.

À RETENIR

Les fonctions en escalier

Une fonction en escalier est une…

Exemple :

L'intervalle des nombres de 2…

Présente les savoirs mathématiques que vous devez maîtriser. Ce sont les savoirs prescrits par le programme d'étude.

STRATÉGIE Se donner des…

Lorsqu'on cherche à analyser une situation fonctionnelle, il est très utile…

Présente des stratégies de résolution de problème qui peuvent s'appliquer dans diverses situations.

LE SAVIEZ-VOUS ?

L'invention des points pleins et des points vides vient du fait qu'il est…

Permet de découvrir des notes historiques et culturelles liées aux concepts mathématiques à l'étude.

ASTUCE

En étudiant les valeurs critiques d'une fonction partie entière, il est plus facile d'avoir une vision d'ensemble…

Propose une astuce qui simplifie le travail ou offre une façon différente de traiter le problème ou d'appliquer le concept à l'étude.

ATTENTION !

Assurez-vous que les intervalles qui délimitent les parties de la fonction dans votre règle sont bien…

Met en garde sur des pièges à éviter ou des exceptions qui peuvent s'appliquer au concept à l'étude.

TIC

L'activitéTIC 1.1.2 vous permettra d'observer l'effet des changements aux paramètres *a* et *b* sur la représentation graphique d'une fonction. Cette activité est…

Incite à effectuer une activité en ligne (GeoGebra ou calculatrice à affichage graphique) qui vous fera explorer la notion travaillée en utilisant des outils technologiques.

ACTIVITÉ NOTÉE

Vous devez maintenant effectuer l'activité notée 1. Elle est accessible sur le site du cours…

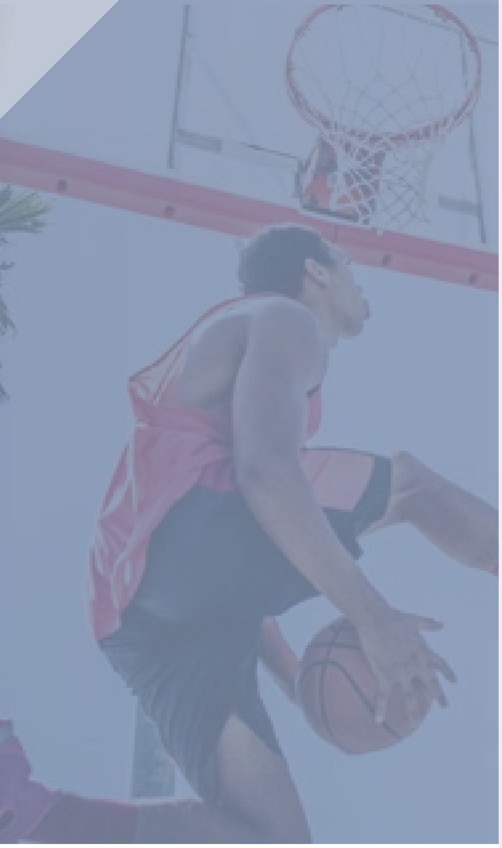
Indique que vous êtes prêt à effectuer l'*Activité notée* prévue pour valider votre compréhension en cours d'apprentissage. L'*Activité notée synthèse* se fait, quant à elle, à la toute fin du cours. Ces activités sont présentées dans des fascicules séparés du guide. Une fois complétée, vous devrez remettre votre travail à votre enseignant ou à votre tuteur qui vous fournira une rétroaction à la suite de sa correction.

Les fonctions polynomiales du second degré

Modéliser des performances sportives

La pratique d'un sport contribue de façon importante au bien-être et à la santé de tous. Le sport de compétition, par exemple, permet à ceux et à celles qui s'y adonnent de se fixer des objectifs et de se dépasser. Aux plus hauts niveaux sportifs, où tout se joue en fractions de seconde et en centimètres, la compréhension des lois physiques et du fonctionnement du corps humain peut jouer un rôle essentiel dans la victoire ou la défaite. Ce n'est donc pas surprenant que les sciences et les mathématiques trouvent de multiples applications dans le domaine sportif. Ce chapitre vous amène à modéliser le mouvement d'un athlète ou la trajectoire d'un ballon à l'aide d'une fonction et à analyser l'effet d'une modification de certaines variables sur les résultats souhaités. Puisque les trajectoires que vous étudierez sont paraboliques, vous acquerrez de nouvelles connaissances sur les fonctions polynomiales du second degré.

CHAPITRE 3



SITUATION 3.1

LA FORME CANONIQUE $f(x) = a(x - h)^2 + k$

SITUATION 3.2

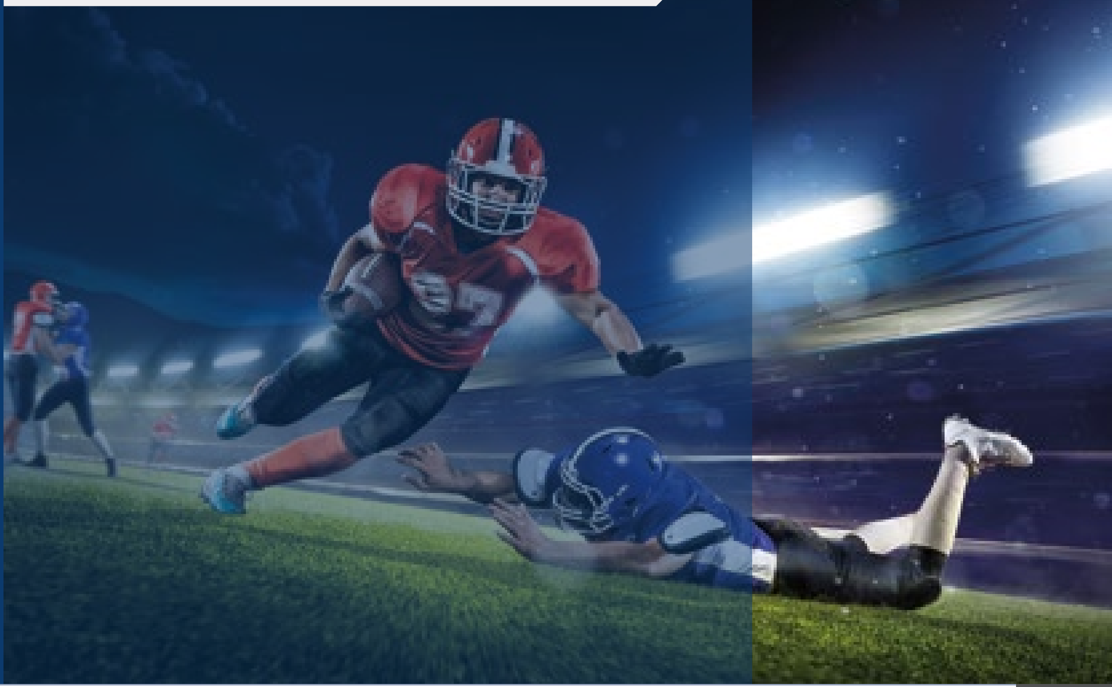
LA FORME GÉNÉRALE $f(x) = ax^2 + bx + c$

LA FORME FACTORISÉE $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

SITUATION 3.3

LA RÉSOLUTION D'INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

SAÉ

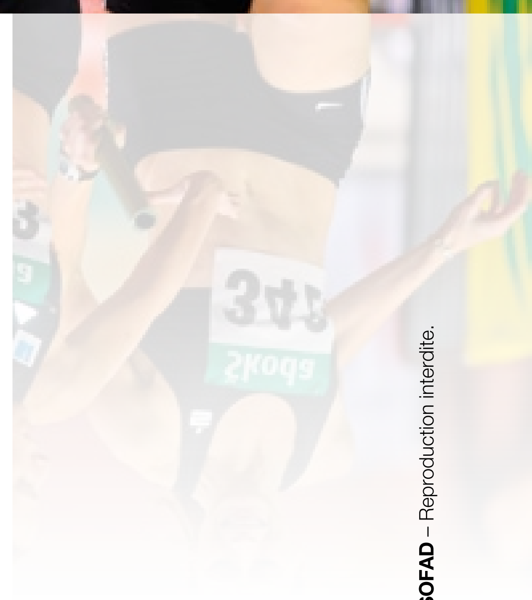


SITUATION 3.1

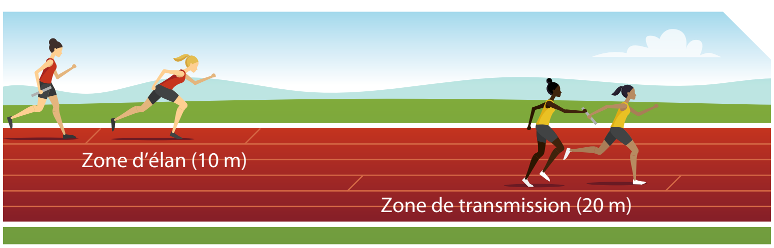
SP 3.1

Le passage du témoin

Aux Jeux olympiques, le relais féminin 4 fois 100 m est une course spectaculaire où s'affrontent des équipes nationales composées des meilleures sprinteuses du monde. Durant la course, chaque relais constitue un moment crucial. Le témoin (c'est-à-dire le bâton que les coureuses se transmettent) ne doit jamais cesser d'avancer ; c'est pourquoi les relayeuses commencent à courir bien avant de le recevoir.



Pour transmettre le témoin, les athlètes disposent d'une zone d'élan de 10 m, à l'intérieur de laquelle elles amorcent leur course, puis d'une zone de transmission de 20 m, à l'intérieur de laquelle le passage du témoin doit se réaliser sans quoi l'équipe est disqualifiée.



Lors d'une course à relais, la relayeuse attend au milieu de la zone d'élan, à 5 m de la zone de transmission. Lorsque la coureuse précédente est assez près, la relayeuse se met à courir en augmentant graduellement sa vitesse. Son accélération est telle qu'après 1 s, l'athlète se trouve à 1,2 m de son point de départ ; après 2 s, elle est à 4,8 m, et après 3 s, à 10,8 m. Cette phase d'accélération ne dure pas plus de 5 s.

TÂCHE

Vous devez déterminer combien de temps doit s'écouler, au maximum, entre le départ de la relayeuse, puis la réception du témoin pour que le relais ne se réalise pas hors zone.

EXPLORATION

Les questions de cette activité d'exploration vous aideront à mieux cerner les liens entre les données de la situation-problème. Vous aurez à préciser la relation particulière qui existe entre les variables et vous réviserez le concept de proportionnalité.

1 a) À partir de la description de la situation présentée, complétez la table de valeurs suivante.

Distance parcourue en fonction du temps écoulé depuis le départ

Temps écoulé (s)	0	1	2	3
Distance parcourue (m)	0			

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 229, NUMÉRO 1

La proportionnalité directe

Une variable y est **directement proportionnelle** à une variable x si le rapport $\frac{y}{x}$ est une constante.

- L'équation d'une relation de proportionnalité directe s'écrit sous la forme $y = ax$, où a est le **coefficient de proportionnalité**.
- Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du plan cartésien.

Exemple :

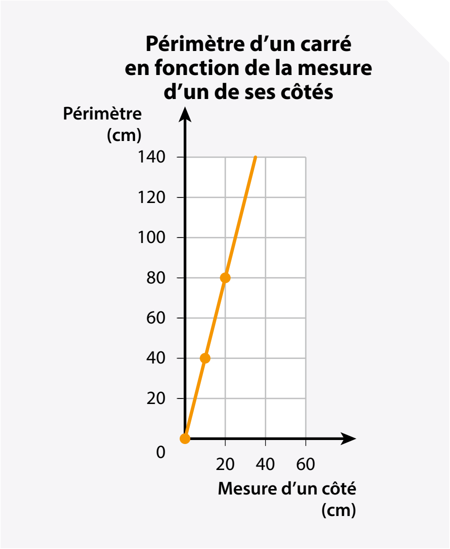
Considérez la relation représentée par $P = 4c$.

Table de valeurs

Périmètre d'un carré en fonction de la mesure d'un de ses côtés

	Mesure du côté (cm)	Périmètre (cm)	
	5	20	
+ 5	10	40	+ 20
+ 5	15	60	+ 20
+ 5	20	80	+ 20

Représentation graphique



REMARQUE : Un accroissement constant de la variable x est accompagné d'un accroissement constant de la variable y.

TABLE DES MATIÈRES | CORRIGÉ

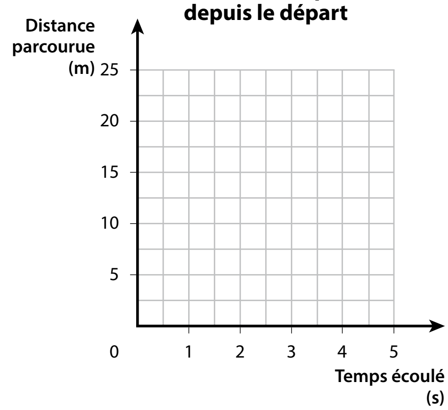
STRATÉGIE Représenter un problème à l'aide d'une table de valeurs

Représenter les données dans une table de valeurs permet de mieux comprendre la relation qui s'établit entre les variables. N'hésitez pas à utiliser ce mode de représentation mathématique pour décoder efficacement une situation-problème.

b) Déterminez, s'il y a lieu, le coefficient de proportionnalité. Sinon, expliquez les raisons de son absence.

c) À partir de la table de valeurs de la page précédente, représentez graphiquement la distance parcourue en fonction du temps écoulé.

Distance parcourue en fonction du temps écoulé depuis le départ



d) La courbe du graphique est-elle une droite ? Justifiez votre réponse.

e) S'agit-il d'une situation de proportionnalité directe ? Justifiez votre réponse.

2 À partir de la table de valeurs de la page précédente, on remarque qu'en doublant le temps écoulé (en passant de 1 à 2 s, par exemple), la distance parcourue est multipliée par 4, soit 2^2, puis en triplant le temps écoulé, la distance est multipliée par 9, soit 3^2. En suivant la même régularité, trouvez la distance parcourue après les laps de temps suivants.

Distance parcourue en fonction du temps écoulé depuis le départ

Temps écoulé (s)	1	2	3	4	5
Distance parcourue (m)					

a) Après 4 s :

b) Après 5 s :

De ces observations, on peut affirmer que lorsqu'un objet, initialement immobile, accélère uniformément dans une direction, son déplacement semble être **proportionnel au carré** du temps écoulé. Ces situations se traduisent alors par une fonction du second degré. Dans l'activité d'appropriation qui suit, vous découvrirez les propriétés de ce type de fonction, qui vous seront utiles pour résoudre la situation-problème.

APPROPRIATION A

Savoirs mathématiques visés :

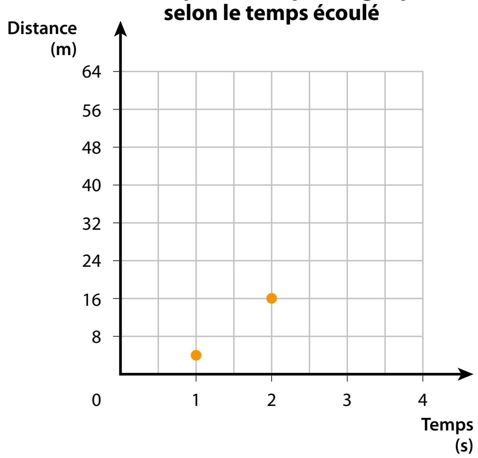
- découvrir les fonctions proportionnelles au carré ;
- découvrir les fonctions polynomiales du second degré de la forme $f(x) = ax^2$;
- représenter graphiquement les fonctions de la forme $f(x) = ax^2$;
- déterminer la règle d'une fonction de la forme $f(x) = ax^2$ à partir de sa représentation graphique ;
- évaluer la variable indépendante de ces fonctions lorsque la valeur de y est donnée.

1. La fonction proportionnelle au carré

Dans la situation-problème, la distance parcourue par la relayeuse n'est pas directement proportionnelle au temps écoulé. Par conséquent, le graphique traduisant cette situation n'est pas une droite. Dans cette section, vous étudierez des situations où la variable dépendante est proportionnelle au carré de la variable indépendante.

1 On peut supposer qu'un guépard accélère de façon uniforme pour atteindre sa proie. On observe que 1 s après son départ, il a déjà parcouru 4 m, et qu'à 2 s, il a parcouru 16 m, comme le montrent les points dans la représentation graphique suivante.

Distance parcourue par un guépard selon le temps écoulé



Distance parcourue par un guépard en fonction du temps écoulé

Temps (s)	Distance (m)
1	4
2	16
3	
4	

a) Déterminez une régularité dans les accroissements afin de compléter la table de valeurs.

b) Complétez la représentation graphique de cette relation.

À RETENIR

La fonction proportionnelle au carré

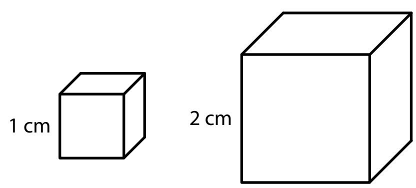
On reconnaît que la variable dépendante y est **proportionnelle au carré** de la variable indépendante x si le produit de la valeur de x par un nombre a pour effet de multiplier la valeur de y par le carré de ce nombre.

Une telle relation possède les caractéristiques suivantes :

- le rapport $\frac{y}{x^2}$ est constant ;
- si a représente ce rapport constant, alors l'équation de la relation peut s'écrire sous la forme $y = ax^2$.

Exemple :

L'aire totale d'un cube (A) est proportionnelle au carré de la mesure de son arête (c).



Le rapport $\frac{A}{c^2}$ est constant : $\frac{6}{1^2} = \frac{24}{2^2} = 6$.

Équation : $A = 6c^2$.

Aire totale d'un cube selon la mesure de son arête

Mesure de l'arête (cm)	Aire totale du cube (cm^2)
1	6
2	24
3	54
4	96

$\times 2$, $\times 3$, $\times 4$

$\times 2^2$, $\times 3^2$, $\times 4^2$

ASTUCE

Dans une situation de proportionnalité au carré, une variation constante de la variable indépendante doit nécessairement correspondre à un accroissement constant dans la variation de la variable dépendante.

Cette propriété permet de vérifier que la table est bien construite.

Exemple :

Aire totale d'un cube selon la mesure de son arête

Mesure de l'arête (cm)	Aire totale du cube (cm^2)
1	6
2	24
3	54
4	96

L'accroissement de la mesure de l'arête est de 1 cm.

$+ 1$, $+ 1$, $+ 1$

$+ 18$, $+ 30$, $+ 42$

$+ 12$, $+ 12$

L'accroissement de l'aire totale augmente selon une régularité de 12 cm^2.

REMARQUE : Cette propriété est vraie pour toute relation proportionnelle au carré. Mais la réciproque n'est pas toujours vraie : une relation ayant cette propriété n'est pas nécessairement proportionnelle au carré.

EXERCEZ-VOUS

2 L'équation d'une courbe qui passe par les couples $(^-2, 2)$, $(^-1; 0{,}5)$ et $(3; 4{,}5)$ s'écrit-elle sous la forme $y = ax^2$? Justifiez votre réponse.

. . . .

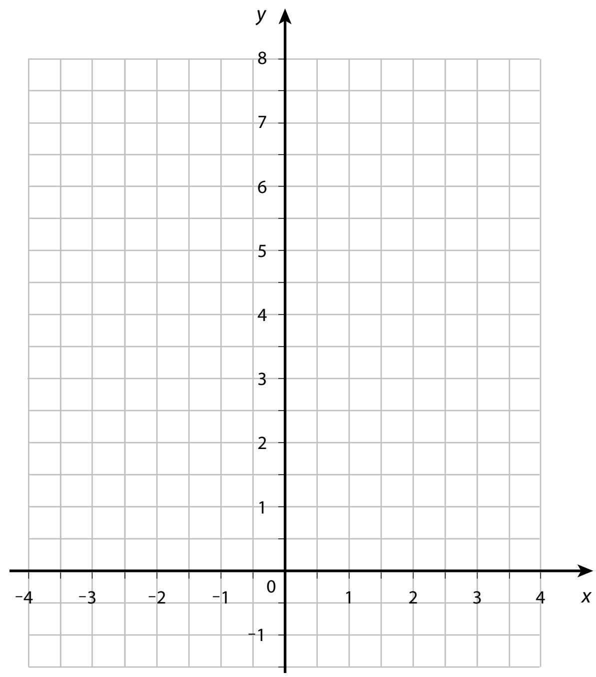
. . . .

2. Les fonctions polynomiales de la forme $f(x) = ax^2$

Contrairement à ce qui se passe dans une situation de proportionnalité au carré, les variables liées par une fonction de la forme $f(x) = ax^2$ ne sont pas nécessairement positives. La variable indépendante x peut prendre n'importe quelle valeur dans l'ensemble des nombres réels, y compris des valeurs négatives. Quel effet cela peut-il produire sur le graphique de la fonction ? C'est ce que vous allez maintenant découvrir.

3 a) Complétez la table de valeurs suivante.

x	$f(x) = 2x^2$
−2	
−1	
0	
1	
2	



b) Qu'observez-vous par rapport à l'accroissement des abscisses et des ordonnées ? Formulez au moins une observation.

c) Représentez cette situation graphiquement.

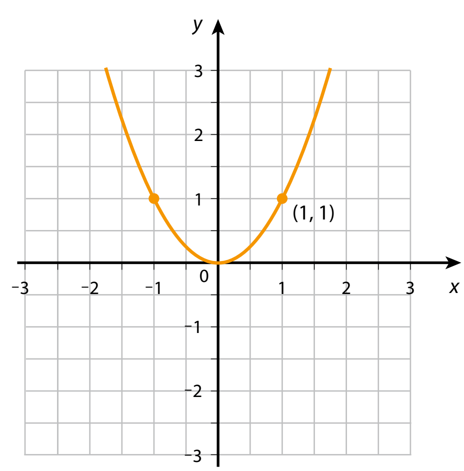
d) Qu'observez-vous par rapport à la courbe dans le graphique ? Donnez au moins deux observations.

4 Dans le plan cartésien ci-dessous, on a représenté graphiquement la fonction de base $f(x) = x^2$.

En utilisant d'autres couleurs, représentez graphiquement dans le même plan cartésien les fonctions transformées suivantes.

a) $f_1(x) = 2x^2$ b) $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2$ c) $f_3(x) = -x^2$

Dans chaque cas, déterminez d'abord la valeur de la fonction pour x, égal à −1, 0 et 1, puis placez les points correspondants dans le plan cartésien.



CORRIGÉ PAGE 276

5 À partir des représentations graphiques obtenues précédemment, que pouvez-vous dire sur les propriétés suivantes ?

a) L'axe de symétrie des trois courbes : ____________________

b) Le sommet des trois paraboles : ____________________

c) Le domaine des trois fonctions : ____________________

d) L'image des trois fonctions : ____________________

____

e) L'ouverture de la parabole : ____________________

6 À partir de vos observations, émettez une conjecture sur le rôle joué par le paramètre *a*.

____

____

À RETENIR

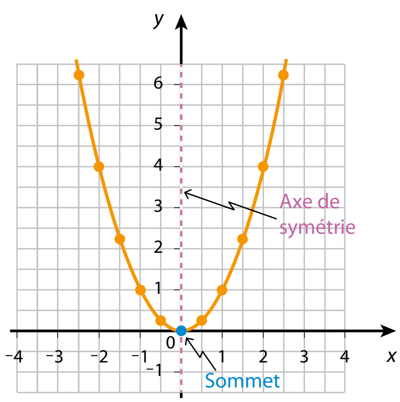
Les caractéristiques d'une parabole

Une **parabole** se caractérise par sa courbe symétrique et son **sommet**, soit le seul point de la courbe situé sur l'**axe de symétrie**.

Une parabole modélisant une **fonction polynomiale** du second degré de la forme $f(x) = ax^2$ a les caractéristiques suivantes :

- son axe de symétrie coïncide avec l'axe des ordonnées, soit à $x = 0$;
- son sommet se situe aux coordonnées (0, 0) ;
- son domaine est l'ensemble des nombres réels ($\mathbb{R}$).

Exemple :



L'effet du paramètre *a* sur le graphique

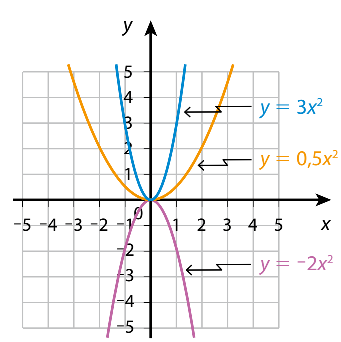
Le paramètre *a* agit sur l'ouverture de la parabole.

- **Si $a > 0$**, la parabole est ouverte vers le haut, ce qui signifie que l'image de *f* est $[0, +\infty[$.
- **Si $a < 0$**, la parabole est ouverte vers le bas, ce qui signifie que l'image de *f* est $]-\infty, 0]$.

La valeur de *a*

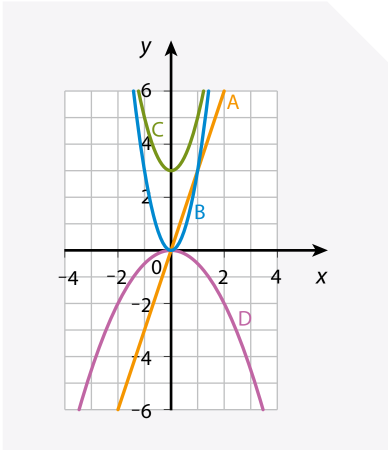
- Plus la valeur du paramètre *a* s'approche de zéro, plus l'ouverture de la parabole est grande.
- Plus la valeur de *a* s'éloigne de zéro (dans les valeurs positives ou négatives), plus l'ouverture de la parabole est petite.

Exemple :



EXERCEZ-VOUS

7 Parmi les courbes suivantes, lesquelles modélisent une **fonction quadratique** de la forme $f(x) = ax^2$? Justifiez votre réponse.



ATTENTION !

Il est d'usage de dire *fonction quadratique* pour parler d'une fonction polynomiale du second degré, comme on utilise *fonction constante* pour désigner une fonction polynomiale de degré 0. L'adjectif *quadratique* signifie « qui se rapporte au carré ».

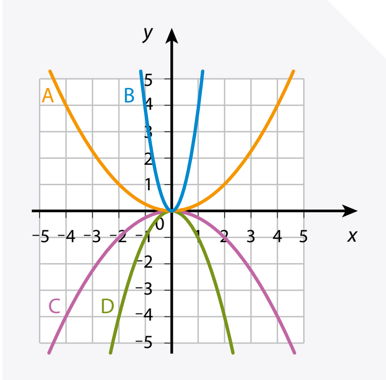
8 Quatre paraboles ont été désignées par les lettres A, B, C et D. Associez chacune des règles suivantes à l'une de ces paraboles.

1) $f_1(x) = 4x^2$

2) $f_2(x) = \frac{1}{4}x^2$

3) $f_3(x) = -\frac{1}{4}x^2$

4) $f_4(x) = -x^2$



TIC L'activité TIC 3.1.1 vous permettra d'observer l'effet du paramètre a sur le graphique d'une fonction à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

CORRIGÉ PAGE 277

TABLE DES MATIÈRES CORRIGÉ

4. Déterminer la règle d'une fonction à partir de sa représentation graphique

Vous êtes maintenant en mesure de représenter graphiquement, à partir de sa règle, une fonction polynomiale du second degré de la forme $f(x) = ax^2$. En outre, il est relativement simple de faire l'inverse, c'est-à-dire obtenir la règle à partir du graphique.

9 Considérez la parabole ci-contre.

a) Quelles sont les coordonnées du sommet ? __________

b) Que pouvez-vous conclure sur la forme de la règle de sa fonction ?

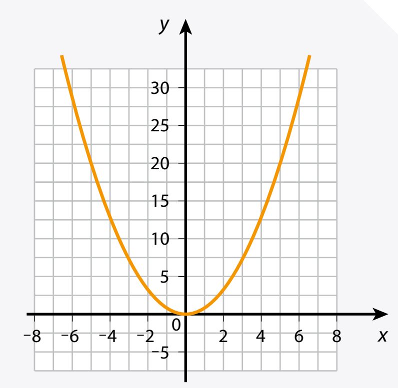
____

c) Déterminez les coordonnées d'un autre point sur la parabole.

____

d) Quel est le rapport constant a ? __________

e) Quelle est l'équation de la parabole ? __________



ASTUCE

En isolant le paramètre a dans la règle $f(x) = ax^2$, on obtient le rapport constant $a = \frac{f(x)}{x^2}$.

À RETENIR

Déterminer la règle d'une fonction à partir de sa représentation graphique

Pour déterminer si la règle est de la forme $f(x) = ax^2$ à partir de la représentation graphique, il faut :

- s'assurer que le sommet de la parabole passe par l'origine, soit par (0, 0) ;
- calculer la valeur du paramètre a à l'aide d'un autre point sur la parabole.

Exemple :

Considérez la fonction quadratique suivante.

- Le sommet de cette parabole se trouve à l'origine. La règle est donc de la forme $f(x) = ax^2$.
- La courbe passe aussi par (2, 2).

En substituant ces coordonnées dans la règle, on obtient :

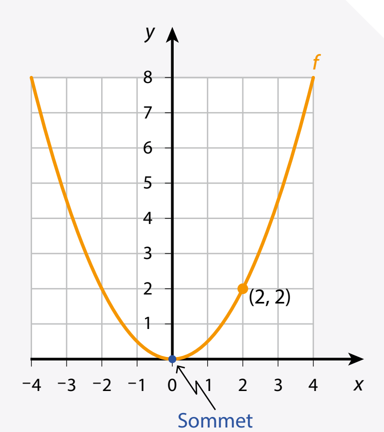
$2 = a(2)^2$

$2 = 4a$

$a = \frac{2}{4}$

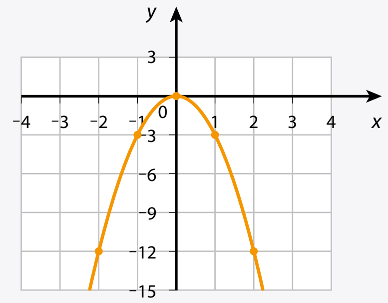
$a = 0,5$

La règle est donc $f(x) = 0,5x^2$.



EXERCEZ-VOUS

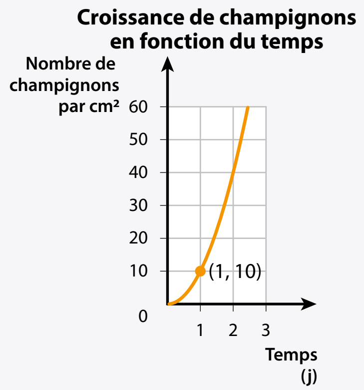
10 a) Déterminez la règle de la fonction représentée dans le graphique ci-contre.



b) À partir de la règle de cette fonction, déterminez la valeur de l'ordonnée lorsque les abscisses valent −5 et 4.

c) À partir de la règle de cette fonction, déterminez la valeur de l'abscisse lorsque l'ordonnée vaut −48.

11 Dans un laboratoire, on cultive des champignons microscopiques dans le but d'évaluer leur potentiel pour la fabrication d'un vaccin. Chaque jour, une technicienne estime leur nombre par centimètre carré. À partir de la représentation graphique ci-contre, déterminez la règle de la fonction qui modélise cette situation et calculez le nombre de champignons qui auront poussé par centimètre carré au bout de 6 jours d'expérimentation.



Cette *Appropriation A* vous a permis de vous familiariser avec la fonction polynomiale du second degré de la forme $f(x) = ax^2$ et la fonction proportionnelle au carré. Vous êtes maintenant en mesure de résoudre la situation-problème 3.1 *Le passage du témoin*.

CORRIGÉ PAGE 278

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

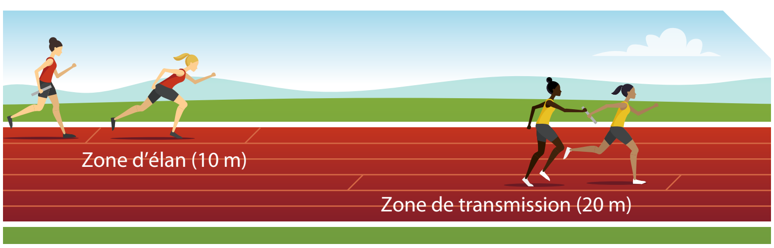
RÉSOLUTION

Vous êtes maintenant en mesure de résoudre la situation-problème 3.1.

TÂCHE

Vous devez déterminer combien de temps doit s'écouler, au maximum, entre le départ de la relayeuse, puis la réception du témoin pour que le relais ne se réalise pas hors zone.

Rappel des données du problème



- La relayeuse se situe à 5 m du début de la zone d'élan, qui mesure 10 m.
- La zone de transmission mesure 20 m.
- Le déplacement de la relayeuse est donné par le tableau suivant.

Distance parcourue en fonction du temps écoulé depuis le départ

Temps écoulé (s)	0	1	2	3	4	5
Distance (m)	0	1,2	4,8	10,8	19,2	30

Résolution

Résolution (*suite*)

Réponse :

CORRIGÉ PAGE 278

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

APPROPRIATION B

Savoirs mathématiques visés :

- découvrir la forme canonique de la fonction polynomiale du second degré $f(x) = a(x - h)^2 + k$;
- passer de la règle de fonction à la représentation graphique ;
- passer de la représentation graphique à la règle de fonction ;
- déterminer les zéros de la fonction polynomiale du second degré.

1. La forme canonique : $f(x) = a(x - h)^2 + k$

On peut généraliser les fonctions de la forme $f(x) = ax^2$ en incorporant deux nouveaux paramètres, soit h et k, dans la règle pour obtenir $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Dans cette section, vous aurez l'occasion d'approfondir l'étude des fonctions polynomiales du second degré en analysant l'effet de l'ajout des paramètres h et k.

1.1 L'ajout du paramètre *h*

Vous connaissez déjà les fonctions polynomiales du second degré sous la forme $f(x) = ax^2$. Sous cette forme, le paramètre h équivaut à 0. En effet, on aurait pu écrire ainsi son équation : $f(x) = a(x - 0)^2$. Les pages suivantes présentent ce nouveau paramètre.

1 La fonction $f(x) = 0{,}5x^2$ est représentée graphiquement ci-dessous.

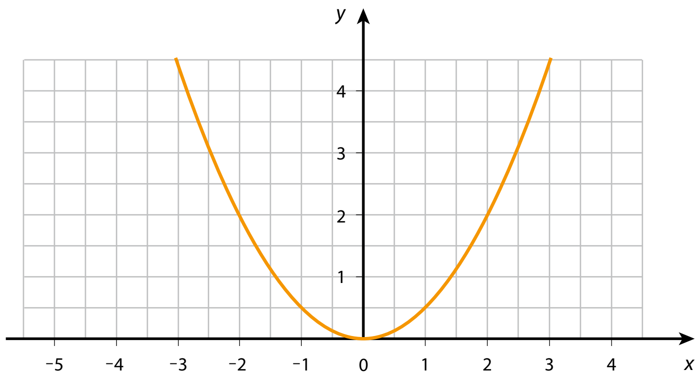
a) Complétez les tables de valeurs pour chacune des fonctions données, puis représentez graphiquement ces fonctions (dans le même plan cartésien).

$f_1(x) = 0{,}5(x - 1)^2$

x	−2	−1	0	1	2
$f_1(x)$					

$f_2(x) = 0{,}5(x + 2)^2$

x	−2	−1	0	1	2
$f_2(x)$					



STRATÉGIE Valider la position d'une courbe

Pour vous assurer que votre représentation graphique est adéquate, vous pouvez calculer la valeur de $f(x)$ pour d'autres valeurs de x. Cinq couples suffisent habituellement.

b) Quelle est la différence entre ces paraboles ? Émettez une conjecture sur le rôle du paramètre h.

2 a) À l'aide de la représentation graphique de la question 1, complétez le tableau suivant.

	$f(x) = 0{,}5x^2$	$f_1(x) = 0{,}5(x - 1)^2$	$f_2(x) = 0{,}5(x + 2)^2$
Sommet	(0, 0)		
Axe de symétrie	$x = 0$		
Domaine	$\mathbb{R}$		
Image	$[0, +\infty[$		

b) Comparez chacune des propriétés des fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$ à la fonction de départ $f(x) = 0{,}5x^2$. Qu'observez-vous quant à l'effet du paramètre h sur chacune des propriétés du tableau ?

À RETENIR

L'effet du paramètre *h* sur le graphique

Tout comme pour les fonctions parties entières étudiées dans le chapitre 1, le paramètre h d'une fonction polynomiale du second degré de la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$ est lié à une **translation horizontale** de h unités.

- Si $h > 0$, la translation est vers la droite.
- Si $h < 0$, la translation est vers la gauche.

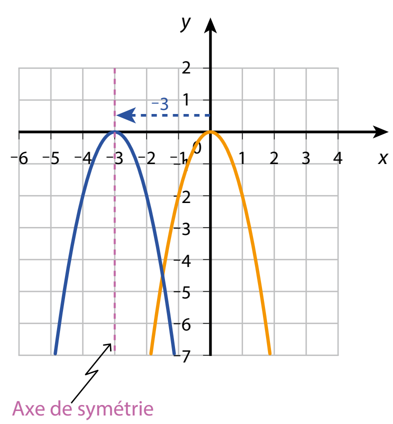
Exemple :

Puisque $h = {}^-3$, la parabole $y = {}^-2(x + 3)^2$ subit une translation horizontale de 3 unités vers la gauche par rapport à la parabole $y = {}^-2x^2$.

ATTENTION !

Comme l'écriture de la fonction indique $(x - h)$, la valeur qui apparaît dans la règle sera toujours l'opposé de la valeur du paramètre h.

Par exemple, dans la règle $f(x) = 4(x + 3)^2$, la valeur du paramètre h est ${}^-3$, car $f(x) = 4(x - {}^-3)^2$.



Les effets du paramètre *h* sur les propriétés de la fonction

Certaines propriétés du graphique dépendent de la valeur du paramètre h. La translation horizontale causée par le paramètre h, s'appliquant à tous les points de la parabole, a un effet sur l'axe de symétrie et le sommet.

CORRIGÉ PAGE 279

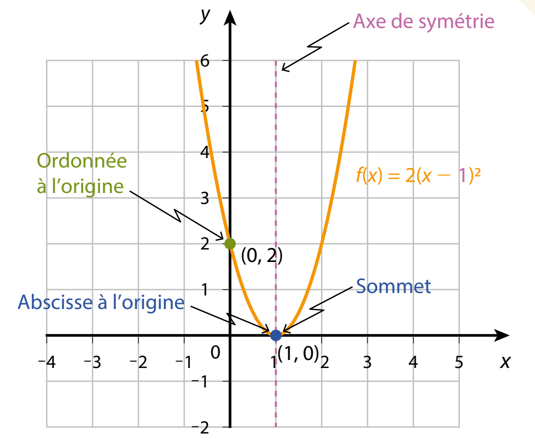
L'axe de symétrie

L'axe de symétrie est la droite verticale qui coupe l'axe des abscisses en h. Son équation est $x = h$.

Le sommet

L'abscisse du sommet est h.

REMARQUE : La translation n'a toutefois aucun effet sur la forme générale de la courbe. L'ouverture et l'orientation de la parabole sont strictement déterminées par la valeur du paramètre a. De plus, hors contexte, l'ajout du paramètre h n'a pas d'effet sur le domaine ni l'image de la fonction.



EXERCEZ-VOUS

3 Considérez les équations $f(x) = 2(x - 3)^2$ et $g(x) = 2(x + 1)^2$.

a) Déterminez les paramètres a et h de chacune de ces équations.

Fonction f : a = ______ h = ______ Fonction g : a = ______ h = ______

b) Évaluez le sens et la valeur du déplacement lors du passage de $f(x)$ à $g(x)$.

______

4 Considérez $f(x) = 4(x + 1{,}5)^2$.

a) Quelles sont les coordonnées de son sommet ? ______

b) Quelle équation définit l'axe de symétrie ? ______

c) Calculez les images suivantes :

1) $f(^-4{,}5)$ = ______ 2) $f(^-2{,}5)$ = ______

3) $f(^-0{,}5)$ = ______ 4) $f(1{,}5)$ = ______

d) Pour quelles valeurs de x, l'image de $f(x)$ est-elle égale à 16 ?

ATTENTION !

Puisqu'une parabole est symétrique, il faut s'attendre à toujours obtenir deux abscisses pour une même image (sauf dans le cas de la recherche du sommet). Souvenez-vous que $(^-2)^2$ donne 4 et que $(2)^2$ donne également 4.

TIC

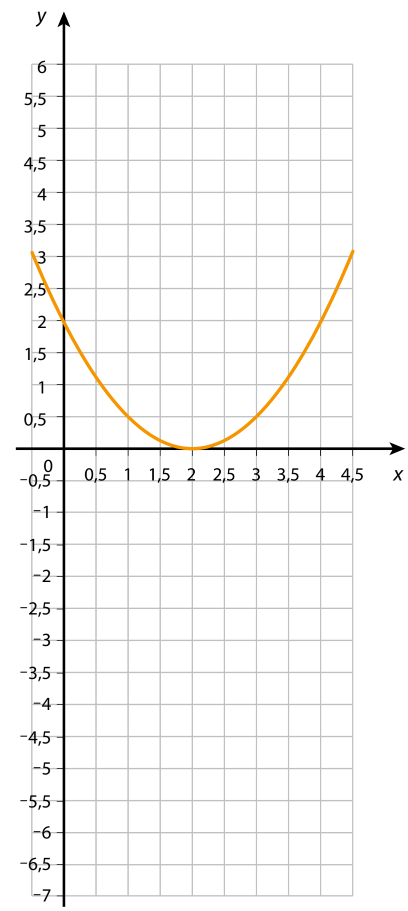
L'activité TIC 3.1.2 vous permettra d'afficher une fonction quadratique sur une calculatrice à affichage graphique. Vous pourrez y observer l'effet des paramètres a et h. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

1.2 L'ajout du paramètre *k*

Vous venez de découvrir les fonctions polynomiales du second degré sous la forme $f(x) = a(x - h)^2$. Sous cette forme, le paramètre k équivaut à 0. En effet, on aurait pu écrire cette équation de la manière suivante : $f(x) = a(x - h)^2 + 0$. Les prochaines pages présentent ce troisième paramètre.

5 a) Dans le plan cartésien ci-dessous, la fonction $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2$ est représentée graphiquement. Complétez la table de valeurs pour la fonction donnée et représentez-la graphiquement dans le même plan cartésien.

x	$g(x) = 0{,}5(x - 2)^2 + 3$
0	
1	
2	
3	
4	



b) Quel est le sommet de $g(x)$? ______

c) Qu'observez-vous quant à l'effet du paramètre k sur la parabole, et tout particulièrement sur le sommet ?

______

d) Selon vos observations, quel serait le sommet des fonctions suivantes ?

$h(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 4$ sommet : ______

$j(x) = {}^{-}0{,}5(x - 2)^2 - 4$ sommet : ______

e) Représentez graphiquement les fonctions $h(x)$ et $j(x)$ dans le même plan cartésien que $f(x)$ et $g(x)$.

SITUATION 3.1
APPROPRIATION B

À RETENIR

L'effet du paramètre *k* sur le graphique

Tout comme pour les fonctions parties entières, le paramètre ***k*** provoque une **translation verticale** de *k* unités sur tous les points formant la parabole.

- Si $k > 0$, la translation est vers le haut.
- Si $k < 0$, la translation est vers le bas.

L'action combinée des deux paramètres ***h*** et ***k*** produit une **translation oblique** de la parabole. Par conséquent, le sommet est le couple (h, k).

La forme canonique de la fonction polynomiale du second degré

La règle de toute fonction polynomiale du second degré, quelle que soit la position de son sommet, peut s'écrire sous la forme suivante, appelée la **forme canonique** :

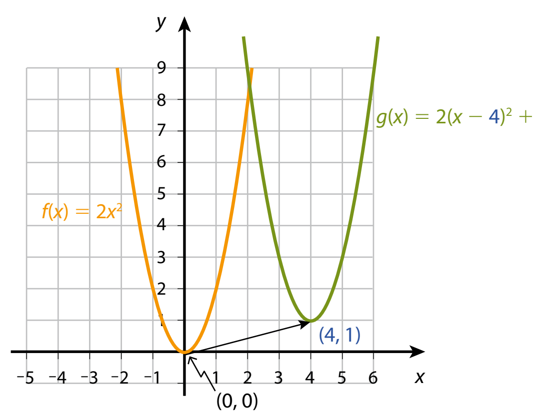
$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Le paramètre *a* est lié à l'ouverture et à l'orientation de la parabole, alors que les paramètres *h* et *k* correspondent aux coordonnées de son sommet.

Exemple :

Observez la représentation graphique des fonctions $f(x) = 2x^2$ et $g(x) = 2(x - 4)^2 + 1$.

- Les deux fonctions ont le même paramètre *a*.
- Puisque $a > 0$, les paraboles sont ouvertes vers le haut.
- Puisque $|a| > 1$, l'ouverture de la parabole est plus étroite que la fonction de base $y = x^2$.
- Puisque $h = 4$ et $k = 1$, la parabole de la fonction $g(x)$ subit une translation de 4 unités vers la droite et de 1 unité vers le haut par rapport à la parabole de la fonction $f(x)$.
- Le sommet de $g(x)$ est (4, 1).



EXERCEZ-VOUS

6 Considérez la fonction $f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$.

a) Quelles sont les coordonnées du sommet ?

b) Quelles translations la parabole a-t-elle subies ?

c) Décrivez l'ouverture de la parabole.

TIC L'activité TIC 3.1.3 avec GeoGebra vous permettra d'explorer l'effet des translations sur la règle d'une fonction quadratique. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

2. Représenter graphiquement une fonction à partir de la forme canonique

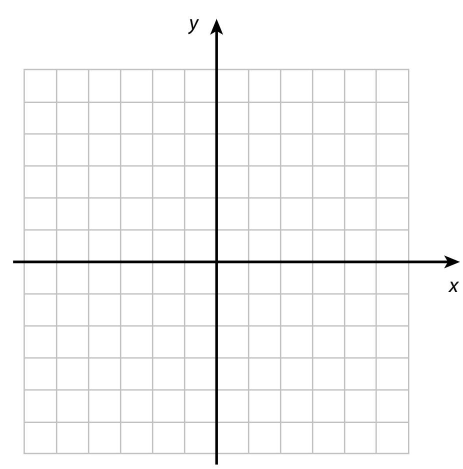
La forme canonique donne suffisamment d'informations pour que vous soyez en mesure de représenter graphiquement une fonction à partir de sa règle. En voici un exemple.

7 Reprenez la fonction du numéro 6, soit $f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$.

a) Déterminez l'ordonnée à l'origine.

b) À partir de l'axe de symétrie, déterminez le point symétrique de l'ordonnée à l'origine.

c) Déterminez les abscisses à l'origine.



d) Représentez graphiquement $f(x)$.

CORRIGÉ PAGE 279

À RETENIR

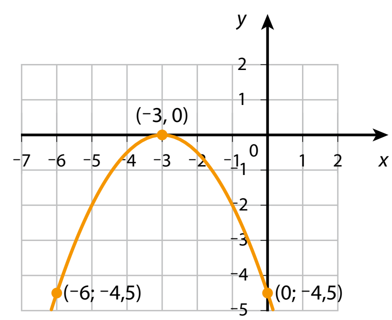
Représenter graphiquement une fonction à partir de la forme canonique

Pour représenter graphiquement une fonction de la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$, il suffit de repérer le sommet et de calculer quelques autres points. Il est souvent efficace de déterminer les **coordonnées à l'origine,** puisque ce sont des points faciles à repérer sur le graphique.

- Le sommet est formé des coordonnées (h, k).
- Pour évaluer l'ordonnée à l'origine, il suffit de substituer la variable x par 0.
- À partir de l'axe de symétrie, on peut déduire les coordonnées du point symétrique à l'ordonnée à l'origine.

Exemple :

Considérez la fonction $f(x) = {}^{-}0{,}5(x + 3)^2$.



- Puisque $h = {}^{-}3$ et $k = 0$, les coordonnées du sommet sont $({}^{-}3, 0)$.
- Pour l'ordonnée à l'origine, on obtient :

  $f(0) = {}^{-}0{,}5(0 + 3)^2$

  $f(0) = {}^{-}4{,}5$

  Ainsi, les coordonnées de l'ordonnée à l'origine sont $(0; {}^{-}4{,}5)$.
- Puisque l'axe de symétrie est $x = {}^{-}3$, on déduit que le point symétrique à l'ordonnée à l'origine est $({}^{-}6; {}^{-}4{,}5)$.

ATTENTION !

Il est difficile de tracer une courbe parfaite. Plus vous déterminerez de points sur la courbe, plus cette courbe sera bien ajustée. Le choix du nombre de points à positionner dépend de la précision dont vous avez besoin dans le graphique.

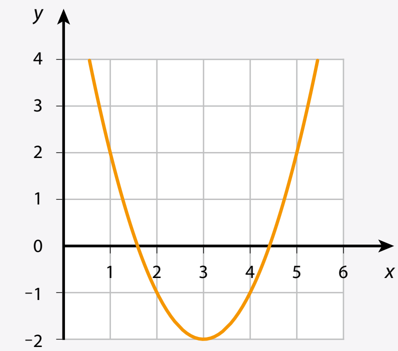
EXERCEZ-VOUS

8 Représentez graphiquement $f(x) = 0{,}25(x - 1)^2$.

3. Déterminer la règle d'une fonction à l'aide de la parabole

Inversement, la parabole donne plusieurs informations qui permettent d'obtenir son équation.
En voici un exemple.

9 Considérez la parabole ci-contre.



a) Déterminez les coordonnées du sommet.

b) Déterminez la valeur des paramètres h et k.

c) Quel paramètre vous manque-t-il pour compléter la règle ?

d) Relevez un point sur la parabole, autre que le sommet, et utilisez-le pour déterminer le paramètre manquant.

e) Quelle est la règle de cette fonction quadratique ?

À RETENIR

Déterminer la règle d'une fonction à partir de la parabole

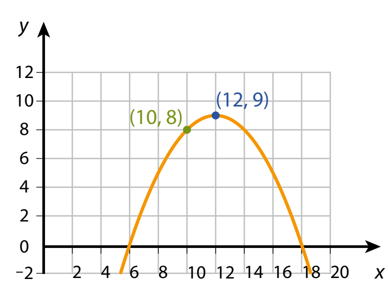
Pour déterminer la règle d'une fonction de la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$ à partir de sa représentation graphique, il suffit :

- de repérer les coordonnées du sommet (h, k) et d'établir les valeurs des paramètres h et k ;
- de substituer les valeurs de h et de k et les coordonnées d'un autre point sur la parabole pour déterminer la valeur du paramètre a.

Exemple :

Considérez la parabole suivante.

- Le sommet est (12, 9), donc $h = 12$ et $k = 9$.
- La parabole passe par le point (10, 8).



On obtient ainsi :

$8 = a(10 - 12)^2 + 9$

$8 = a(-2)^2 + 9$

$8 = 4a + 9$

$-1 = 4a$

$a = -0{,}25$

La règle est donc $f(x) = -0{,}25(x - 12)^2 + 9$.

CORRIGÉ PAGE 280

EXERCEZ–VOUS

10 a) Sachant qu'une parabole a un sommet situé à $(^{-}3, 2)$ et qu'elle passe par le point $(1, 6)$, déterminez la règle de cette fonction.

b) La parabole déterminée au numéro a) subit une translation de 6 unités vers le bas et de 3 unités vers la droite, déterminez les coordonnées du sommet, ainsi que sa nouvelle règle après cette translation.

4. Les zéros de la fonction polynomiale du second degré

Plusieurs caractéristiques de la parabole viennent d'être présentées. Les pages qui suivent abordent les zéros de la fonction, une propriété importante pour résoudre plusieurs situations mathématiques.

11 Considérez les fonctions suivantes.

$f_1(x) = 2(x - 1)^2 + 3$

$f_2(x) = 2(x - 1)^2$

$f_3(x) = 2(x - 1)^2 - 3$

a) Déterminez le sommet de chacune de ces fonctions.

f_1: ______ f_2: ______ f_3: ______

b) Déterminez l'abscisse à l'origine pour chacune de ces fonctions.

f_1: ______ f_2: ______ f_3: ______

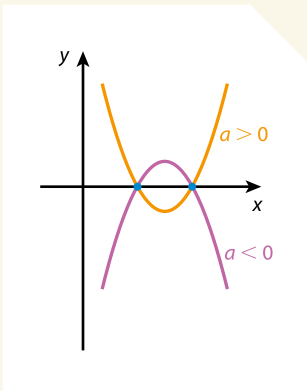
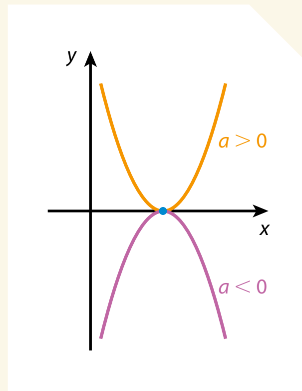
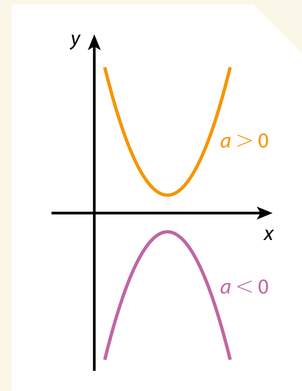
c) Représentez graphiquement chacune de ces fonctions dans un même plan cartésien.

d) À l'aide de votre représentation graphique et des paramètres a, h et k, expliquez les résultats obtenus en b).

À RETENIR

Les zéros de la fonction polynomiale du second degré

Graphiquement, les zéros de la fonction correspondent aux abscisses à l'origine de la parabole. Trois situations peuvent se présenter.

Deux zéros	Un zéro	Aucun zéro
		
La parabole est ouverte vers le haut ($a > 0$) et le sommet est en dessous de l'axe des x ($k < 0$). OU La parabole est ouverte vers le bas ($a < 0$) et le sommet est au-dessus de l'axe des x ($k > 0$).	Le sommet de la parabole est situé sur l'axe des x ($k = 0$), donc le seul zéro de la fonction correspond au paramètre h.	La parabole est ouverte vers le haut ($a > 0$) et le sommet est au-dessus de l'axe des x ($k > 0$). OU La parabole est ouverte vers le bas ($a < 0$) et le sommet est en dessous de l'axe des x ($k < 0$).

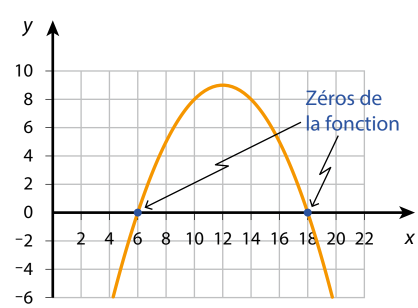
Le ou les **zéros de la fonction** peuvent être obtenus grâce à la résolution de l'équation lorsque $f(x) = 0$ ou à l'aide de la formule $x = h \pm \sqrt{-\frac{k}{a}}$.

Exemple :

Pour déterminer les zéros de la fonction $f(x) = -\frac{1}{4}(x - 12)^2 + 9$, on peut résoudre l'équation lorsque $y = 0$.

On obtient :

$$0 = -\frac{1}{4}(x - 12)^2 + 9$$
$$-9 = -\frac{1}{4}(x - 12)^2$$
$$36 = (x - 12)^2$$
$$\pm\sqrt{36} = x - 12$$
$$x = 12 \pm 6$$
$$x = 18 \text{ et } x = 6$$



Les zéros de la fonction sont donc 6 et 18.

CORRIGÉ PAGE 280

EXERCEZ-VOUS

12 a) Déterminez les propriétés de la fonction $f(x) = {}^{-}\frac{1}{4}(x - 8)^2 + 4$.

1) Domaine :
2) Image :
3) Maximum :
4) Minimum :
5) Zéros :
6) Intervalle de croissance :
7) Intervalle de décroissance :
8) Valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est positive :
9) Valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est négative :

ASTUCE

En cas de besoin, n'hésitez pas à consulter le premier chapitre, où sont abordées les propriétés de la fonction.

b) Pour quelles valeurs de x la fonction $f(x)$ prend-elle la valeur 2 ? Arrondissez au centième près.

13 Le minimum de la fonction f est ${}^{-}8$. Cette fonction est croissante dans l'intervalle $[5, {}^{+}\infty[$ et elle est négative dans l'intervalle $[0, 10]$. Déterminez la règle de cette fonction.

TIC L'activité TIC 3.1.4 vous explique comment l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique vous permet de déterminer, par exemple, les zéros de la fonction. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

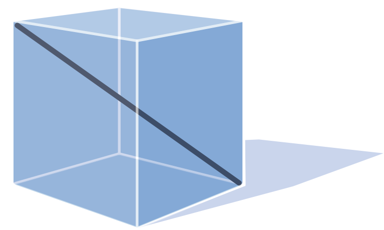
TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

CONSOLIDATION

1 La table de valeurs suivante montre la relation entre l'aire totale d'un cube et la mesure de sa diagonale.

Aire totale du cube en fonction de la mesure de la diagonale

Mesure de la diagonale (cm)	2	4	6	8
Aire totale du cube (cm^2)	8	32	72	128



a) Démontrez que l'aire totale du cube est proportionnelle au carré de sa diagonale.

b) Quelle est la règle de cette fonction ?

c) Quelle est l'aire totale d'un cube dont la diagonale mesure $\sqrt{3}$ cm ?

d) Quelle est la mesure de la diagonale d'un cube dont l'aire totale est 1 cm^2 ?

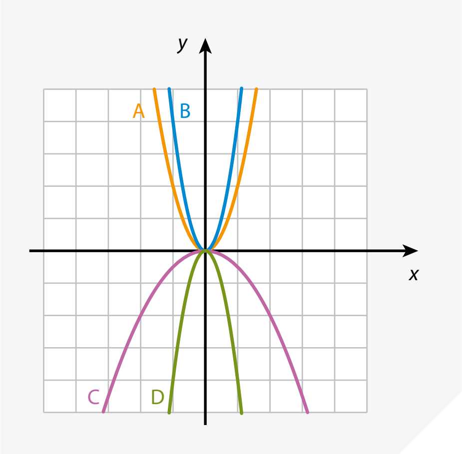
2 Quatre paraboles ont été désignées par les lettres A, B, C et D. Associez chacune des règles suivantes à l'une de ces paraboles.

1) $f_1(x) = 2x^2$: ______

2) $f_2(x) = 4x^2$: ______

3) $f_3(x) = -4x^2$: ______

4) $f_4(x) = -\frac{1}{2}x^2$: ______



CORRIGÉ PAGE 281

3 Considérez $f(x) = 3(x - 2{,}5)^2$.

a) Déterminez les caractéristiques suivantes.

Les coordonnées du sommet : ______________________

L'ordonnée à l'origine : ______________________

b) Calculez les images suivantes.

1) $f(-4{,}5) =$

2) $f(-2{,}5) =$

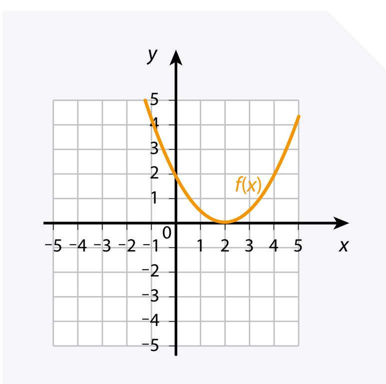
3) $f(-0{,}5) =$

4) $f(3{,}5) =$

c) Pour quelles valeurs de x, l'image de $f(x)$ est-elle égale à 12 ?

4 Déterminez la règle des fonctions représentées ci-dessous.

a)



b)

x	$g(x)$
−2	12,8
0	3,2
2	0
4	3,2
6	12,8

$f(x) =$ ______________________

$g(x) =$ ______________________

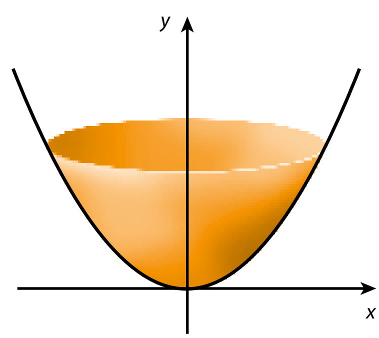
5 La fonction $f(x)$ décrit le mouvement d'un ballon lancé par un enfant. La trajectoire du ballon débute à 1 m du sol, soit dans les mains de l'enfant, et atteint son sommet quand l'image de la fonction $f(x)$ vaut 10. Cette fonction est décroissante dans l'intervalle $[4, {}^{+}\infty[$ et elle est positive jusqu'à ce que le ballon touche le sol.

a) Représentez graphiquement une esquisse de cette trajectoire.

b) Déterminez la règle de la fonction qui modélise cette trajectoire.

c) Déterminez à quelle distance de l'enfant le ballon touchera le sol.

6 Un bol de plastique a approximativement la forme d'une parabole, comme le montre l'illustration ci-contre. Lorsque les mesures sont exprimées en centimètres, l'équation de cette parabole est $f(x) = 0{,}1x^2$. Si la hauteur du bol est de 12 cm, quel est son diamètre ? Arrondissez au millimètre près.



CORRIGÉ PAGE 282

7 Un enfant laisse tomber un caillou dans un puits profond et asséché. Après 2,5 s, le caillou touche le fond du puits. Au départ, le caillou se trouve face au bord du puits et après 1 s, il se trouve à environ une profondeur de $^{-}5$ m par rapport à sa position de départ. On sait que la distance parcourue par un objet en chute libre est proportionnelle au carré du temps écoulé (si on néglige la résistance de l'air).

a) Déterminez la règle décrivant la position du caillou en fonction du temps écoulé lors de sa chute.

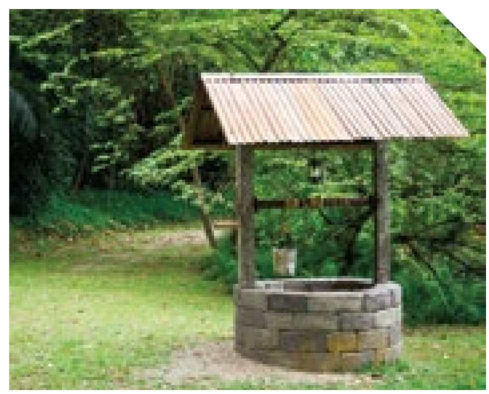
b) Quel est le domaine de cette fonction ?

c) Estimez la profondeur du puits.

d) Représentez graphiquement cette fonction en tenant compte de son domaine.

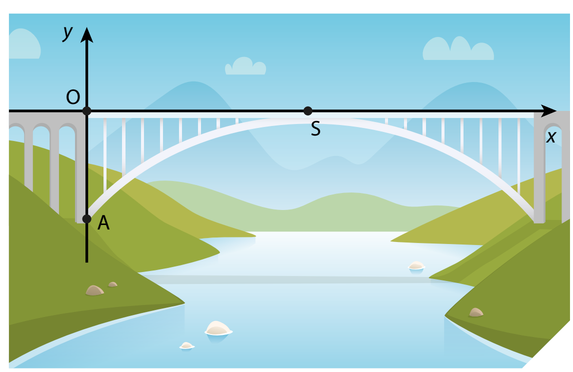
ATTENTION !

Le contexte d'une situation peut restreindre le domaine de la fonction. Par exemple, dans le cas d'un objet qui accélère uniformément, où la distance est modélisée en fonction du temps, le domaine (ici le temps) est restreint aux nombres réels positifs. Dans ce cas, la représentation graphique ne contient que la moitié de la parabole formée avec les valeurs positives de la variable indépendante.



8 Un pont routier construit entre deux falaises est soutenu par une structure parabolique. Voici une représentation de ce pont dans un plan cartésien.

Dans cette illustration, l'axe des *x* et l'axe des *y* coïncident respectivement avec le tablier du pont et le premier pilier OA de la structure. Ce pilier mesure 10 m. Le sommet S de la parabole se trouve à 30 m du point O. Les autres piliers de la structure sont placés à une distance de 5 m les uns des autres.



a) Quelle est l'équation de cette parabole ?

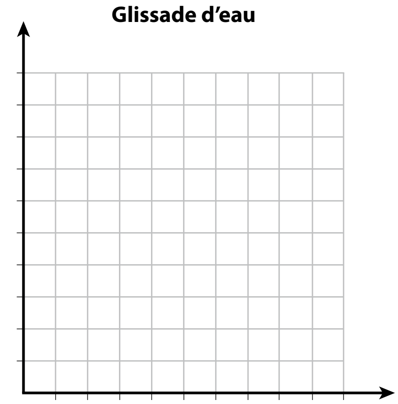
TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

b) Déterminez la mesure des trois piliers se trouvant immédiatement à droite du pilier OA.

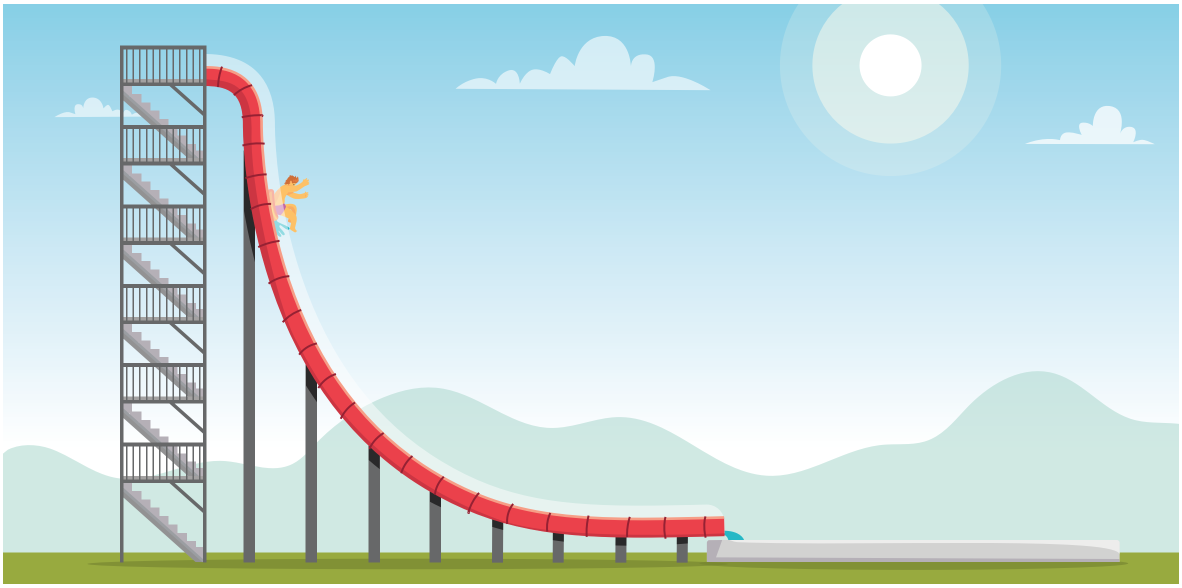
9 Dans un parc aquatique, une grande glissade d'eau a approximativement la forme d'une parabole. Cette glissade, d'une hauteur évaluée à 25 m, rejoint le sol à environ 20 m de la tour qui la supporte.

a) Dans le plan cartésien ci-contre, tracez une esquisse de la parabole qui représente cette glissade en supposant que l'axe des *y* correspond à la tour et que la glissade rejoigne le sol à son sommet.

b) Déterminez l'équation de cette parabole.

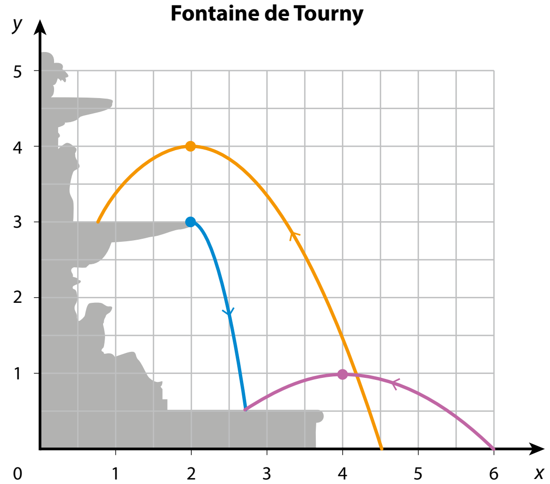


c) L'illustration ci-dessous montre une personne se trouvant sur la glissade, à une hauteur d'environ 20 m. À quelle distance de la tour cette personne se trouve-t-elle alors ? Commencez à résoudre ce problème par une estimation que vous ferez à l'aide de votre représentation graphique.



CORRIGÉ PAGE 282

10 La fontaine de Tourny, située devant l'Assemblée nationale à Québec, produit de nombreuses paraboles. En utilisant l'axe de symétrie de la fontaine comme axe des ordonnées, on a représenté, à gauche de la photo, trois de ces paraboles. L'axe des abscisses est situé à la hauteur des sorties des jets d'eau du bas et les sommets des paraboles sont indiqués par un point. L'unité de mesure est le mètre.



La parabole la plus basse est formée par un jet d'eau qui jaillit vers le haut à 6 m du centre de la fontaine.

a) Déterminez la règle de cette parabole.

b) Ce jet d'eau tombe dans le réservoir, qui a une profondeur de 0,5 m et qui est situé à la base de la fontaine. Évaluez à quelle distance du centre de la fontaine le jet tombe dans le réservoir.

Une autre parabole est formée par l'eau qui s'écoule de la vasque, à une hauteur de 3 m. L'eau tombe alors dans le réservoir du bas, à peu près au même endroit où se déverse le premier jet.

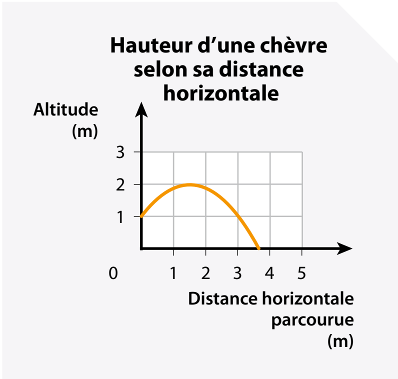
c) Déterminez la règle de cette parabole.

La plus grande parabole est formée par un jet d'eau qui jaillit à 4,5 m du centre de la fontaine.

d) Déterminez la règle de cette parabole.

e) Ce jet d'eau se jette dans la vasque qui a un rayon de 2 m et est située à une hauteur de 3 m. À quelle distance du bord de cette vasque le jet tombe-t-il ?

11 Les chèvres de montagne, très habiles pour se déplacer sur les rochers, passent leurs journées à sauter d'une falaise à l'autre. Dans la représentation ci-dessous, l'altitude en mètres du point où se situe la chèvre en fonction de la distance horizontale en mètres qu'elle a parcourue est modélisée par la fonction $f(x) = -\frac{4}{9}(x - 1{,}5)^2 + 2$.



a) Que représente l'ordonnée à l'origine dans ce contexte et quelle est sa valeur ?

b) Déterminez l'extremum. Que représente-t-il dans ce contexte ?

c) Déterminez les zéros de la fonction. Que représentent-ils dans ce contexte ?

d) Déterminez la variation de la fonction.

SITUATION 3.2

LA FORME GÉNÉRALE $f(x) = ax^2 + bx + c$
LA FORME FACTORISÉE $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

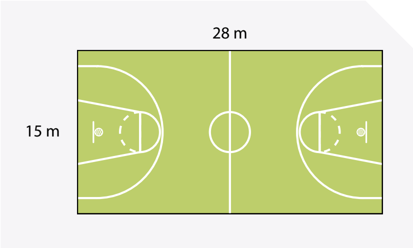
Le lancer de la victoire

SP 3.2

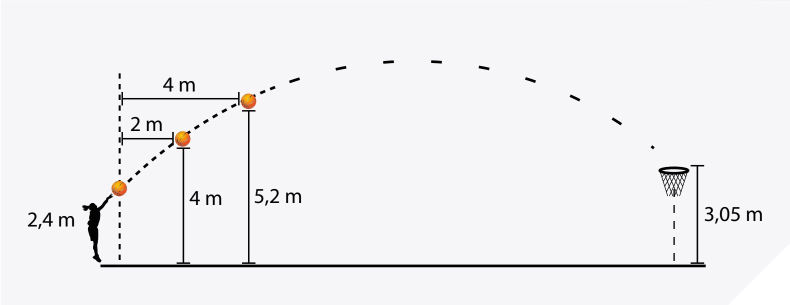
Au basketball, un panier réussi peut valoir 2 ou 3 points, selon la distance qui sépare le tireur ou la tireuse du panier adverse. On accorde 3 points si le ballon est lancé à partir d'un point situé à au moins 6,75 m du panier.

Lors d'un match de basketball télévisé, alors qu'il ne reste que 2 s de jeu, l'équipe de Bélinda, qui perd par 2 points, récupère le ballon. Décochant ensuite un tir foudroyant, Bélinda enfile un panier de 3 points, procurant ainsi une victoire spectaculaire à son équipe.

Voici le plan d'un terrain de basketball.



Dans une émission d'après-match, un commentateur affirme que Bélinda a accompli un véritable exploit en marquant ce panier, car elle se situait *au milieu de la moitié* du terrain attribuée à son équipe lorsqu'elle a effectué son tir. Afin de vérifier les dires du commentateur, on a reconstitué, à l'aide de trois photos prises en rafale, une partie de la trajectoire du ballon lancé par Bélinda.



Comme le montre ce schéma, la trajectoire du ballon s'amorce à une hauteur de 2,4 m, puis le ballon atteint 4 m de hauteur après avoir subi un déplacement de 2 m en direction du panier. À la suite d'un déplacement additionnel de 2 m, le ballon se trouve à 5,2 m de hauteur.

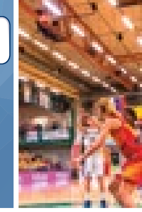
Si on néglige la résistance de l'air, on peut supposer que la trajectoire complète du ballon a la forme d'une parabole. Dans ces conditions, les trois positions connues du ballon permettent de modéliser sa trajectoire à l'aide d'une fonction dont la règle s'énonce ainsi :

$$h(x) = {}^-0{,}05x^2 + 0{,}9x + 2{,}4.$$

Dans cette règle, x représente la distance du déplacement horizontal du ballon (m) et $h(x)$, la hauteur atteinte par le ballon (m).

TÂCHE

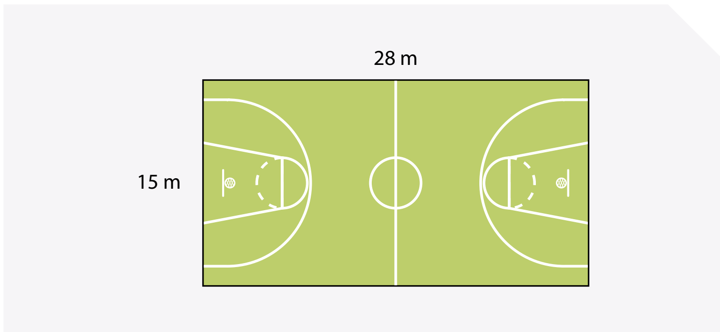
Afin de vérifier l'affirmation du commentateur, déterminez à quelle distance du panier adverse se trouvait Bélinda lorsqu'elle a effectué son lancer.



EXPLORATION

Les questions suivantes ont pour but de vous aider à préciser les distances énoncées dans la situation-problème, qui concernent les dimensions réelles d'un terrain de basketball. Afin de vérifier l'affirmation du commentateur, vous aurez également l'occasion d'utiliser vos connaissances sur les fonctions polynomiales du second degré.

1 Voici à nouveau le plan du terrain de basketball.



a) Selon le commentateur, à quelle distance de la ligne de fond se situait Bélinda lorsqu'elle a effectué son lancer ?

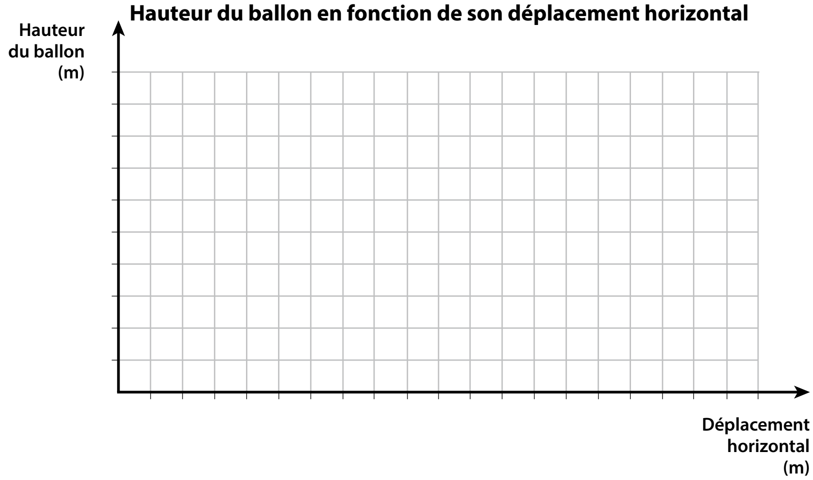
b) Ainsi, selon le commentateur, à quelle distance du panier adverse se trouvait Bélinda au moment de son lancer si les paniers sont à 1,6 m de la ligne de fond ?

2 Complétez la table de valeurs et représentez graphiquement la situation à partir de la règle $h(x) = {}^{-}0{,}05x^2 + 0{,}9x + 2{,}4$, où x représente la distance du déplacement horizontal du ballon (m) et $h(x)$, la hauteur du ballon (m).

Hauteur du ballon en fonction de son déplacement horizontal

x	$h(x)$
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	

Hauteur du ballon en fonction de son déplacement horizontal



3 a) Dans cette situation, que représentent les valeurs en abscisses ?

b) Que représentent les valeurs en ordonnées ?

c) À quelle hauteur devrait se trouver le ballon après un déplacement horizontal de 19,4 m, soit la distance entre Bélinda et le panier ?

d) À quelle hauteur se trouve l'anneau du panier ?

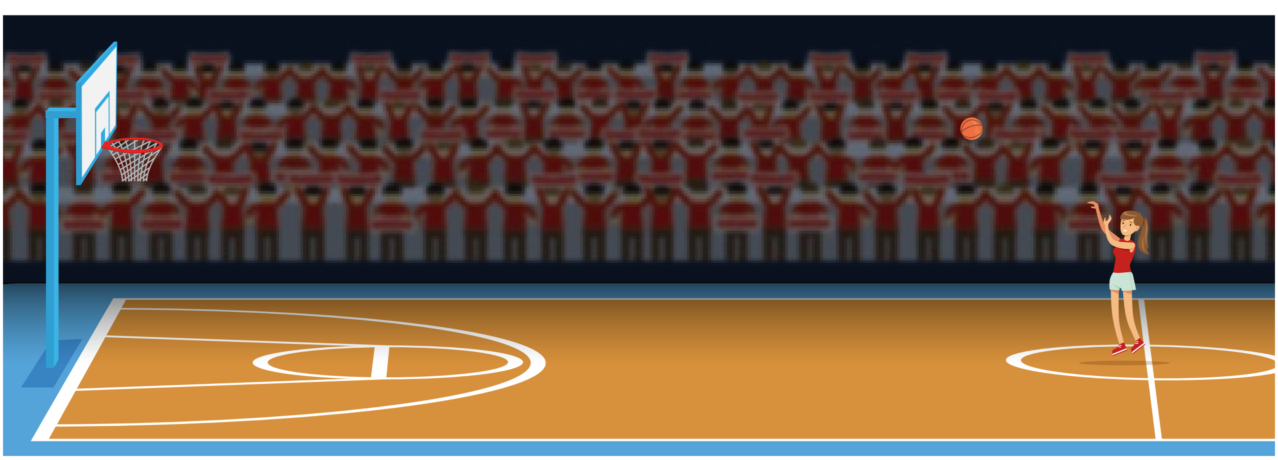
e) Quelle conclusion pouvez-vous tirer de ces informations ?

STRATÉGIE Raisonner par l'absurde

Lorsqu'une hypothèse mène à une contradiction, cette hypothèse doit être rejetée. En mathématique, c'est ce qu'on appelle un raisonnement par l'absurde. Dans l'exemple précédent, on a d'abord émis l'hypothèse selon laquelle la remarque du commentateur était vraie. Cependant, selon ces informations, on a déterminé que le ballon serait passé sous le panier, ce qui est contradictoire. On doit donc rejeter cette hypothèse fondée sur l'information du commentateur concernant la position de Belinda.

4 Dans cette situation, la règle est $h(x) = {}^{-}0{,}05x^2 + 0{,}9x + 2{,}4$. Émettez une conjecture qui vous permet de déterminer la hauteur atteinte par le ballon.

À partir des données du problème, vous avez établi un modèle mathématique permettant de décrire la trajectoire et le point de chute possible du ballon. L'Appropriation qui suit vous fournit un outil supplémentaire pour déterminer avec précision la position de Bélinda au moment de son lancer spectaculaire.



APPROPRIATION A

Savoirs mathématiques visés :
- découvrir les fonctions polynomiales du second degré sous la forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$;
- compléter le carré d'une expression algébrique pour passer d'une forme à l'autre ;
- résoudre des fonctions polynomiales du second degré ;
- découvrir les caractéristiques des fonctions polynomiales du second degré.

1. La forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$

Encore une fois, vous faites face à une situation-problème qui met en jeu une fonction polynomiale du second degré. Or, cette fois-ci, la fonction n'est pas écrite sous la forme canonique. Dans cette section, vous découvrirez la **forme générale** de la fonction et apprendrez comment passer d'une forme à l'autre.

1 Considérez la fonction $f(x) = x^2 + 6x + 10$.

a) Le trinôme $x^2 + 6x + 10$ est-il un trinôme carré parfait ? Justifiez votre réponse.

b) Quel changement faut-il apporter pour obtenir un trinôme carré parfait ?

c) Factorisez votre nouveau trinôme pour obtenir le carré d'un binôme.

d) Que manque-t-il au carré du binôme obtenu pour qu'il soit égal au trinôme initial $x^2 + 6x + 10$?

2 Transformez chacun des trinômes suivants en une expression qui contient un trinôme carré parfait.

a) $x^2 + 8x + 17$

b) $x^2 + 10x + 23$

c) $3x^2 + 6x + 9$

d) Dans chacun des cas, observez bien le 3e terme de votre trinôme carré parfait et le coefficient du 2e terme. Quel lien remarquez-vous ? Emettez une conjecture à ce sujet.

ATTENTION !

Lorsque le coefficient du 1er terme n'est pas égal à 1, il vaut mieux commencer par une simple mise en évidence.

Exemple :
$2x^2 + 6x + 9 = \mathbf{2}(x^2 + 3x + 4,5)$

À RETENIR

La forme générale de la fonction polynomiale du second degré

La règle de toute fonction polynomiale du second degré peut s'écrire sous la forme générale.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Exemple :

Considérez la règle de la fonction $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$, écrite sous sa forme canonique.

Par manipulation algébrique, on obtient :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x - 1)^2 + 3 \\ &= 2(x^2 - x - x + 1) + 3 \\ &= 2x^2 - 4x + 5 \end{aligned}$$

On obtient donc $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ sous la forme générale.

Le passage de la forme générale à la forme canonique

Pour transformer la règle d'une fonction polynomiale du second degré de la forme générale à la forme canonique, on peut utiliser la **complétion du carré**. Ce procédé algébrique consiste à ajouter un terme, au besoin, pour faire apparaître un trinôme carré parfait dans la règle. On doit ensuite soustraire le même terme afin de ne pas modifier la valeur de la fonction.

Exemple :

Considérez la fonction $h(x) = 2x^2 - 6x + 5$.

$h(x) = 2(x^2 - 3x + 2,5)$ (Mise en évidence du coefficient de x^2)

$h(x) = 2((x^2 - 3x + 2,25) + 2,5 - 2,25)$ (Addition et soustraction d'un terme équivalent à $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = 2,25$)

$h(x) = 2((x - 1,5)^2 + 0,25)$ (Factorisation du trinôme et réduction)

$h(x) = 2(x - 1,5)^2 + 0,5$ (Distribution du facteur)

REMARQUE : Lorsqu'on a une règle de la forme $f(x) = x^2 + bx + c$, le paramètre a est 1, le 3e terme du trinôme carré parfait est toujours égal à $\left(\frac{b}{2}\right)^2$.

ASTUCE

La forme canonique contient le **carré d'un binôme** qui peut être issu d'un trinôme carré parfait.

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

EXERCEZ-VOUS

3 Écrivez la règle suivante sous la forme canonique en suivant les étapes indiquées.

$f(x) = 3x^2 + 6x - 6$

= ______________________ (Mise en évidence du coefficient de x^2)

= ______________________ (Addition et soustraction d'un terme)

= ______________________ (Factorisation du trinôme et réduction)

= ______________________ (Distribution du facteur)

4 Écrivez la règle de chacune des fonctions suivantes sous la forme canonique.

a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

b) $h(x) = {}^-5x^2 + 3x - 8$

2. Résoudre des équations du second degré par complétion du carré

Il est possible de résoudre des équations polynomiales du second degré, aussi appelées « équations quadratiques », en utilisant la complétion du carré. Cette façon de procéder vous sera d'une grande utilité pour résoudre la situation-problème 3.2.

5 Considérez l'équation $x^2 + 5x - 2{,}75 = 7$.

a) Isolez-en les termes constants.

b) Utilisez la complétion du carré pour factoriser le membre de gauche.

ATTENTION !

Dans une équation, si on ajoute un terme au membre de gauche, il faut aussi l'ajouter au membre de droite.

c) Résolvez la nouvelle équation.

CORRIGÉ PAGE 285

6 Encore une fois, si le paramètre a n'est pas égal à 1, une étape supplémentaire est nécessaire à la résolution. Résolvez l'équation suivante. Arrondissez les **racines** au dixième près.

$2x^2 - 12x - 12 = 0$

______________________ (Division de chaque côté par 2)

______________________ (Transposition du terme constant)

______________________ (Complétion du carré)

______________________ (Factorisation et réduction)

______________________ (Extraction des racines carrées)

______________________ (Isolation de la variable)

Les deux réponses sont environ ______________ et ______________.

À RETENIR

Résoudre des équations du second degré par complétion du carré

La complétion du carré peut être utilisée pour résoudre des équations du second degré à une variable.

Exemple :

Considérez l'équation $2x^2 + 10x - 5{,}5 = 0$. Voici la démarche à suivre afin d'en obtenir les racines :

$x^2 + 5x - 2{,}75 = 0$	(Division par le coefficient de x^2)
$x^2 + 5x = 2{,}75$	(Transposition du terme constant)
$x^2 + 5x + 6{,}25 = 2{,}75 + 6{,}25$	(Complétion du carré)
$(x + 2{,}5)^2 = 9$	(Factorisation du trinôme et réduction)
$x + 2{,}5 = \pm 3$	(Extraction des racines carrées)
$x = \pm 3 - 2{,}5$	(Isolation de la variable)

Les **racines** de l'équation sont $^-5{,}5$ et $0{,}5$.

ATTENTION !

Le symbole $\pm$ signifie que deux solutions sont possibles, selon qu'on additionne ou soustrait le nombre 3. Les solutions possibles sont donc $x = {}^-5{,}5$ et $x = 0{,}5$. On dit que $^-5{,}5$ et $0{,}5$ sont les **racines de l'équation**.

EXERCEZ-VOUS

7 Résolvez les équations suivantes à l'aide de la méthode de complétion du carré. S'il y a lieu, arrondissez les racines obtenues au centième près.

a) $x^2 + 4x - 4 = 8$

b) $^-3x^2 + 6x + 12 = 0$

3. Les caractéristiques d'une fonction quadratique écrite sous la forme générale

Lorsque la fonction se présente sous la forme canonique, il est assez facile de déterminer les coordonnées du sommet. Par contre, lorsque l'équation est sous la forme générale, ce repérage s'avère un peu plus compliqué. Dans cette section vous découvrirez comment repérer certaines caractéristiques clés, comme l'ordonnée à l'origine et le sommet, dans une fonction polynomiale du second degré écrite sous la forme générale.

8 Sachant que l'ordonnée à l'origine est la valeur de $f(x)$ lorsque $x = 0$, déterminez quel paramètre représente cette caractéristique dans une fonction quadratique se présentant sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.

9 Le tableau suivant présente la même fonction, écrite sous la forme générale et sous la forme canonique.

Complétez le tableau, puis déterminez un lien entre les paramètres a, b et h.

Forme générale	Valeur de *a*	Valeur de *b*	Forme canonique	Valeur de *h*
$f(x) = x^2 + 6x + 10$			$f(x) = (x + 3)^2 + 1$	
$g(x) = {}^-5x^2 + 3x - 8$			$g(x) = {}^-5(x - 0{,}3)^2 - 7{,}55$	

10 Considérez la fonction $f(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$.

a) Quelles sont les valeurs des paramètres a et b ? $a =$ ______ $b =$ ______

b) Évaluez l'abscisse du sommet à l'aide de $-\frac{b}{2a}$. ______

c) Évaluez l'ordonnée du sommet à l'aide de l'abscisse évaluée précédemment.

$f($____$) = 2($______$)^2 + 10($____$) - 5{,}5 =$ ______

d) Les coordonnées du sommet de la fonction $f(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$ sont : ______

CORRIGÉ PAGE 285

À RETENIR

Les caractéristiques du graphique de la fonction polynomiale du second degré sous la forme générale

Les principales caractéristiques du graphique de la fonction polynomiale du second degré, dont la règle est $f(x) = ax^2 + bx + c$, peuvent être déterminées directement à partir des paramètres a, b et c.

L'**axe de symétrie** est la droite verticale passant par $x = \frac{-b}{2a}$.

Les **coordonnées du sommet** sont $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ ou $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$.

L'**ordonnée à l'origine** correspond au paramètre c.

Les **abscisses à l'origine**, aussi nommées les **zéros de la fonction**, sont données par la formule connue sous le nom de **formule quadratique**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TIC

L'activité TIC 3.2.1 vous permettra de vous familiariser avec les caractéristiques présentes sur les calculatrices à affichage graphique dans le cas des fonctions quadratiques. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

Dans cette formule, l'expression se trouvant sous le radical porte le nom de **discriminant**. Le signe de cette expression indique le nombre de zéros que comporte la fonction.

- Si $b^2 - 4ac > 0$, la fonction a deux zéros distincts.
- Si $b^2 - 4ac = 0$, la fonction a un seul zéro, qui vaut $\frac{-b}{2a}$.
- Si $b^2 - 4ac < 0$, la fonction n'a aucun zéro.

Les abscisses à l'origine peuvent aussi être trouvées en résolvant l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ par complétion du carré.

Exemple :

Considérez la fonction $f(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$, dont les paramètres sont $a = 2$, $b = 10$ et $c = -5{,}5$.

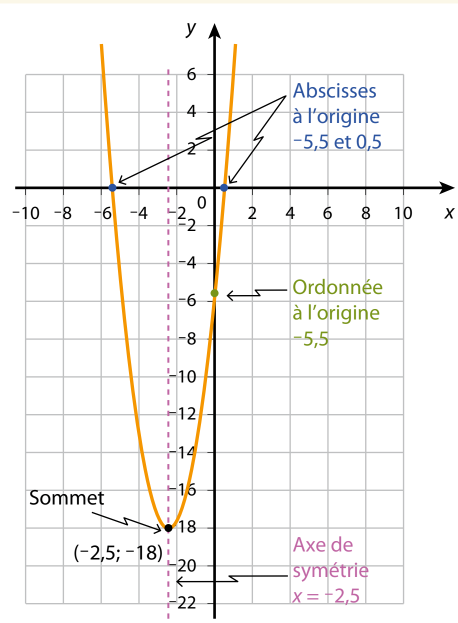
L'**axe de symétrie** passe par $x = -2{,}5$, car $-\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2(2)} = -2{,}5$.

Les **coordonnées du sommet** sont $(-2{,}5; -18)$, car $f(-2{,}5) = 2(-2{,}5)^2 + 10(-2{,}5) - 5{,}5 = -18$.

Les **abscisses à l'origine** sont $b^2 - 4ac = 10^2 - 4(2)(-5{,}5) = 144$.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{144}}{2(2)} = \frac{-10 \pm 12}{4}$.

Les deux abscisses à l'origine sont $-5{,}5$ et $0{,}5$.



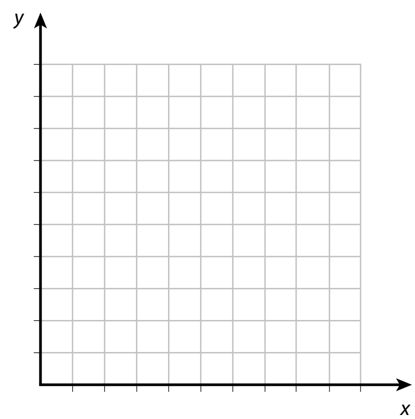
EXERCEZ-VOUS

11 Considérez la fonction $f(x) = 2(x + 2{,}5)^2 - 18$, équivalente à $g(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$. On souhaite déterminer les zéros de ces fonctions.

Complétez l'exemple suivant.

Équation sous la forme canonique	Équation sous la forme générale
$f(x) = 2(x + 2{,}5)^2 - 18$	$g(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$
$0 = 2(x + 2{,}5)^2 - 18$	$a =$ ______, $b =$ ______, $c =$ ______
$9 = (x + 2{,}5)^2$	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$\pm 3 = x + 2{,}5$	$x =$
$x = 0{,}5$ ou $x = -5{,}5$	$x =$ ______ ou $x =$ ______

12 Considérez $f(x) = -5x^2 + 60x + 10$.



a) Représentez graphiquement cette fonction.

b) Déterminez les propriétés suivantes de cette fonction.

1) Le domaine : ______

2) L'image : ______

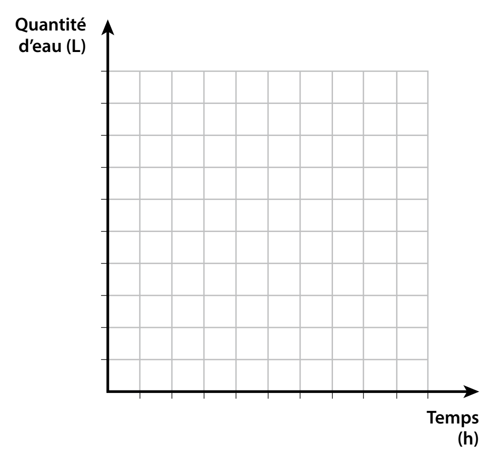
3) L'intervalle de croissance : ______

4) L'intervalle de décroissance : ______

5) Le maximum : ______

13 Dans une usine de traitement des eaux usées, la quantité d'eau en litres dans le réservoir varie en fonction du temps en heures. Cette situation est représentée par la fonction $Q(t) = -400t^2 + 8000t$.

a) Représentez graphiquement cette situation.



b) Déterminez les propriétés suivantes en tenant compte du contexte.

1) Le domaine : ______

2) L'image : ______

3) Les zéros : ______

4) L'intervalle de croissance : ______

5) L'intervalle de décroissance : ______

Comme les fonctions polynomiales du second degré n'ont presque plus de secret pour vous, la résolution de la situation-problème *Le lancer de la victoire* est maintenant à votre portée.

CORRIGÉ PAGE 286

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

RÉSOLUTION

Vous êtes maintenant en mesure de résoudre la situation-problème 3.2.


SITUATION 3.2

LA FORME GÉNÉRALE $f(x) = ax^2 + bx + c$
LA FORME FACTORISÉE $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Le lancer de la victoire

SP 3.2

Au basketball, un panier réussi peut valoir 2 ou 3 points, selon la distance qui sépare le tireur ou la tireuse du panier adverse. On accorde 3 points si le ballon est lancé à partir d'un point situé à au moins 6,75 m du panier.

Lors d'un match de basketball télévisé, alors qu'il ne reste que 2 s de jeu, l'équipe de Bélinda, qui perd par 2 points, récupère le ballon. Décochant ensuite un tir foudroyant, Bélinda enfile un panier de 3 points, procurant ainsi une victoire spectaculaire à son équipe.

Voici le plan d'un terrain de basketball.

Lors d'une émission d'après-match, un commentateur affirme que Bélinda a réalisé un véritable exploit en [illegible] car elle se situait au milieu de la moitié du terrain attribuée à son équipe lorsqu'elle a effectué son tir. Afin de vérifier les dires du commentateur, on a reconstitué, à l'aide de trois photos prises en rafale, une partie de la trajectoire du ballon lancé par Bélinda.

Comme le montre ce schéma, la trajectoire du ballon s'amorce à une hauteur de 2,4 m, puis le ballon atteint 4 m de hauteur après avoir subi un déplacement de 2 m en direction du panier. À la suite d'un déplacement additionnel de 2 m, le ballon se trouve à 5,2 m de hauteur.

Si on néglige la résistance de l'air, on peut supposer que la trajectoire complète du ballon a la forme d'une parabole. Dans ces conditions, les trois positions connues du ballon permettent de modéliser sa trajectoire à l'aide d'une fonction dont la règle s'énonce ainsi :

$$h(x) = {}^{-}0,05x^2 + 0,9x + 2,4.$$

Dans cette règle, x représente la distance du déplacement horizontal du ballon (m) et $h(x)$, la hauteur atteinte par le ballon (m).

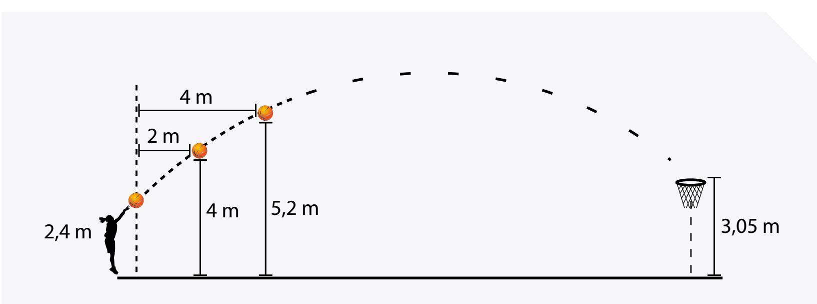
TÂCHE Afin de vérifier l'affirmation du commentateur, déterminez à quelle distance du panier adverse se trouvait Bélinda lorsqu'elle a effectué son lancer.

34 CHAPITRE 3 – Les fonctions polynomiales du second degré

© SOFAD – Reproduction interdite.

SITUATION-PROBLÈME DE LA PAGE 34

TÂCHE Afin de vérifier l'affirmation du commentateur, vous devez déterminer à quelle distance du panier adverse se trouve Bélinda lorsqu'elle effectue son lancer.



Rappel des données du problème

- La trajectoire est décrite par la fonction $h(x) = {}^{-}0,05x^2 + 0,9x + 2,4$.
- Lorsqu'il entre dans le panier, le ballon se trouve à une hauteur de 3,05 m.
- Selon le commentateur, Bélinda se trouve à 19,4 m du panier au moment de son lancer.

Résolution

Résolution (*suite*)

Conclusion :

STRATÉGIE Valider ses résultats

Il a été plutôt complexe de découvrir les techniques et d'acquérir les savoirs nécessaires à la résolution de ce problème. Cependant, il est très facile de valider le résultat obtenu. Comme nous connaissons maintenant la valeur de *x*, il suffit de la remplacer dans la règle pour valider que la hauteur lui étant associée correspond bien à la hauteur du panier !

CORRIGÉ PAGE 287

APPROPRIATION B

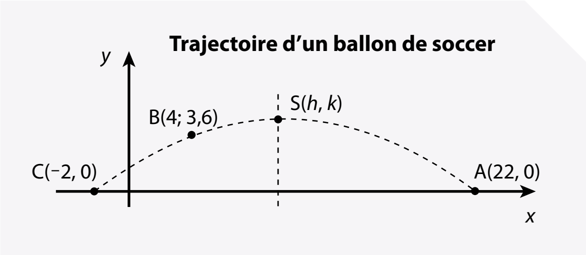
Savoirs mathématiques visés :

- découvrir la forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ des équations polynomiales du second degré ;
- passer de la forme générale à la forme factorisée afin de déterminer les zéros de la fonction ;
- factoriser à l'aide de la technique produit-somme ;
- passer d'une forme à l'autre.

1. La forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Il existe une autre façon de présenter une fonction polynomiale du second degré, qui permet de repérer certaines caractéristiques du graphique plus facilement qu'au moyen des deux autres formes déjà présentées. Pour rapidement déterminer les abscisses à l'origine du graphique, la **forme factorisée** est idéale.

1 L'illustration suivante montre la trajectoire d'un ballon de soccer lors d'un coup franc (l'origine du plan est à la ligne de but). À l'aide des notions que vous possédez déjà, tentez d'obtenir la règle qui représente cette situation. Si vous en êtes incapable, nommez la ou les caractéristiques manquantes qui vous permettraient d'y arriver.



2 Considérez $f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$.

a) Transformez cette équation sous la forme générale.

b) Quels sont les zéros de cette fonction ?

c) Observez la règle et les zéros de la fonction. Quelles similitudes constatez-vous ?

3 Trouvez les zéros des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (x - 2)(x + 10)$

b) $g(x) = 5(x - 7)(x - 7)$

À RETENIR

La forme factorisée de la fonction polynomiale du second degré

La règle de toute fonction polynomiale du second degré qui possède des zéros peut s'écrire sous la forme factorisée suivante :

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, où x_1 et x_2 sont les zéros de la fonction.

Grâce à ces deux zéros, il est possible de déterminer l'axe de symétrie de la parabole.

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

REMARQUE :

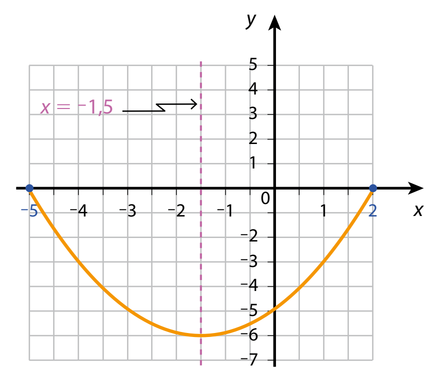
- Lorsque la fonction possède un seul zéro ($x_1 = x_2$), ce zéro est le paramètre h de la forme canonique. Dans ce cas, la forme factorisée est équivalente à la forme canonique $f(x) = a(x - h)^2$.
- Une fonction polynomiale du second degré qui ne possède aucun zéro ne peut s'écrire sous la forme factorisée.

Exemple :

Considérez la fonction $f(x) = 0{,}5(x - 2)(x + 5)$.

Les zéros de la fonction sont 2 et $^-5$.

L'axe de symétrie est $x = \dfrac{^-5 + 2}{2} = {}^-1{,}5$.



EXERCEZ-VOUS

4 Évaluez les zéros et l'axe de symétrie de la parabole des fonctions suivantes.

a) $f(x) = (x - 3)(x + 6)$

b) $g(x) = {}^-3(x - 2)^2$

ATTENTION !

Dans la forme factorisée, les zéros de la fonction x_1 et x_2 sont **soustraits** de la variable x. Ainsi, l'addition de x_1 ou x_2 est en fait la soustraction de $^-x_1$ ou $^-x_2$.

Exemple :

$f(x) = 2(x + 4)(x - 9) = 2(x - (^-4))(x - 9)$

5 Transformez les fonctions suivantes sous la forme générale. Puis, comparez la valeur du paramètre a entre la forme initiale et la forme générale. Que remarquez-vous ?

a) $f(x) = 0{,}5(x - 3)(x + 6)$ b) $g(x) = {}^-3(x - 2)^2$ c) $h(x) = 5(x + 2)(x - 7)$

CORRIGÉ PAGE 288

1.1 Déterminer la règle à partir des zéros et d'un autre point

La prochaine question vous amène à découvrir comment procéder pour déterminer la règle d'une fonction polynomiale du second degré quand sont connus les deux zéros de la fonction ainsi qu'un autre point sur la parabole.

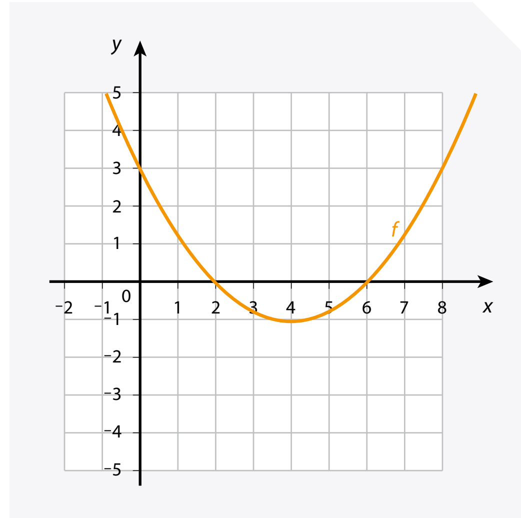
6 Considérez la fonction f représentée ci-contre.

a) Repérez les zéros de la fonction.

b) Substituez les zéros dans la forme factorisée. Quel paramètre manque-t-il pour compléter la règle ?

c) Déterminez les coordonnées d'un autre point et utilisez-les pour établir la valeur du paramètre manquant.

d) Quelle est la règle de la fonction ?



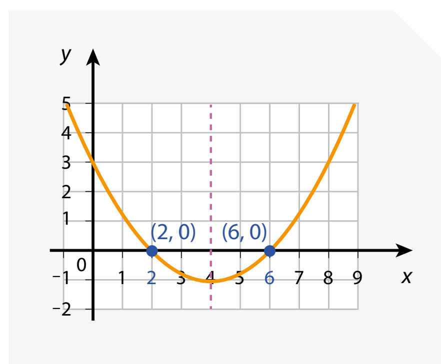
1.2 Les propriétés d'une fonction polynomiale écrite sous la forme factorisée

La forme factorisée est très utile pour repérer aisément les zéros. Il n'est pas non plus très compliqué d'en déterminer le sommet.

7 Considérez la fonction $f(x) = 0{,}25(x - 2)(x - 6)$, représentée ci-dessous.

a) Quel est l'axe de symétrie de cette parabole ?

b) Sachant que toute parabole est symétrique, comment pouvez-vous calculer les coordonnées du sommet ?



8 Trouvez algébriquement une expression équivalente à l'ordonnée à l'origine pour toute fonction écrite sous la forme factorisée. Expliquez.

À RETENIR

Déterminer la règle à partir des zéros et d'un autre point

La forme factorisée permet de déterminer la règle d'une fonction polynomiale du second degré à partir de ses zéros et des coordonnées d'un autre point.

Exemple :

Considérez une fonction f qui possède deux zéros, $^-2$ et 6. Son ordonnée à l'origine est $^-4$. On en détermine la règle de la manière suivante.

- La règle sera de la forme $f(x) = a(x + 2)(x - 6)$.
- Pour déterminer la valeur de a, il suffit d'utiliser les coordonnées du point $(0, {}^-4)$ correspondant à l'ordonnée à l'origine. On obtient :

$$^-4 = a(0 + 2)(0 - 6)$$

$$^-4 = {}^-12a$$

$$a = \frac{^-4}{^-12} = \frac{1}{3}$$

La règle peut donc s'écrire $f(x) = \frac{1}{3}(x + 2)(x - 6)$.

REMARQUE : On peut, au besoin, transformer cette règle sous la forme générale en effectuant des multiplications.

Dans ce cas, on obtient $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 4$.

Les propriétés d'une fonction polynomiale sous la forme factorisée

En plus des zéros de la fonction, d'autres propriétés peuvent être déterminées directement à partir des paramètres a, x_1 et x_2 de la forme factorisée.

Les zéros de la fonction correspondent aux valeurs de x_1 et de x_2.

L'axe de symétrie est la droite verticale passant par

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

Les coordonnées du sommet sont

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, -\frac{a}{4}(x_1 - x_2)^2\right)$ ou $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$.

L'ordonnée du sommet peut être obtenue en calculant l'image par la fonction de la première coordonnée du sommet. C'est ce que représente $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$.

L'ordonnée à l'origine correspond au produit du paramètre a et des zéros, soit ax_1x_2.

Exemple :

Considérez la fonction $f(x) = (x + 2)(x - 5)$.

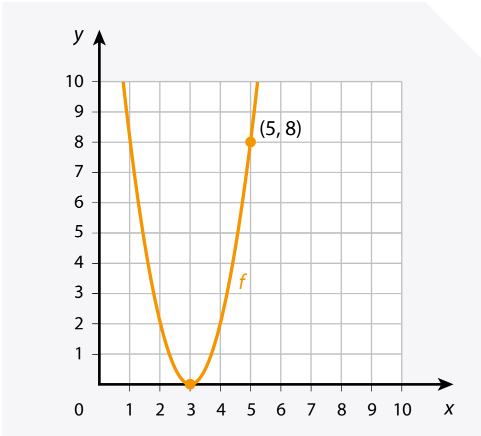
- Les zéros sont $^-2$ et 5.
- L'axe de symétrie est $x = \frac{^-2 + 5}{2} = 1{,}5$.
- L'ordonnée du sommet est $f(1{,}5) = (1{,}5 + 2)(1{,}5 - 5) = {}^-12{,}25$.
- Les coordonnées du sommet sont $(1{,}5 ; {}^-12{,}25)$.
- L'ordonnée à l'origine est $1 \times {}^-2 \times 5 = {}^-10$.

CORRIGÉ PAGE 288

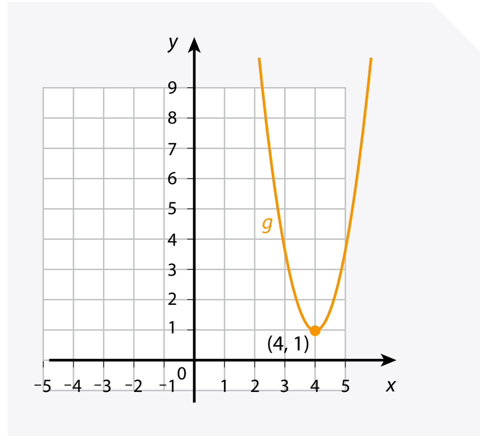
EXERCEZ-VOUS

9 Déterminez la règle des paraboles suivantes sous la forme factorisée.

a)



b)



$f(x) =$ ______________________

$g(x) =$ ______________________

10 À partir de la règle de la fonction $f(x) = (x - 3)(x - 1)$, déterminez les propriétés suivantes.

a) L'axe de symétrie de cette fonction :

____

b) Les coordonnées du sommet :

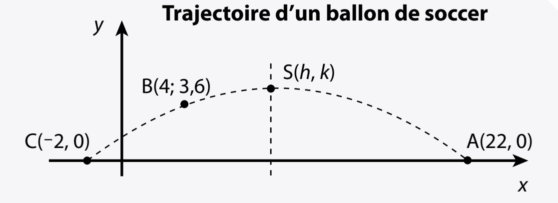
____

c) L'ordonnée à l'origine :

____

11 Examinez la trajectoire du ballon de soccer considérée précédemment, où l'origine du plan représente la ligne de but, puis déterminez la hauteur maximale atteinte par le ballon ainsi que la règle modélisant sa trajectoire.

Trajectoire d'un ballon de soccer



2. Les trois formes d'écriture et le passage de l'une à l'autre

Il arrive que l'on doive passer de la forme générale à la forme factorisée. La formule quadratique peut aider à déterminer les zéros de la fonction, mais il arrive qu'une autre façon de faire demande moins de manipulations. Dans cette section, vous découvrirez la méthode de factorisation, aussi appelée « produit-somme », un procédé qui permet de passer de la forme générale à la forme factorisée.

2.1 Factoriser un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$

12 Transformez les fonctions suivantes sous la forme factorisée.

a) $f_1(x) = 2x^2 + 5x$

b) $f_2(x) = x^2 - 6x + 9$

ASTUCE

Lorsque le paramètre c de la forme générale est égal à 0, il est possible d'effectuer la factorisation par une simple mise en évidence. Si le trinôme est un carré parfait, on peut écrire la fonction sous la forme du carré d'un binôme.

13 a) Par manipulation algébrique, transformez $f(x) = (x + 2)(x - 5)$ sous la forme générale.

b) Quels liens observez-vous entre les paramètres b et c de la forme générale et les paramètres x_1 et x_2 de la forme factorisée ?

14 Considérez $f(x) = x^2 - 8x + 12$.

a) Nommez tous les facteurs possibles (valeurs entières) du paramètre c.

b) Repérez les facteurs qui répondent aux contraintes d'une somme de b et d'un produit de c.

c) Pour arriver à la forme factorisée, décomposez le 2e terme par la combinaison trouvée en b).

d) Effectuez une mise en évidence sur les deux premiers termes, puis une autre mise en évidence sur les deux derniers termes. Que remarquez-vous ? Quelle est la forme factorisée de $f(x)$?

CORRIGÉ PAGE 288

À RETENIR

La factorisation d'un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$

- Si $c = 0$, la factorisation est une simple mise en évidence.
- Si le trinôme est un **carré parfait**, on écrit le trinôme sous la forme du carré d'un binôme.
- Sinon, on utilise la méthode produit-somme ou la formule $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ afin de déterminer les zéros.

La méthode produit-somme

Cette méthode consiste à déterminer deux nombres, **A** et **B**, dont le **produit** est égal à ac et dont la **somme** est égale à b.

- On remplace alors le terme bx par les termes Ax + Bx.
- On effectue ensuite une double mise en évidence.

REMARQUE : La méthode produit-somme donne deux facteurs dont les coefficients de x ne sont pas nécessairement 1. Pour respecter la forme factorisée $a(x - x_1)(x - x_2)$, il faut mettre en évidence ces coefficients s'ils sont différents de 1.

Exemple :

On procède de la manière suivante pour écrire le trinôme $6x^2 - 5x - 6$ sous la forme factorisée.

- On repère les paramètres de cette forme générale, soit $a = 6$, $b = {}^-5$ et $c = {}^-6$.
- Ainsi, on obtient $ac = {}^-36$, soit le produit cherché et $b = {}^-5$, soit la somme cherchée.
- Les deux facteurs sont $^-9$ et 4, puisque $^-9 \times 4 = {}^-36$ et que $^-9 + 4 = {}^-5$.
- Il ne reste qu'à décomposer le 2e terme du trinôme initial, puis à procéder à la factorisation.

$$= 6x^2 \overbrace{- 9x + 4x}^{-\,5x} - 6$$

$$= 3x(2x - 3) + 2(2x - 3)$$

$$= (2x - 3)(3x + 2)$$

- Pour respecter la forme factorisée, on doit faire une dernière mise en évidence simple des deux facteurs.

$$= 2(x - 1{,}5) \times 3(x + \frac{2}{3})$$

$$= 6(x - 1{,}5)(x + \frac{2}{3})$$

La forme factorisée est donc $6(x - 1{,}5)(x + \frac{2}{3})$.

EXERCEZ–VOUS

15 Écrivez la règle de chacune des fonctions suivantes sous la forme factorisée, puis déterminez le ou les zéros de chaque fonction.

a) $f_1(x) = 2{,}5x^2 + 4{,}5x$

b) $f_2(x) = x^2 - 30x + 225$

c) $f_3(x) = x^2 + 10x - 24$

2.2 Le passage d'une forme d'écriture à l'autre

Les deux premières situations de ce chapitre vous ont permis de découvrir trois formes d'écriture différentes servant à étudier la fonction polynomiale du second degré. Les questions suivantes résument tous ces apprentissages.

16 Nommez un avantage apporté par chaque forme d'écriture d'une fonction polynomiale du second degré.

1) ______

2) ______

3) ______

TIC

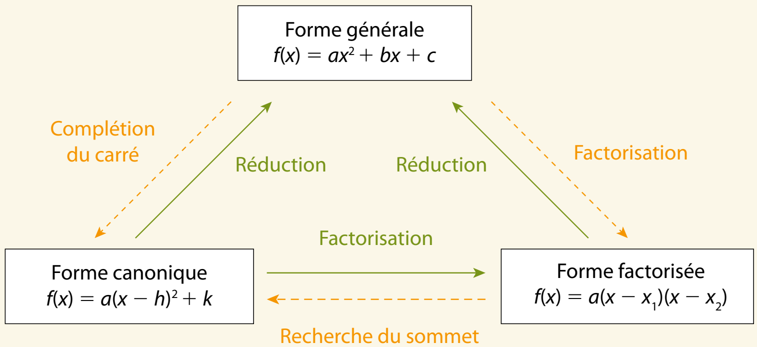
L'activité TIC 3.2.2 vous permettra de revoir les trois formes d'écriture des fonctions quadratiques à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

À RETENIR

Le passage d'une forme d'écriture à l'autre

La fonction polynomiale du second degré comporte plusieurs propriétés. Selon la forme d'écriture proposée, la règle permet d'obtenir rapidement certaines caractéristiques de la parabole associée.

Le schéma suivant montre comment passer d'une forme d'écriture à une autre.



ASTUCE

Dans tous les cas, si on cherche à écrire une fonction polynomiale du second degré sous la forme factorisée et que la factorisation semble difficile, il suffit de déterminer les zéros et de garder en tête que le paramètre a reste le même dans les trois formes !

CORRIGÉ PAGE 289

EXERCEZ-VOUS

17 Considérez la fonction $f(x) = 0{,}5(x - 1)(x - 5)$.

a) Représentez graphiquement cette fonction en mettant en évidence ses principales caractéristiques (abscisses à l'origine, ordonnée à l'origine, axe de symétrie, coordonnées du sommet).

b) Écrivez la règle de cette fonction sous les formes générale et canonique.

1) Sous la forme générale : ____________________

2) Sous la forme canonique : ____________________

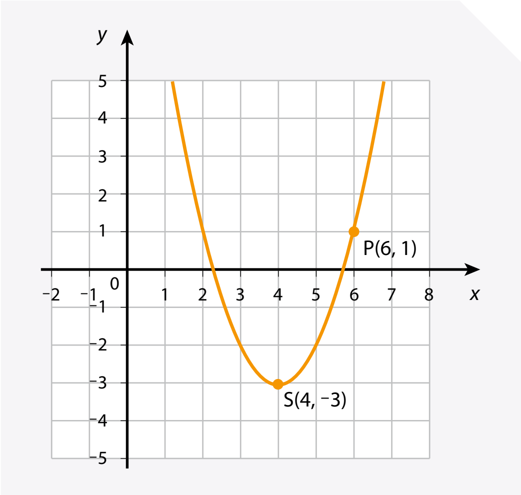
18 La règle d'une fonction est donnée sous la forme canonique $f(x) = 2(x - 1)^2 - 18$. Écrivez cette règle sous la forme factorisée et expliquez votre démarche.

$f(x) =$ ____________________

CONSOLIDATION

1 Le graphique de la fonction f passe par le sommet S et le point P.

a) Déterminez la règle de cette fonction sous la forme canonique.



b) Écrivez cette règle sous la forme générale.

c) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la fonction f?

2 Écrivez la règle de chacune des fonctions suivantes sous la forme canonique.

a) $f(x) = x^2 - 7x + 12$

b) $g(x) = 3x^2 - 12x + 18$

3 Déterminez les zéros de chacune des fonctions suivantes. Au besoin, arrondissez au dixième près.

a) $f_1(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $f_2(x) = {}^{-}2x^2 + 10x + 1$

c) $f_3(x) = 2x^2 + 2{,}8x - 3{,}5$

d) $f_4(x) = {}^{-}10x^2 + 6x - 0{,}9$

CORRIGÉ PAGE 289

4 Considérez la fonction $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$.

a) Combien de zéros cette fonction possède-t-elle ?

b) Représentez graphiquement f en situant les points associés au sommet et à l'ordonnée à l'origine.

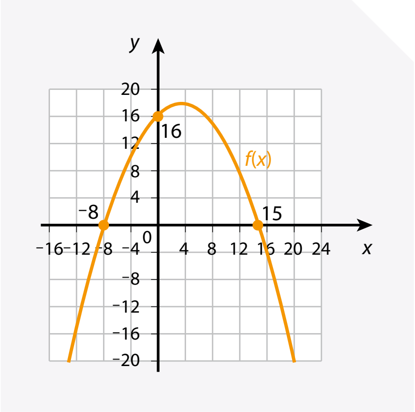
5 Représentez graphiquement $f(x) = {}^{-}3(x - 1)(x + 2)$ en situant les points associés au sommet et aux zéros.

6 Si le minimum d'une fonction polynomiale du second degré est $^{-}4$ et que ses zéros sont 3 et 5, quelle est l'ordonnée à l'origine de cette fonction ?

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

7 Déterminez la règle des fonctions représentées ci-dessous.

a)



$f(x) =$ ______________________

b)

x	$g(x)$
1	8
2	0
3	−4
4	−4
5	0

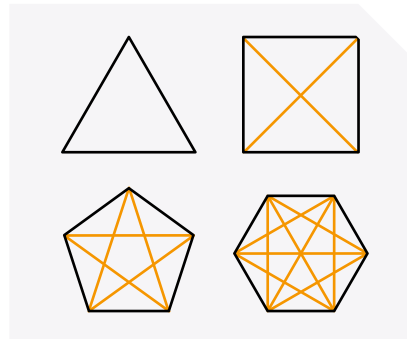
$g(x) =$ ______________________

8 Qu'arrive-t-il au graphique d'une fonction du second degré si on change le signe du paramètre *b* (sans rien changer aux paramètres *a* et *c*), par exemple, si la fonction $f(x) = x^2 + 4x + 3$ devient $g(x) = x^2 - 4x + 3$? Énoncez une conjecture à ce sujet.

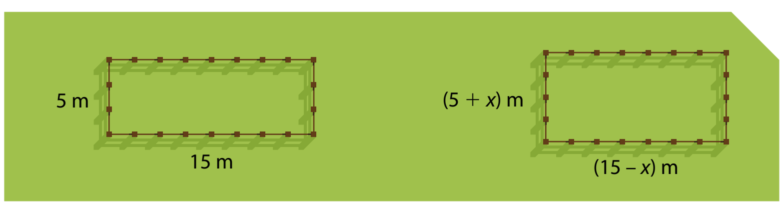
CORRIGÉ PAGE 290

9 Un triangle ne possède aucune diagonale. Un carré en possède 2, un pentagone, 5 et un hexagone, 9. Le nombre de diagonales d'un polygone de n côtés est donné par la fonction $d(n) = \frac{n^2 - 3n}{2}$.

Quel type de polygone possède 54 diagonales ?



10 À l'aide d'une clôture de 40 m, Mathilde a construit un enclos rectangulaire de 15 m de long sur 5 m de large. En utilisant la même longueur de clôture, elle aurait pu construire un enclos moins long, mais plus large. Dans l'illustration ci-dessous, x représente la mesure en mètres que Mathilde aurait pu enlever à la longueur de l'enclos initial pour l'ajouter à la largeur.

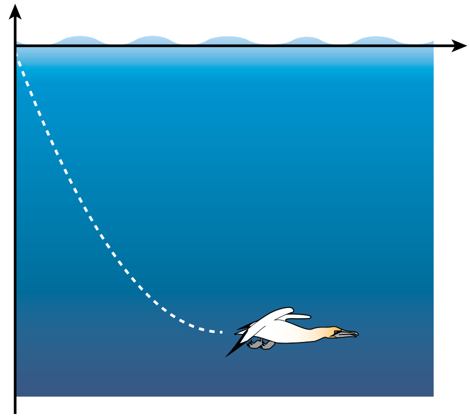


a) Déterminez la règle de la fonction représentant l'aire du deuxième enclos. Écrivez cette règle sous la forme factorisée.

b) En son sommet, cette fonction possède-t-elle un minimum ou un maximum ? Justifiez votre réponse.

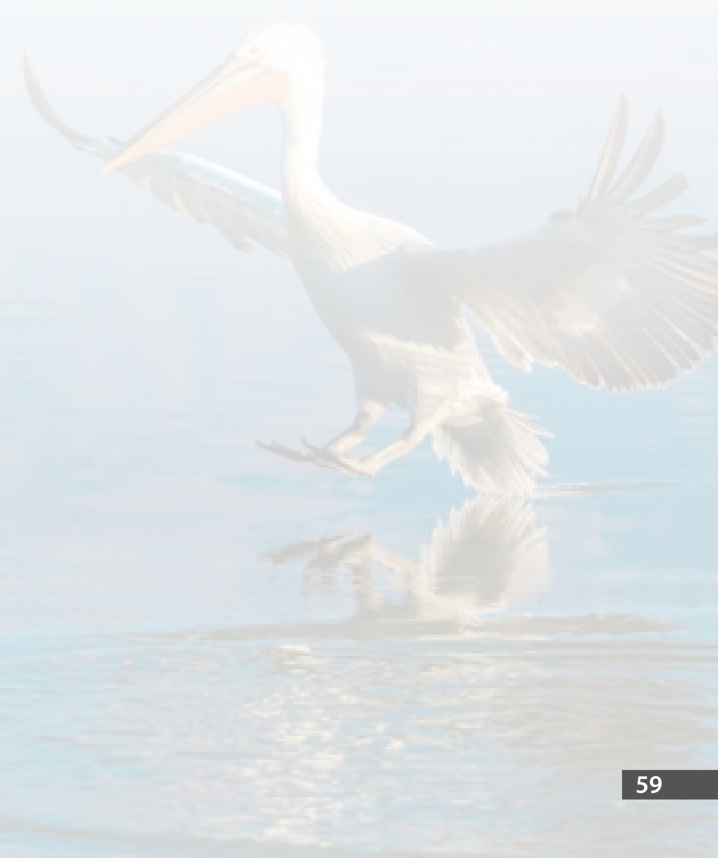
c) Avec cette clôture de 40 m, quelle est l'aire du plus grand enclos rectangulaire que Mathilde peut construire ?

11 La trajectoire de l'oiseau marin représentée ci-contre a approximativement la forme d'une parabole. Sur l'illustration, l'oiseau atteint le sommet de la parabole à une profondeur de 2,5 m, après un déplacement de 2 m vers la droite.



a) Déterminez l'équation de cette parabole sous la forme factorisée.

b) Tout en restant sur sa trajectoire parabolique, l'oiseau a attrapé un poisson en se déplaçant de 1 m supplémentaire vers la droite. Déterminez à quelle profondeur se trouvait le poisson.



CORRIGÉ PAGE 291

SITUATION 3.3

LA RÉSOLUTION D'INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.

SP 3.3

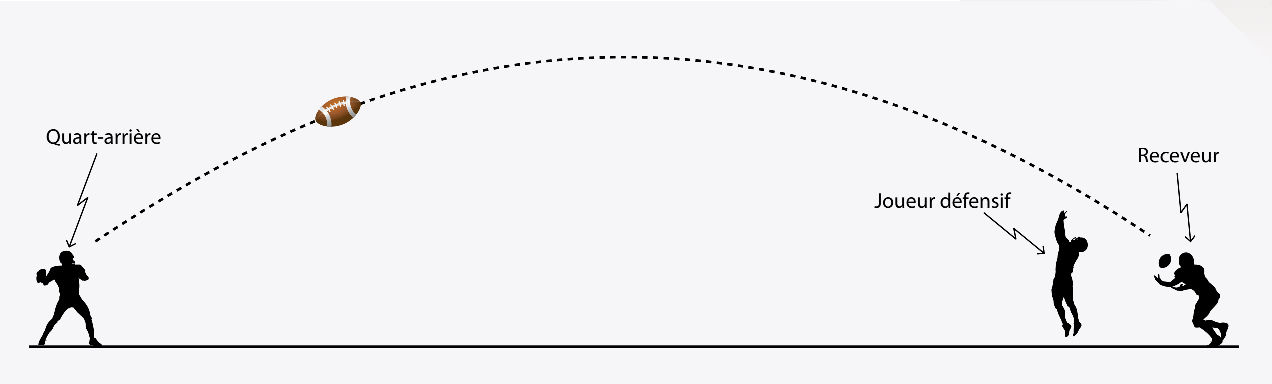
Le dernier jeu du match

Au football américain, il arrive que la victoire ou la défaite soit conclue au dernier jeu du match par une longue passe dans la zone des buts. Les joueurs défensifs, qui se trouvent sous la trajectoire du ballon, près du quart-arrière ou du receveur, cherchent alors désespérément à attraper le ballon ou à le faire dévier en sautant et en étendant les bras.

Lors d'un match, le quart-arrière lance le ballon à partir d'une hauteur de 2 m et le receveur doit idéalement l'attraper à la même hauteur, 42,5 m plus loin. La parabole en pointillé indique la trajectoire prévue du ballon. Après un déplacement horizontal de 10 m vers le receveur, le ballon devrait se trouver à une hauteur de 8,5 m.

On suppose qu'un joueur défensif a une chance de toucher au ballon seulement si le ballon passe au-dessus de lui à moins de 3 m de hauteur.

Le schéma ci-dessous illustre la situation.



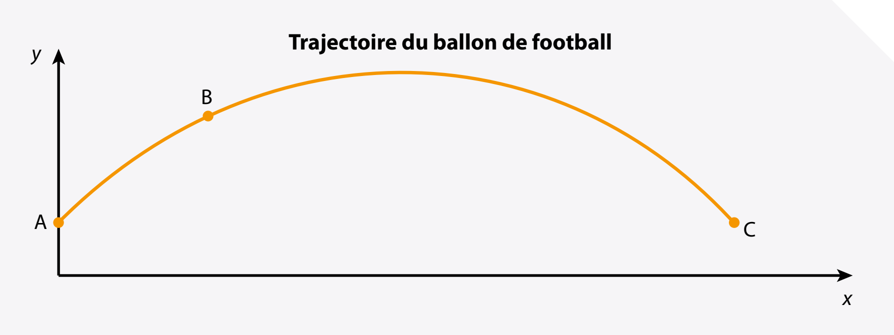
TÂCHE

Vous devez déterminer à quelle distance du quart-arrière doit se trouver le joueur défensif pour avoir une chance d'attraper ou de faire dévier le ballon.

EXPLORATION

Cette *Exploration* vous permet d'organiser les données de la situation afin de produire un modèle mathématique dont vous connaissez maintenant la forme. Vous pourrez y mettre en œuvre vos connaissances sur les propriétés des fonctions du second degré et également y revoir la notion d'inéquation.

1 En situant l'axe des abscisses au niveau du sol, on peut représenter graphiquement la situation.



a) En tenant compte des informations données à la page précédente, déterminez les coordonnées des trois points A, B et C.

A(______, ______) B(______, ______) C(______, ______)

b) À l'aide de ces informations, déterminez rapidement l'équation de cette parabole.

____

STRATÉGIE Positionner les axes

Lorsqu'on modélise une situation dans un plan cartésien, il importe de choisir adéquatement l'emplacement des axes dans la représentation graphique. Deux critères peuvent vous guider dans ce choix.

- L'emplacement des axes doit permettre de déterminer facilement les coordonnées des points importants.
- Les coordonnées de ces points doivent être faciles à interpréter dans le contexte du problème.

L'emplacement des axes doit également permettre d'obtenir l'équation la plus simple possible, bien que cela ne soit pas toujours évident au départ.

2 En modifiant la position de l'axe des abscisses relativement à la position des points A, B et C, on peut tracer une nouvelle représentation qui permettra d'obtenir l'équation de la trajectoire du ballon sous la forme factorisée.

a) Dans l'espace ci-dessous, représentez de nouveau la situation en situant le point A à l'origine du plan cartésien.

b) Indiquez les nouvelles coordonnées des trois points.

A(______ , ______)　　B(______ , ______)　　C(______ , ______)

3 Au moyen de la nouvelle représentation et des deux abscisses à l'origine, soit 0 et 42,5, déterminez la règle de cette fonction sous la forme générale en vous servant de la forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

ATTENTION !

Dans ce modèle, la variable *y* ne représente pas la hauteur du ballon par rapport au sol, puisqu'on a déplacé l'axe des *x* de 2 unités vers le haut.

4 Dans cette nouvelle représentation, que représentent les variables suivantes ?

a) La variable *x* : ______

b) La variable *y* : ______

5 À partir de l'équation de la parabole, écrivez l'**inéquation** qui permet de déterminer à quel endroit doit se trouver le défenseur pour que le ballon passe au-dessus de lui à moins de 3 m de hauteur.

En modifiant la représentation de la situation, vous avez déterminé un modèle mathématique pouvant se traduire rapidement par une équation du second degré. Vous avez aussi été en mesure d'obtenir une inéquation du second degré à une variable. La tâche de la situation-problème consiste essentiellement à résoudre cette inéquation. C'est donc à la découverte de ce nouveau savoir que vous convie l'activité d'appropriation qui suit.

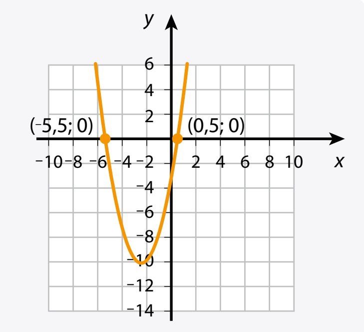
APPROPRIATION A

Savoirs mathématiques visés :
- résoudre graphiquement des inéquations du second degré ;
- résoudre algébriquement des inéquations du second degré.

1. Résoudre graphiquement des inéquations du second degré

Certaines situations-problèmes peuvent se traduire à l'aide d'une inéquation du second degré à une variable. Il existe plusieurs façons de résoudre ce type d'inéquation. Dans cette section, vous découvrirez comment les résoudre graphiquement.

1 Considérez $f(x) = 2x^2 + 10x - 5{,}5$.



a) Déterminez l'intervalle où $f(x) < 0$.

b) Déterminez l'intervalle où $f(x) > 0$.

2 Considérez l'inéquation $x^2 + x - 6 \geq 0$.

a) Représentez graphiquement $f(x) = x^2 + x - 6$.

b) Pour quel intervalle l'inéquation $x^2 + x - 6 \geq 0$ est-elle vérifiée ?

STRATÉGIE Tracer une esquisse

Pour analyser le signe d'une fonction quadratique, il peut être utile de tracer une esquisse de sa représentation graphique. L'esquisse ne montre que les axes, les coordonnées importantes et une parabole, dont le trait est fait à main levée. N'hésitez pas à vous servir souvent de cette stratégie.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 117, NUMÉROS 9 ET 10, TOME 1

Les fonctions strictement positives ou négatives

Le nombre 0 est à la fois un nombre négatif et un nombre positif.

Dire que $f(x)$ est négative correspond à l'inéquation $f(x) \leqslant 0$. Si l'on doit considérer l'inéquation $f(x) < 0$, on dit alors que $f(x)$ est **strictement** négative. Les mêmes remarques s'appliquent si $f(x)$ est positive ($\geqslant 0$) ou **strictement** positive (> 0).

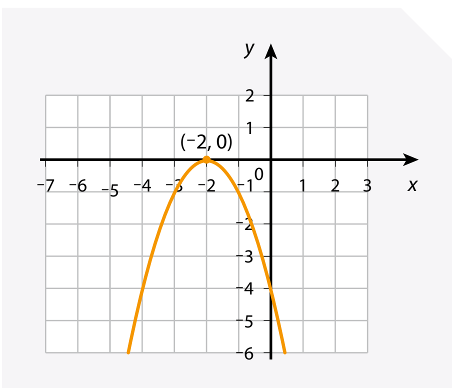
L'utilisation de crochets ouverts ou fermés pour décrire un ensemble-solution sous forme d'intervalle permet de distinguer si un nombre est inclus ou non dans l'ensemble-solution.

Exemple :

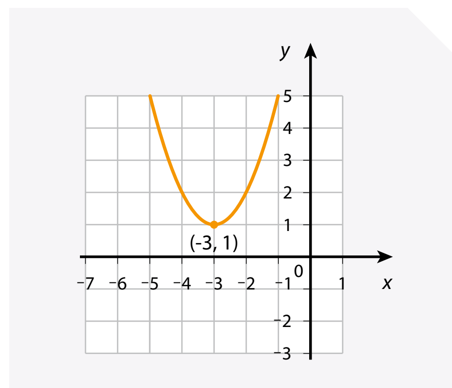
L'intervalle [0, 4[signifie que le nombre 0 est inclus dans l'ensemble-solution, mais que le nombre 4 ne l'est pas.

3 Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminez les ensembles suivants.

1)



2)



a) L'ensemble-solution de $f(x) \geqslant 0$:

1) ____________________

2) ____________________

b) L'ensemble-solution de $f(x) < 0$:

1) ____________________

2) ____________________

À RETENIR

Résoudre graphiquement des inéquations du second degré

Toute inéquation du second degré à une variable peut se ramener à l'une des inéquations suivantes.

$ax^2 + bx + c < 0$ $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $ax^2 + bx + c \geqslant 0$

Pour résoudre ces inéquations, il suffit de considérer que $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$ est l'image de x par une fonction f. Il convient alors d'analyser le signe de $f(x)$ pour obtenir l'ensemble-solution de l'inéquation.

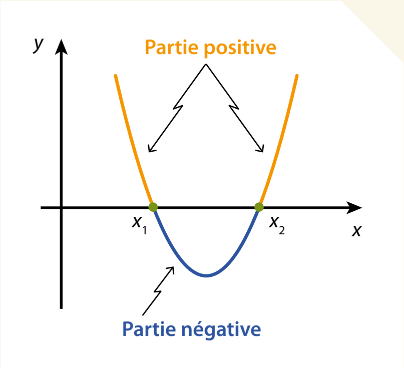
Exemple :

Pour résoudre l'inéquation $3x^2 + 3x - 6 \leqslant 0$, on pose $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$ et on détermine graphiquement pour quelles valeurs de x la fonction est négative.

$$\underbrace{3x^2 + 3x - 6}_{f(x)} \leqslant 0$$

L'analyse du signe d'une fonction polynomiale du second degré

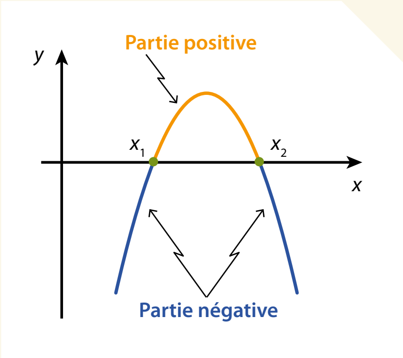
Lorsqu'une fonction polynomiale du second degré possède **deux zéros**, une partie de son image est positive et une autre est négative. Deux situations sont possibles selon le signe du paramètre a.



$f(x) < 0$, si $x \in \,]x_1, x_2[$

$f(x) = 0$, si $x \in \{x_1, x_2\}$

$f(x) > 0$, si $x \in \,]^-\infty, x_1[\cup]x_2, {}^+\infty[$



$f(x) < 0$, si $x \in \,]^-\infty, x_1[\cup]x_2, {}^+\infty[$

$f(x) = 0$, si $x \in \{x_1, x_2\}$

$f(x) > 0$, si $x \in \,]x_1, x_2[$

Une fonction qui ne possède qu'un **seul zéro** ou **aucun zéro** conserve le même signe pour toutes les valeurs de son domaine. Elle est positive (si $a > 0$) ou négative (si $a < 0$), quelle que soit la valeur de la variable x.

CORRIGÉ PAGE 292

Exemple 1 :

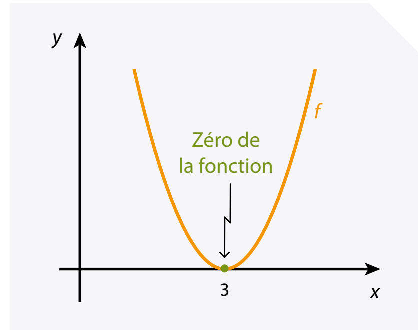
Considérez la fonction *f* représentée ci-contre.

- Elle ne possède qu'un seul zéro, soit 3.
- Cette fonction est positive sur tout son domaine.

  $f(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

- Cette fonction est *strictement* positive pour tous les nombres réels à l'exception de 3.

  $f(x) > 0$ pour $x \in \,]^{-}\infty, 3[\, \cup \,]3, {}^{+}\infty[$

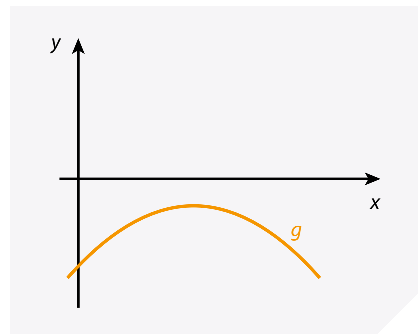


Exemple 2 :

Considérez la fonction *g* représentée ci-contre.

- Cette fonction ne possède aucun zéro.
- Elle est strictement négative sur tout son domaine.

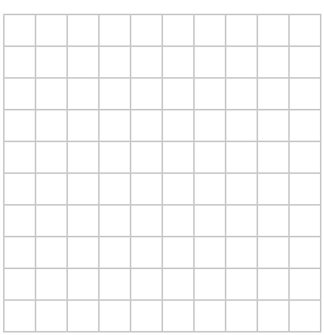
  $g(x) < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$



EXERCEZ-VOUS

4 Représentez graphiquement chacune des fonctions suivantes, puis déterminez pour quelles valeurs de x la fonction est strictement positive.

a) $f_1(x) = {}^{-}(x - 3)^2 + 4$



TIC L'activité TIC 3.3.1 vous permettra d'étudier les ensembles-solutions possibles résultant de l'analyse du signe d'une fonction. Cette activité GeoGebra est accessible sur portailsofad.com.

b) $f_2(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $f_3(x) = (x + 4)^2 + 5$

5 À partir de l'esquisse d'une parabole orientée vers le haut et ayant deux zéros (x_1 et x_2), déterminez l'ensemble-solution de $f(x) \geq 0$ et de $f(x) < 0$.

2. Résoudre algébriquement des inéquations du second degré

Dans cette section, vous découvrirez comment résoudre des inéquations du second degré sans faire d'analyse graphique.

6 Considérez l'inéquation $2x^2 + 10x - 5{,}5 < 0$.

a) Calculez les racines de l'inéquation à l'aide de la formule quadratique $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

b) Selon vous, dans quel intervalle l'inéquation se vérifie-t-elle ? ______

c) Validez votre réponse en substituant dans l'inéquation une valeur tirée de votre ensemble-solution.

7 Considérez l'inéquation $2x^2 + 12x - 32 < 0$.

a) Divisez chaque membre de l'inéquation par 2.

______

b) Transposez le terme constant à la droite de l'inéquation.

______

c) Effectuez une complétion du carré pour transformer l'inéquation sous la forme $(x - h)^2 <$ constante.

d) Trouvez les racines de l'inéquation.

e) Déterminez l'ensemble-solution de l'inéquation.

______

f) Validez votre solution.

À RETENIR

Résoudre algébriquement une inéquation du second degré à une variable

Pour résoudre une inéquation algébriquement, il faut d'abord déterminer les racines de l'équation correspondante, puis déterminer par raisonnement l'ensemble-solution de l'inéquation.

Résoudre à l'aide de la formule quadratique

Il est toujours possible d'obtenir les racines avec la formule quadratique suivante.

$$x = \frac{^-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemple :

Considérez l'inéquation $x^2 - 4x - 5 > 0$.

L'équation correspondante est $x^2 - 4x - 5 = 0$, où $a = 1$, $b = {^-4}$ et $c = {^-5}$.

$$x = \frac{^-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{^-(^-4) \pm \sqrt{(^-4)^2 - 4(1)(^-5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$

Les racines sont $^-1$ et 5.

Comme la valeur du paramètre a est positive, la parabole est ouverte vers le haut. Pour que $x^2 - 4x - 5 > 0$, il faut que x se trouve à l'extérieur de l'intervalle limité par ces deux racines.

L'ensemble-solution est donc $]^-\infty, {^-1}[\cup]5, {^+\infty}[$.

CORRIGÉ PAGE 293

Résoudre par la complétion du carré

Il est toujours possible de ramener l'inéquation sous l'une des formes suivantes.

$(x - h)^2 < \text{constante}$ $(x - h)^2 \leqslant \text{constante}$ $(x - h)^2 > \text{constante}$ $(x - h)^2 \geqslant \text{constante}$

Pour obtenir les racines, on doit résoudre l'équation correspondante.

$$(x - h)^2 = \text{constante}$$

Exemple :

L'inéquation $x^2 - 4x - 5 > 0$ peut être ramenée sous la forme $(x - 2)^2 > 9$.

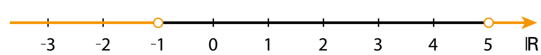
L'équation correspondante $(x - 2)^2 = 9$ a deux racines.

$$(x - 2)^2 = 9$$
$$x - 2 = \pm\sqrt{9}$$
$$x = 2 \pm 3$$

Les racines sont $^-1$ et 5.

Donc, comme dans l'exemple précédent, l'ensemble-solution est $]^-\infty, {}^-1[\cup]5, {}^+\infty[$.

On peut représenter cet ensemble-solution sur une droite numérique.



STRATÉGIE Valider à l'aide d'un nombre quelconque

Les racines de l'équation séparent l'ensemble des nombres réels en intervalles disjoints. Vous pouvez toujours valider votre réponse en choisissant un nombre quelconque dans l'un de ces intervalles. Si le nombre choisi confirme l'inéquation, alors tous les nombres de l'intervalle font partie de l'ensemble-solution. L'inverse est également vrai. Si le nombre choisi ne vérifie pas l'inéquation, alors aucun nombre de l'intervalle ne fait partie de l'ensemble-solution.

Exemple :

Si $x = 6$, on obtient :

$$(6)^2 - 4(6) - 5 > 0$$
$$36 - 24 - 5 > 0$$
$$7 > 0$$

C'est vrai.

EXERCEZ-VOUS

8 Pour quelles valeurs de x l'inéquation $^{-}2x^2 + 12x - 32 < 0$ est-elle vérifiée ?

ATTENTION !

Si vous divisez chaque membre de l'inéquation par un nombre **négatif**, il faut changer le **sens de l'inégalité**.

Exemple :
$^{-}2x > 4$ devient $x < {^{-}2}$.

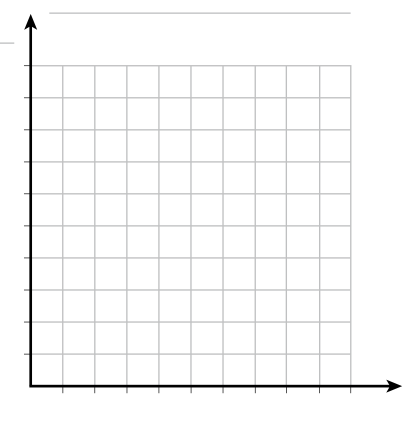
9 Considérez la fonction $f(x) = x^2 - 2x + 5$.

a) Analysez le signe de cette fonction.

b) Quelle doit être la valeur de x pour que l'image de $f(x)$ ne dépasse pas 20 ?

10 Un projectile est lancé vers le haut à une vitesse initiale de 60 m/s à partir d'une hauteur de 2 m. La règle modélisant cette situation est $h(t) = {^{-}4{,}9}t^2 + 60t + 2$, où h est la hauteur atteinte par le projectile (en m) et t, le temps (en s).

a) Représentez graphiquement cette situation.



b) Déterminez pendant combien de temps le projectile se trouve à une hauteur de plus de 100 m.

ASTUCE

En rendant une équation quadratique égale à 0, on peut repérer rapidement la forme générale d'une fonction du second degré et obtenir les racines de cette équation à l'aide de la formule quadratique.

Vous êtes maintenant en mesure de résoudre la situation-problème 3.3 *Le dernier jeu du match*. N'hésitez pas à faire un retour sur tous les savoirs de ce chapitre si vous éprouvez des difficultés dans la réalisation de cette troisième tâche.

CORRIGÉ PAGE 293

RÉSOLUTION

Vous êtes maintenant en mesure de résoudre la situation-problème 3.3.

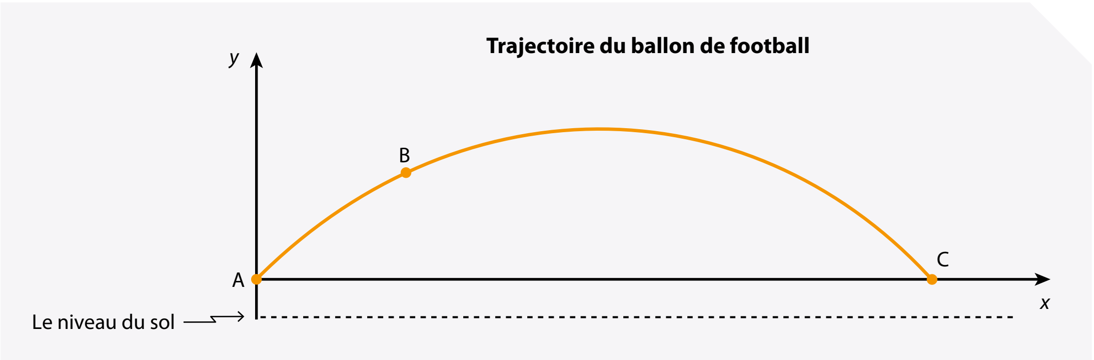
SITUATION-PROBLÈME DE LA PAGE 60

TÂCHE

Vous devez déterminer à quelle distance du quart-arrière doit se trouver le joueur défensif pour avoir une chance d'attraper ou de faire dévier le ballon.

Rappel des données du problème

- Le quart-arrière lance le ballon à partir d'une hauteur de 2 m.
- Le receveur doit idéalement l'attraper à la même hauteur, 42,5 m plus loin.
- Après un déplacement horizontal de 10 m vers le receveur, le ballon devrait se trouver à une hauteur de 8,5 m.
- Un joueur défensif a une chance de toucher au ballon seulement si le ballon passe au-dessus de lui à moins de 3 m de hauteur.



Résolution

Résolution (*suite*)

Conclusion :

CORRIGÉ PAGE 294

CONSOLIDATION

1 Représentez graphiquement la fonction $2x^2 + 8x + 5 < 0$, puis déterminez l'ensemble-solution sous forme d'intervalle.

2 Représentez graphiquement la fonction $f(x) = {}^{-}5x^2 - 10x + 15$, puis déterminez pour quelles valeurs de x cette fonction est strictement négative.

3 Déterminez l'ensemble-solution de l'inéquation ${}^{-}3(x + 3)^2 + 12 \geq 0$.

4 Déterminez pour quelles valeurs de x, la fonction $h(x) = {}^{-}3(x - 2)^2 + 6$ est supérieure à 3.

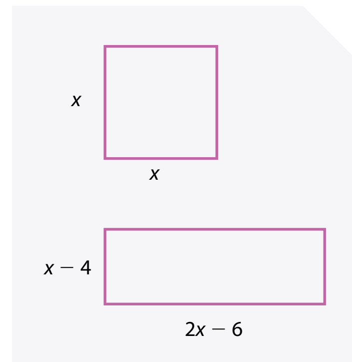
5 Déterminez la solution de l'inéquation $2(x + 3)^2 - 4 < 4$.

6 Bastien doit résoudre l'inéquation $(x - 2)^2 \geq {}^-1$, mais il entreprend d'abord de résoudre l'équation correspondante, soit $(x - 2)^2 = {}^-1$. Il découvre alors que la résolution est impossible, car il doit extraire la racine carrée d'un nombre négatif. Il conclut que l'inéquation n'a aucune solution.

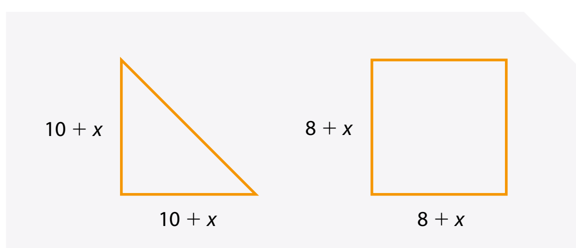
Que pensez-vous de son raisonnement ? Expliquez votre point de vue.

7 Dans la figure ci-contre, les dimensions du rectangle sont exprimées en fonction de la mesure du côté du carré.

Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire du carré soit inférieure à celle du rectangle ?



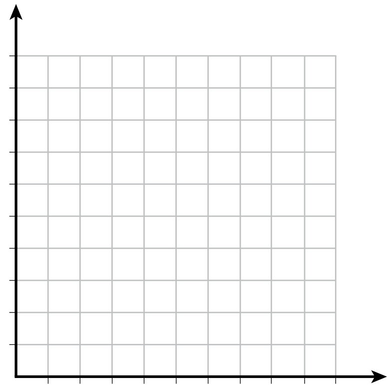
8 En modifiant les dimensions d'un triangle rectangle et d'un carré par un même nombre, on peut constater que l'aire du triangle finit par surpasser celle du carré. Quelle doit être la valeur de x pour que l'on puisse observer ce phénomène ?



CORRIGÉ PAGE 295

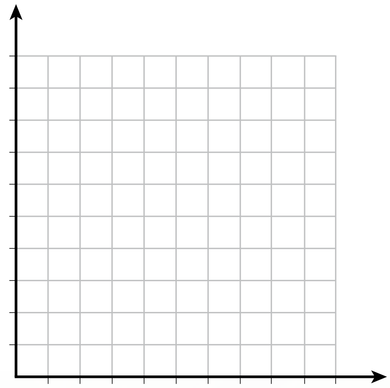
9 Charles sème habituellement 20 rangs de radis, dont chacun produit au maximum 60 kg de radis. Pour obtenir un nouveau contrat d'approvisionnement, il doit produire au moins 200 kg de radis de plus, mais l'espace dont il dispose est limité. Pour chaque rang ajouté, sa production diminue de 1 kg par rang.

À partir d'une représentation graphique de la fonction, estimez le nombre de rangs que Charles doit ajouter pour augmenter sa production d'au moins 200 kg, puis vérifiez algébriquement votre solution.



10 La hauteur atteinte en mètres par un caillou lancé vers le haut à une vitesse initiale de 20 m/s à partir de 2 m du sol est donnée approximativement par la fonction $h(t) = -5t^2 + 20t + 2$, où t est le temps écoulé en secondes. Pendant combien de temps le caillou sera-t-il à plus de 20 m de hauteur ?

Faites une estimation de cette durée à partir d'une représentation graphique de la fonction, puis déterminez algébriquement une valeur plus précise (arrondissez au centième près).



SAVOIRS EN RÉSUMÉ

Voici un résumé de tous les savoirs **À RETENIR**. Écrivez les informations manquantes.

La fonction proportionnelle au carré

La fonction proportionnelle au carré possède les caractéristiques suivantes :

- le rapport   est constant ;
- si *a* représente ce rapport constant, alors l'équation de la relation peut s'écrire sous la forme   .

Exemple :

Dans la suite d'égalités $\frac{24}{2^2} = \frac{96}{4^2} = \frac{216}{6^2} = \frac{384}{8^2}$, tous ces rapports sont égaux à 6.

L'équation décrivant cette relation est   , où *A* représente l'aire totale du cube (en cm²) et *c*, la mesure de l'arête (en cm).

Aire totale du cube en fonction de la mesure de son arête

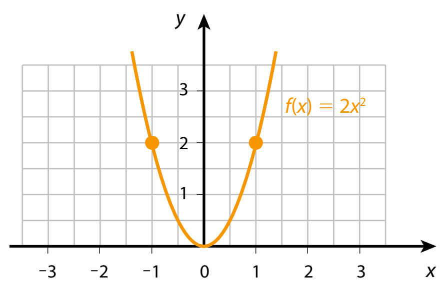
Mesure de l'arête (cm)	Aire totale du cube (cm²)
2	24
4	96
6	216
8	384

$\times 3$ $\times 2$ $\times 4$ $\times 9$

Les caractéristiques de la parabole de la forme $f(x) = ax^2$

- L'axe de symétrie coïncide avec l'axe des ordonnées, soit   .
- Le sommet se situe aux coordonnées   .

Exemple :



La forme canonique de la fonction polynomiale du second degré

La règle de toute fonction polynomiale du second degré, quelle que soit la position de son sommet, peut s'écrire sous la forme suivante, qu'on appelle la forme canonique.

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

L'effet du paramètre *a*

Le paramètre *a* agit sur l'ouverture de la parabole. La parabole peut être plus ou moins ouverte selon la valeur de *a* et ouverte vers le haut ou vers le bas selon le signe de *a*.

- Si $a > 0$, la parabole sera ouverte   , ce qui signifie que l'image de *f* est $[k, +\infty[$.
- Si $a < 0$, la parabole est ouverte   , ce qui signifie que l'image de *f* est $]-\infty, k]$.

RÉSUMÉ DES SAVOIRS PAGE 242

Aussi,

- plus la valeur absolue du paramètre a s'approche de zéro, plus la parabole est ouverte ;
- plus la valeur absolue de a s'éloigne de zéro, plus la parabole est fermée.

L'effet du paramètre *h*

Tout comme pour les fonctions parties entières étudiées au chapitre précédent, le paramètre h d'une fonction polynomiale de la forme $f(x) = a(x - h)^2$ est lié à une ______ de h unités.

- Si $\boldsymbol{h > 0}$, la translation est ______.
- Si $\boldsymbol{h < 0}$, la translation est ______.

L'effet du paramètre *k*

Comme pour les fonctions parties entières, le paramètre k provoque une ______ de $\boldsymbol{k}$ unités sur tous les points formant la parabole.

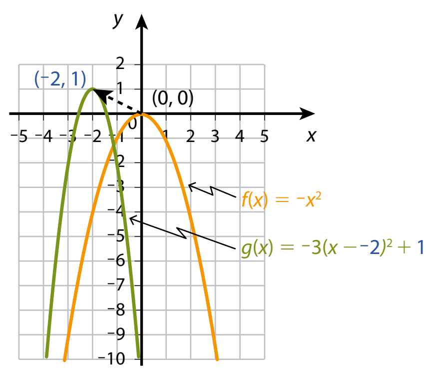
- Si $\boldsymbol{k} > 0$, la translation est ______.
- Si $\boldsymbol{k} < 0$, la translation est ______.

L'action combinée des deux paramètres $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{k}$ produit une ______ de la parabole.

Par conséquent, le **sommet** est le couple ______.

Exemple :

Considérez la fonction $g(x) = {}^-3(x + 2)^2 + 1$.



- Puisque $a < 0$, la parabole est ouverte ______.
- Puisque $|a| > 1$, l'ouverture de la parabole est plus étroite que la fonction $f(x) = {}^-x^2$.
- Puisque $h = {}^-2$ et $k = 1$, la parabole de la fonction $g(x)$ subit une translation de 2 unités ______ et de 1 unité ______ par rapport à la parabole de la fonction $f(x) = {}^-x^2$.
- Le sommet de $g(x)$ est $({}^-2, 1)$.

La forme générale de la fonction polynomiale du second degré

La règle de toute fonction polynomiale du second degré peut s'écrire sous la forme générale.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

L'effet du paramètre *a* sur le graphique

Le paramètre *a* produit le même effet sur le graphique que dans la forme canonique, soit sur l'ouverture de la parabole.

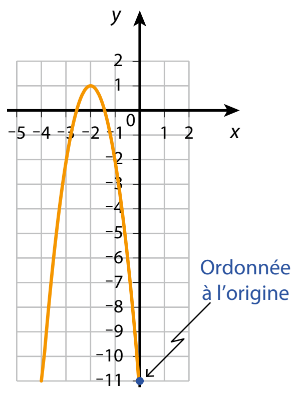
Le rôle du paramètre *c*

Le paramètre *c* correspond à ________________.

Exemple :

Considérez la fonction $g(x) = {}^-3x^2 - 12x - 11$.

- Puisque $a < 0$, la parabole est ouverte vers le bas.
- Puisque $|a| > 1$, l'ouverture de la parabole est plus fermée que la fonction $f(x) = {}^-x^2$.
- L'ordonnée à l'origine est $c = {}^-11$.



La forme factorisée de la fonction polynomiale du second degré

La règle d'une fonction polynomiale du second degré peut s'écrire sous la forme factorisée si ________________.

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

L'effet du paramètre *a* sur le graphique

Le paramètre *a* produit le même effet sur le graphique que dans la forme canonique et la forme générale, soit sur l'ouverture de la parabole.

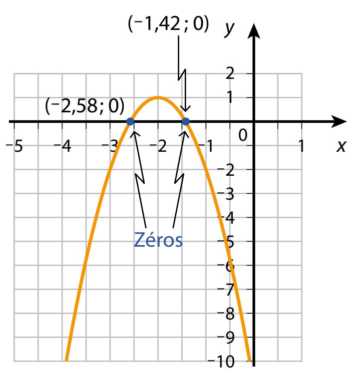
Le rôle des paramètres x_1 et x_2

Les paramètres x_1 et x_2 correspondent ________________.

Exemple :

Considérez la fonction $g(x) = {}^-3(x + 2{,}58)(x + 1{,}42)$.

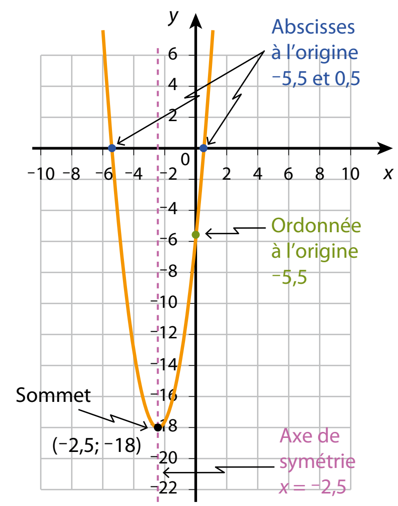
- Puisque $a < 0$, la parabole est ouverte vers le bas.
- Puisque $|a| > 1$, l'ouverture de la parabole est plus fermée que la fonction $f(x) = {}^-x^2$.
- Les zéros de la fonction sont ________________.



RÉSUMÉ DES SAVOIRS PAGE 244

Les caractéristiques des fonctions polynomiales du second degré

	Forme canonique	Forme générale	Forme factorisée
Axe de symétrie	$x = h$	$x = -\dfrac{b}{2a}$	$x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$
Sommet		$\left(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a}\right)$	$\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, -\dfrac{a}{4}(x_1 - x_2)^2\right)$
Ordonnée à l'origine	$ah^2 + k$		ax_1x_2
Abscisses à l'origine (Zéros)	$x = h \pm \sqrt{-\dfrac{k}{a}}$	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	



Représenter graphiquement une fonction à partir de sa règle

La forme canonique $f(x) = a(x - h)^2 + k$

Il suffit de repérer le sommet et de calculer quelques autres points. Il est souvent efficace de déterminer les coordonnées à l'origine, puisque ce sont des points faciles à repérer sur le graphique.

- Le sommet est formé des coordonnées ______.
- Pour évaluer l'ordonnée à l'origine, il suffit de substituer la variable x ______.
- À partir de l'axe de symétrie, on peut déduire les coordonnées du point symétrique à l'ordonnée à l'origine.

Exemple :

On souhaite représenter graphiquement la fonction $f(x) = 2x^2 + 5$.

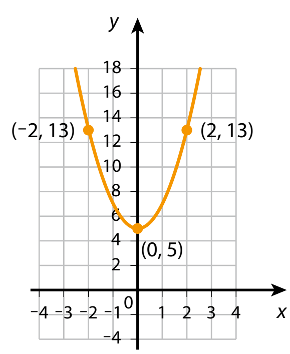
- Puisque $h = 0$ et $k = 5$, les coordonnées du sommet sont (0, 5).
- Puisque le sommet est aussi l'ordonnée à l'origine, il faut déterminer un autre point sur la parabole. Le domaine étant l'ensemble des nombres réels, on peut prendre n'importe quelle valeur de x.

  Par exemple, si $x = 2$,

  $f(2) =$ ______

- Puisque l'axe de symétrie est $x = 0$, on déduit que le point symétrique au précédent est ______.

On obtient la représentation graphique ci-contre.



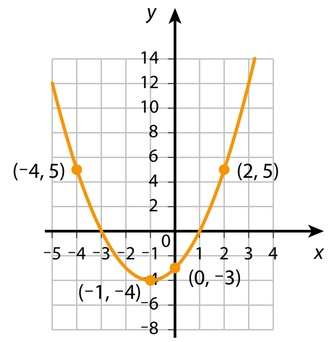
REMARQUE : Si l'ordonnée à l'origine est facilement repérable et qu'elle n'est pas sur le sommet, on favorisera ce point comme 2e coordonnée.

La forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$

Il suffit de repérer l'ordonnée à l'origine et de calculer le sommet.

- L'ordonnée à l'origine est c.
- Les coordonnées du sommet sont $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$.

Exemple :



On souhaite représenter graphiquement la fonction $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

- Puisque $c = {}^-3$, les coordonnées de l'ordonnée à l'origine sont ______.
- Les coordonnées du sommet sont $\left(-\frac{(2)}{2(1)}, \frac{4(1)(^-3) - 2^2}{4(1)}\right) =$ ______.

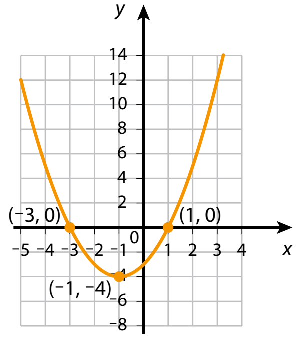
REMARQUE : Si les points sont très près les uns des autres, comme c'est le cas ici, il est préférable d'en trouver un ou deux de plus pour tracer la courbe de façon plus précise. Par exemple, lorsque $x = 2$, alors $f(2) = (2)^2 + 2(2) - 3 = 5$. On obtient le point (2, 5) et son point symétrique (⁻4, 5).

La forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Il suffit de repérer ______ et ______.

- Les zéros sont x_1 et x_2.
- Les coordonnées du sommet sont $\frac{x_1 + x_2}{2}, -\frac{a}{4}(x_1 - x_2)^2$.

Exemple :



On souhaite représenter graphiquement la fonction $f(x) = (x - 1)(x + 3)$.

- Puisque $x_1 = 1$ et $x_2 = {}^-3$, les coordonnées des zéros sont (1, 0) et (⁻3, 0).
- Les coordonnées du sommet sont $\left(\frac{1 + {}^-3}{2}, -\frac{1}{4}(1 - (^-3))^2\right) =$ ______.

RÉSUMÉ DES SAVOIRS PAGE 246

Déterminer la règle à partir du graphique

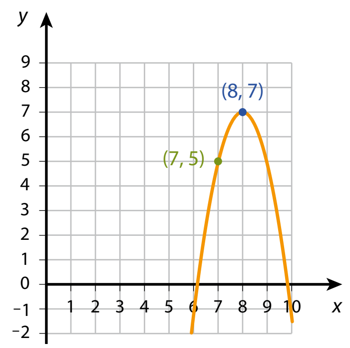
La forme canonique $f(x) = a(x - h)^2 + k$

À partir de la représentation graphique, il suffit de suivre les étapes suivantes :

- Repérer les coordonnées du sommet (__________) et déterminer les valeurs des paramètres __________ . Si le sommet de la parabole est (0, 0), alors la règle est de la forme __________ .
- Substituer les valeurs de h et de k et les coordonnées d'un autre point dans la règle pour déterminer la valeur __________ .

Exemple :

On souhaite déterminer la règle de la parabole ci-contre sous la forme canonique.



- Le sommet est (8, 7), donc $h = 8$ et $k = 7$.
- En considérant le point (7, 5), on obtient :

$5 = a(7 - 8)^2 + 7$

$5 = a(^-1)^2 + 7$

$5 = a + 7$

$^-2 = a$

La règle est donc $f(x) = {}^-2(x - 8)^2 + 7$.

La forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

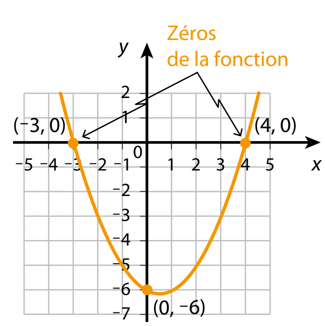
À partir de la représentation graphique, il suffit de suivre les étapes suivantes :

- Repérer __________ et déterminer les paramètres x_1 et x_2.
- Substituer les valeurs de x_1 et de x_2, et les coordonnées d'un autre point dans la règle pour déterminer __________ .

Exemple :

On souhaite déterminer la règle de la parabole suivante sous la forme factorisée.

- La règle sera de la forme $f(x) = a(x + 3)(x - 4)$.
- Pour déterminer la valeur de a, il suffit d'utiliser les coordonnées de l'ordonnée à l'origine $(0, {}^-6)$.



On obtient :

$^-6 = a(0 + 3)(0 - 4)$

$^-6 = {}^-12a$

$a = \dfrac{^-6}{^-12} = \dfrac{1}{2}$

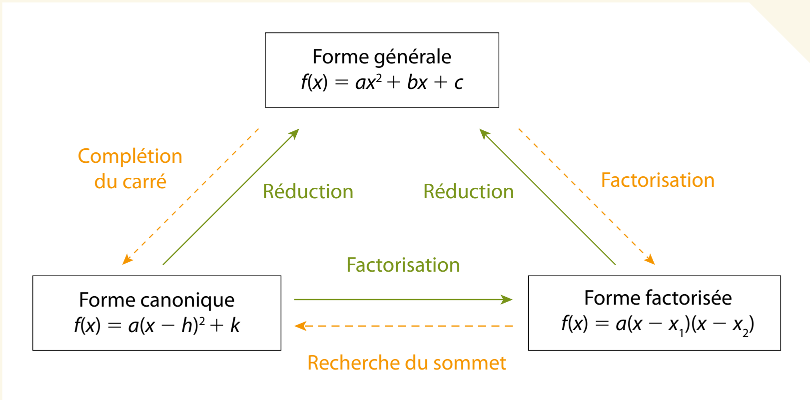
La règle peut donc s'écrire $f(x) = \dfrac{1}{2}(x + 3)(x - 4)$.

La forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$

Dans ce cas, il vaut mieux écrire d'abord la règle sous la forme canonique ou factorisée, puis par manipulation algébrique, la réécrire sous sa forme générale.

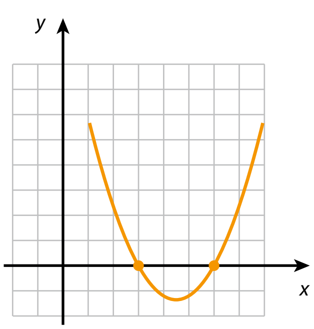
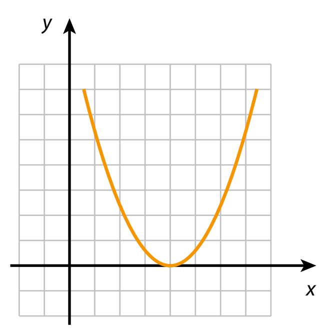
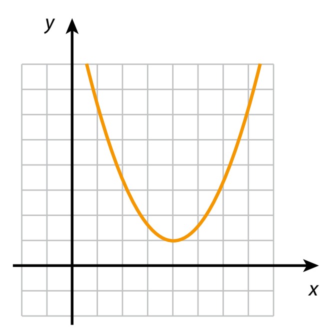
Le passage d'une forme à une autre

Les trois formes d'une fonction polynomiale du second degré et le passage de l'une à l'autre.



Les zéros de la fonction quadratique

Graphiquement, les zéros de la fonction correspondent aux abscisses à l'origine de la parabole.
Trois situations peuvent se présenter.

Deux zéros	Un zéro	Aucun zéro
		
Deux cas sont possibles : • la parabole est ouverte vers le haut ($a > 0$) et le sommet est ______ ; • la parabole est ouverte vers le bas ($a < 0$) et le sommet est au-dessus l'axe des x.	Le sommet de la parabole est situé sur ______.	Deux cas sont possibles : • la parabole est ouverte vers le haut ($a > 0$) et le sommet est ______ ; • la parabole est ouverte vers le bas ($a < 0$) et le sommet est ______.
Dans la forme générale, le discriminant est positif. ______	Dans la forme générale, le discriminant est nul. ______	Dans la forme générale, le discriminant est négatif. ______

RÉSUMÉ DES SAVOIRS PAGE 248

Les méthodes de factorisation

Ce procédé algébrique consiste à obtenir une forme factorisée à partir d'un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$.

- Si $\boldsymbol{c = 0}$, la factorisation est une simple mise en évidence.
- Si le trinôme est **un carré parfait**, on doit écrire le trinôme sous la forme d'un carré de binômes.

La méthode produit-somme

Cette méthode consiste à déterminer deux nombres dont le **produit** est égal à $\boldsymbol{ac}$ et dont la **somme** est égale à $\boldsymbol{b}$. On procède ensuite par mise en évidence double.

Exemple :

On souhaite écrire le trinôme $6x^2 - 5x - 6$ sous la forme factorisée.

- On cherche deux nombres dont le **produit** est égal à $ac = {}^-36$ et dont la **somme** est égale à $b = {}^-5$.
- Les deux facteurs sont $^-9$ et 4, puisque ______.

$6x^2 - 9x + 4x - 6$ (Remplacement du terme ^-5x par $^-9x + 4x$)

$=$ ______   (Mise en évidence)

$=$ ______   (Mise en évidence)

La forme factorisée de ce polynôme est ______.

La complétion du carré

Ce procédé algébrique consiste à ajouter un terme pour faire apparaître un trinôme carré parfait dans la règle.

Exemple :

On souhaite écrire la fonction $h(x) = 2x^2 - 12x + 23$ sous sa forme canonique.

$h(x) = 2(x^2 - 6x + 11{,}5)$ (Mise en évidence du coefficient de x^2)

$h(x) = 2((x^2 - 6x + 9) + 11{,}5 - 9)$ (Addition et soustraction d'un terme)

$h(x) =$ ______   (Factorisation du trinôme et réduction)

$h(x) =$ ______   (Distribution du facteur)

Les résolutions d'équations du second degré à une variable

Les manipulations algébriques ou la formule quadratique peuvent être utilisées pour résoudre des équations du second degré à une variable.

Exemple :

On souhaite résoudre l'équation $^-3x^2 + 12x - 10{,}5 = 0$.

Voici la démarche à suivre par manipulation algébrique :

$x^2 - 4x + 3{,}5 = 0$ (Division par le coefficient de x^2)

$x^2 - 4x = {}^-3{,}5$ (Transposition du terme constant)

$x^2 - 4x + 4 = {}^-3{,}5 + 4$ (Complétion du carré)

(Factorisation du trinôme et réduction)

(Extraction des racines carrées)

(Isolation de la variable)

Les racines de l'équation sont .

Voici la démarche à suivre à l'aide de la formule quadratique :

$$x = \frac{^-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{^-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(^-3)(^-10{,}5)}}{2(^-3)}$$

$x \approx 1{,}29$ ou $x \approx 2{,}71$

La résolution d'inéquations du second degré

La méthode graphique

Toute inéquation du second degré à une variable peut se ramener à l'une des inéquations suivantes.

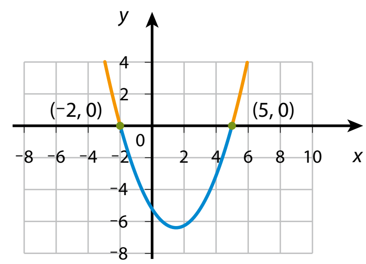
$ax^2 + bx + c < 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c > 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c \geqslant 0$

Pour résoudre une telle inéquation, il suffit de considérer que $ax^2 + bx + c$ est l'image de x par une fonction f. Il convient alors d'analyser le signe de $f(x)$ pour obtenir l'ensemble-solution de l'inéquation.

Exemple :

Pour résoudre l'inéquation $0{,}5x^2 - 1{,}5x - 5 \leqslant 0$, on pose $f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x - 5$ et on détermine pour quelles valeurs de x la fonction est négative.

La fonction est négative sur l'intervalle $[^-2, 5]$, donc l'ensemble-solution de l'inéquation est $^-2 \leqslant x \leqslant 5$.



La méthode algébrique

Pour résoudre algébriquement une inéquation, il faut d'abord obtenir les racines de l'équation correspondante, puis déterminer logiquement l'ensemble-solution de l'inéquation.

Exemple :

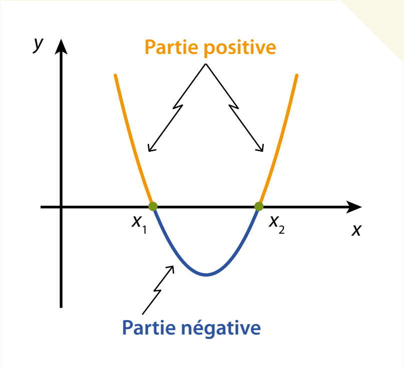
On souhaite connaître l'ensemble-solution de l'inéquation $x^2 - x - 2 < 0$.

- L'équation correspondante est $x^2 - x - 2 = 0$.
- Par factorisation, on obtient $(x + 1)(x - 2) = 0$.
- L'équation est vraie si $x = {}^-1$ ou si $x = 2$.
- Pour que $x^2 - x - 2 < 0$, il faut que x se trouve à l'intérieur de l'intervalle limité par ces deux racines.

L'ensemble-solution est donc $]{}^-1, 2[$.

L'analyse du signe d'une fonction polynomiale du second degré

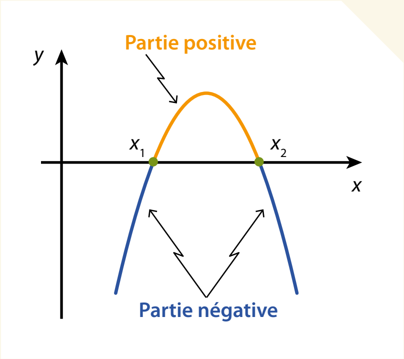
Lorsqu'une fonction polynomiale du second degré possède __________, une partie de son image est positive et une autre est négative. Deux situations sont possibles selon __________.



$f(x) < 0$, si $x \in]x_1, x_2[$

$f(x) = 0$, si $x \in \{x_1, x_2\}$

$f(x) > 0$, si $x \in]{}^-\infty, x_1[\cup]x_2, {}^+\infty[$



$f(x) < 0$, si $x \in]{}^-\infty, x_1[\cup]x_2, {}^+\infty[$

$f(x) = 0$, si $x \in \{x_1, x_2\}$

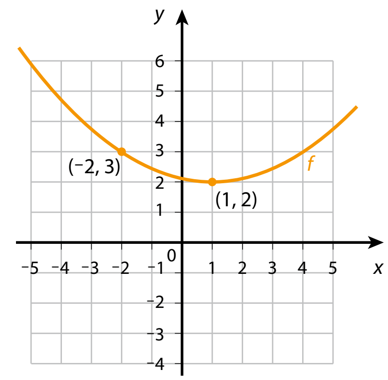
$f(x) > 0$, si $x \in]x_1, x_2[$

Une fonction qui ne possède __________ ou **aucun zéro** conserve le même signe pour toutes les valeurs de son domaine.

INTÉGRATION

1 Une fonction quadratique est représentée dans le plan cartésien suivant.

a) Déterminez la règle de cette fonction sous la forme canonique et indiquez la valeur des trois paramètres.

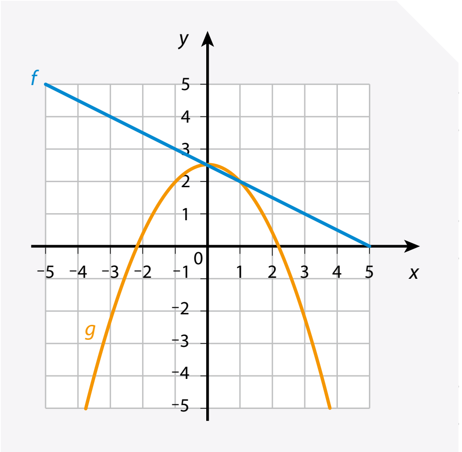


$a =$ ________ $h =$ ________ $k =$ ________

$f(x) =$ ____________________

b) Dans le même plan cartésien, tracez le graphique de la fonction g dont on obtient la règle en changeant les signes des trois paramètres de f.

2 On a représenté graphiquement les fonctions $f(x) = {}^-0{,}5x + 2{,}5$ et $g(x) = {}^-0{,}5x^2 + 2{,}5$.



a) Quelle est l'ordonnée à l'origine de chacune des fonctions $f(x)$ et $g(x)$?

b) Quels sont les zéros de chacune des deux fonctions ?

c) Pour quelles valeurs de x ces fonctions sont-elles croissantes ou décroissantes ?

d) Pour quelles valeurs de x ces fonctions sont-elles positives ? ____________________

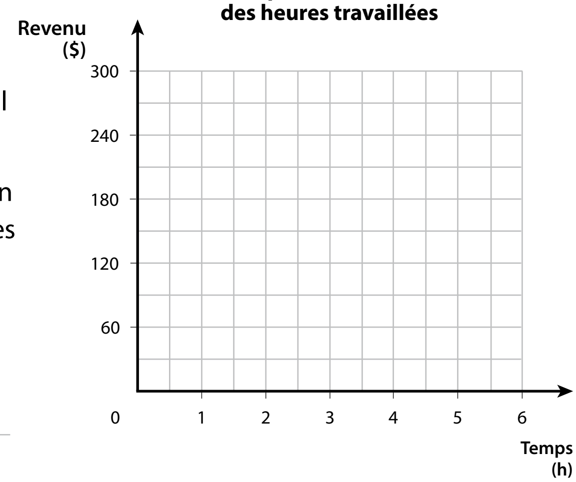
e) Pour quelles valeurs de x ces fonctions sont-elles négatives ? ____________________

CORRIGÉ PAGE 296

3 Pendant ses études, Julien travaille à temps partiel. Il assemble des composantes électroniques pour des systèmes d'alarme et il peut travailler de 4 à 5,25 h par jour pendant la fin de semaine. Ses heures de travail dépendent du nombre d'unités à assembler.

Son revenu quotidien en dollars est donné par la fonction $R_1(x) = -8x^2 + 84x$, où x est le nombre d'heures travaillées durant la journée et $R_1(x)$, le revenu en dollars.

Revenu quotidien en fonction des heures travaillées



a) Représentez graphiquement cette fonction.

b) Déterminez les éléments suivants :

Le minimum de R_1 : ______________________

Le maximum de R_1 : ______________________

À partir du mois de décembre, la rémunération de Julien augmente, ce qui modifie la représentation graphique de son revenu, qui est translatée de 50 unités vers le haut.

c) Effectuez cette translation.

d) Quelle est la règle de cette nouvelle fonction ?

____

e) Comment le minimum et le maximum ont-ils été modifiés par ce changement ?

____

4 Le chalet de pêche de Gaby est alimenté en électricité par une génératrice à essence. Gaby aimerait remplacer cette génératrice par une éolienne, qui s'avère moins polluante. Un spécialiste lui dit que, selon la vitesse des vents dominants à proximité, une éolienne de 2 m de diamètre pourrait lui fournir une puissance électrique d'environ 2,6 kW. Cependant, pour satisfaire ses besoins, Gaby a besoin d'une puissance minimale de 3,75 kW.

a) Sachant que la puissance d'une éolienne est proportionnelle au carré de son diamètre, déterminez le diamètre de l'éolienne que Gaby devrait installer.

b) Le voisin de Gaby, qui a un plus petit chalet, aurait besoin d'une puissance minimale de 3 kW. Déterminez le diamètre de l'éolienne que le voisin de Gaby devrait installer.

c) Une éolienne deux fois plus grande que celle du voisin de Gaby pourrait-elle alimenter les deux chalets ? Justifiez votre réponse.

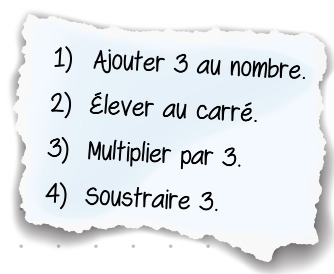
5 Au 17e siècle, Galilée découvre que la distance parcourue par un objet en chute libre est proportionnelle au carré du temps écoulé durant la chute. Lors de l'une de ses expériences, il constate qu'une boule prend environ 4 s pour parcourir un plan incliné mesurant 3 toises.

Le dessin ci-dessous représente la boule dans sa position de départ, puis après 4 s. Dessinez la boule dans la position qu'elle occupe après 1, 2 et 3 s. Expliquez votre démarche.

LE SAVIEZ-VOUS ?

La **toise** est une ancienne mesure française utilisée au temps de Galilée. Elle équivaut approximativement à 1,96 m.

6 En secret, Pascale a écrit un **nombre entier** sur une feuille, puis elle a effectué dans l'ordre les opérations décrites ci-contre. Elle annonce que le résultat final est 24.



a) Démontrez que le nombre de Pascale pourrait être 0.

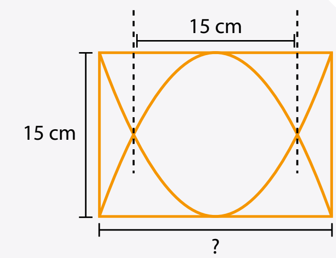
b) Pascale dit que son nombre n'est pas 0. Est-ce possible ? Justifiez votre réponse.

CORRIGÉ PAGE 297

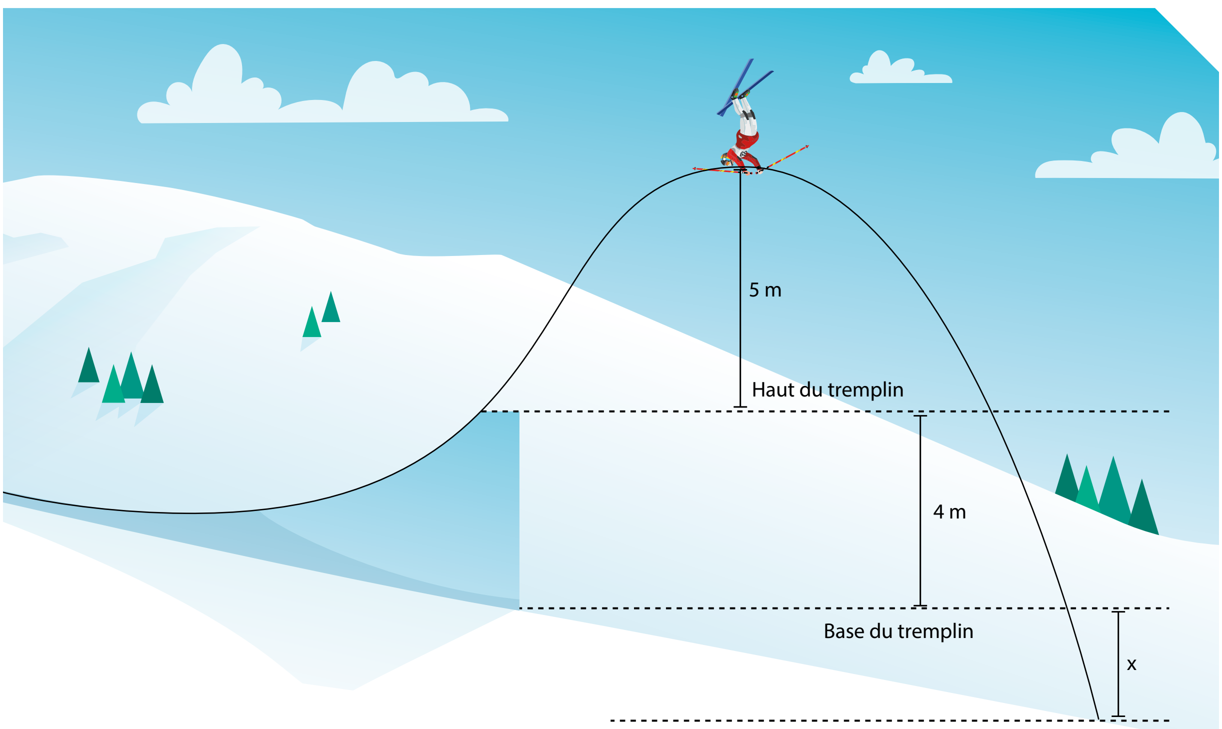
7 Un designer a utilisé des paraboles pour créer un motif de frise.

Le motif comme tel (c'est-à-dire le dessin qui se répète) est un rectangle contenant deux paraboles parfaitement symétriques l'une par rapport à l'autre. Les paraboles forment 7 régions distinctes, comme le montre la représentation ci-dessous.

Sachant que la région du milieu est aussi large que haute, et que la hauteur de la frise est de 15 cm, déterminez la longueur du rectangle constituant le motif.



8 Durant un entraînement de ski acrobatique, on observe le saut d'un skieur. Une seconde après avoir quitté le tremplin, le skieur atteint sa hauteur maximale, qui est d'environ 5 m de plus que le haut du tremplin, puis il retombe sur la pente de ski 2,5 s plus tard. À combien de mètres sous la base du tremplin le skieur a-t-il touché le sol ? Expliquez chaque étape de votre démarche.



9 Le propriétaire d'un domaine loue quelques-uns de ses chalets durant l'été. Comme il les loue à la semaine, ils ne sont pas nécessairement occupés durant toute la saison estivale. Le revenu que le propriétaire en retire dépend du prix de la location. Évidemment, si le loyer est de 0 $, le revenu du propriétaire sera aussi de 0 $. Par contre, si le loyer est trop élevé, disons de 900 $ par semaine, il est certain que personne ne sera intéressé et que son revenu sera aussi de 0 $. L'an passé, le prix de la location était de 520 $ par semaine, et le revenu moyen du propriétaire par semaine a été d'environ 1300 $. Le propriétaire croit que les conditions de location seront similaires cette année.

a) En supposant que le revenu moyen soit une fonction quadratique du loyer, déterminez la règle de cette fonction.

b) Compte tenu de ce modèle, quel conseil donneriez-vous au propriétaire concernant le loyer à exiger ? Expliquez votre point de vue.

CORRIGÉ PAGE 298

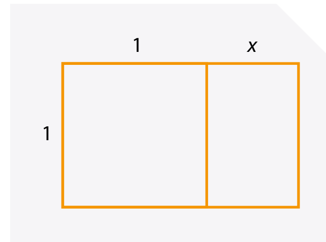
TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

10 Sur le bord d'un carré dont le côté mesure 1 dm, on ajoute un petit rectangle, de sorte que le grand rectangle alors formé est semblable au petit rectangle. Il en résulte la proportion suivante :

$$\frac{\text{longueur du grand rectangle}}{\text{longueur du petit rectangle}} = \frac{\text{largeur du grand rectangle}}{\text{largeur du petit rectangle}}$$

En représentant la largeur du petit rectangle par x, on obtient l'équation $\frac{x+1}{1} = \frac{1}{x}$.

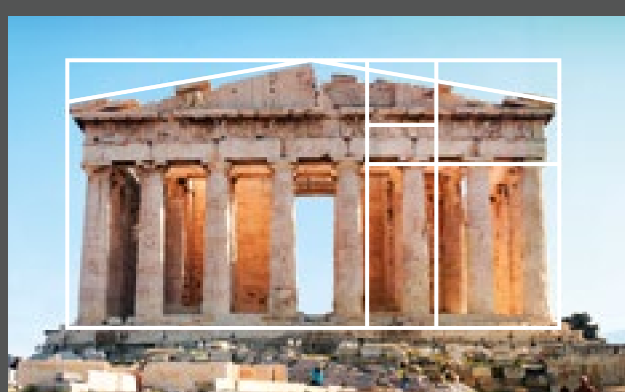
Déterminez la longueur du grand rectangle. Arrondissez au millième près.



LE SAVIEZ-VOUS ?

Le nombre d'or

Les nombres et leurs rapports fascinent les penseurs depuis l'Antiquité. L'un de ces rapports, jugé idéal, se retrouve partout dans l'univers, que ce soit dans la structure de nombreuses plantes ou dans la forme de certains coquillages. Il s'agit du nombre d'or, aussi appelé « proportion divine » et désigné par la lettre grecque *phi* en référence au sculpteur Phidias, qui utilisa cette proportion pour décorer le Parthénon, à Athènes. Ce nombre s'exprime par la proportion géométrique $\frac{b+a}{a} = \frac{a}{b}$ et sa valeur approximative est de 1,618.



11 Lors de l'épreuve du saut en hauteur aux Jeux olympiques, la hauteur atteinte par un athlète est décrite par la fonction $h(t) = -4{,}9t^2 + 5{,}25t + 1{,}1$, où t est le temps écoulé en secondes depuis le début du saut et $h(t)$ est la hauteur du centre de gravité de l'athlète en mètres.

a) Représentez graphiquement cette fonction en tenant compte du contexte. Situez le plus précisément possible les principales caractéristiques du graphique (coordonnées du sommet, ordonnée et abscisse à l'origine) en indiquant leur valeur approximative au centième près.

b) Pour que l'athlète réussisse son saut, son centre de gravité doit dépasser la hauteur de 2,45 m pendant au moins 0,2 s. L'athlète a-t-il réussi le saut ? Justifiez votre réponse.

CORRIGÉ PAGE 298

TABLE DES MATIÈRES
CORRIGÉ

12 La distance d'arrêt d'une voiture correspond à la somme de la distance parcourue durant le temps de réaction du conducteur et la distance de freinage proprement dite. On peut supposer que le temps de réaction d'un conducteur est de 1,5 s. La distance parcourue (en m) durant ce temps de réaction est donc de 1,5x, où x est la vitesse de la voiture (en m/s). Pour ce qui est de la distance de freinage, elle dépend de l'état de la route. Sur une chaussée sèche, on peut l'estimer à 0,1x^2. Sur une chaussée mouillée, ce sera plutôt 0,15x^2. Il en résulte que la distance d'arrêt s'exprimera à l'aide des deux fonctions suivantes.

Sur la chaussée sèche : $d_S(x) = 0{,}1x^2 + 1{,}5x$.

Sur la chaussée mouillée : $d_M(x) = 0{,}15x^2 + 1{,}5x$.

Alors qu'une voiture roule sur une route de campagne, un orignal apparaît soudainement à 100 m devant le véhicule. Déterminez à quelle vitesse en kilomètres à l'heure la voiture doit rouler pour être en mesure de s'arrêter avant de heurter l'orignal. Faites vos calculs et comparez les résultats obtenus pour la chaussée sèche et la chaussée mouillée.

13 Les architectes utilisent parfois des paraboles dans leurs créations. C'est le cas, par exemple, pour cette jolie façade d'une église de Royan (France). L'ouverture de la parabole au sol est d'environ 10 m. À 2,6 m de hauteur, une ligne horizontale coupe l'intérieur de la parabole sur une longueur de 8,6 m environ. Déterminez la hauteur de cette parabole, puis expliquez votre démarche.

CORRIGÉ PAGE 299

SAÉ

Le trou d'un coup

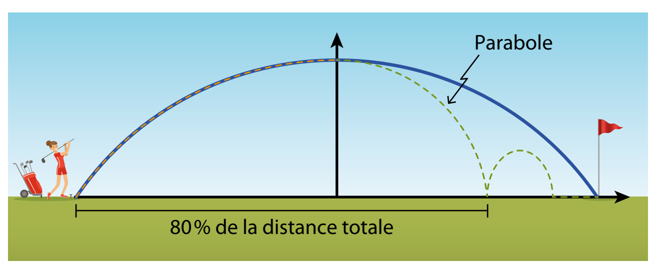
Le mois dernier, Gwladys a passé beaucoup de temps à s'entraîner au golf. La distance de ses coups d'approche est maintenant assez régulière. Elle sait qu'avec un fer 3, elle atteint régulièrement 180 m en longueur et 30 m en hauteur. Avec ses autres bâtons, elle peut diminuer la longueur de ses coups et en augmenter la hauteur maximale.

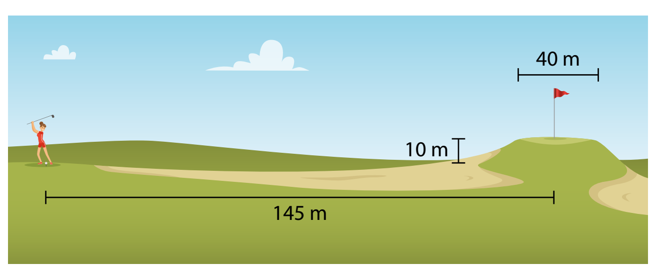
La balle de golf suit la trajectoire d'une parabole dans sa partie montante (en orange), puis perd beaucoup de vitesse et tombe au sol à environ 80 % de la distance qu'elle aurait atteinte en suivant la trajectoire de la parabole au complet. Par la suite, la balle rebondit et roule (en vert) pour atteindre la distance totale. Le schéma ci-contre illustre cette situation. (La courbe bleue représente une parabole complète qui atteint la distance totale.)

Gwladys joue sur un nouveau terrain de golf et se trouve au trou numéro 3. Elle voit sur la pancarte que le trou (situé à la base du fanion) est situé à une distance de 145 m, sur une butte, à une hauteur de 10 m au-dessus du point de départ. Le trou se situe au milieu de la butte, qui mesure 40 m de diamètre et qui est entourée de fosses de sable.

Distance parcourue par une balle de golf selon le choix du bâton

Numéro du bâton	Distance maximale (m)	Hauteur maximale (m)
Fer 3	180	30
Fer 4	170	33
Fer 5	160	36
Fer 6	150	39
Fer 7	140	42





TÂCHE

Gwladys est persuadée que l'utilisation de son fer 3 permettra à la balle de passer par-dessus la coupe, mais la balle restera-t-elle sur la butte ? Devrait-elle plutôt utiliser un autre bâton, comme un fer 4 ou un fer 5 ? À l'aide d'arguments mathématiques, aidez-la à choisir la meilleure option.

Résolution

Conclusion : ____

____

____

____

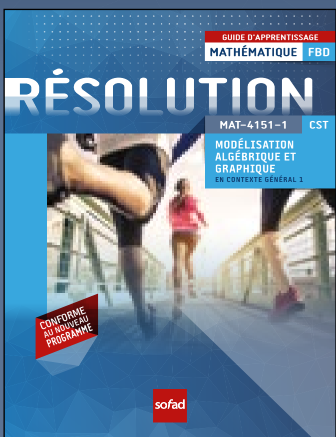
ACTIVITÉ NOTÉE

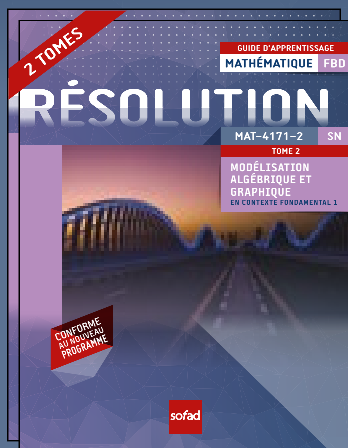
Vous devez maintenant effectuer l'activité notée 1 portant sur les chapitres 1 et 2. Elle est accessible sur le site du cours à l'adresse suivante : portailsofad.com.

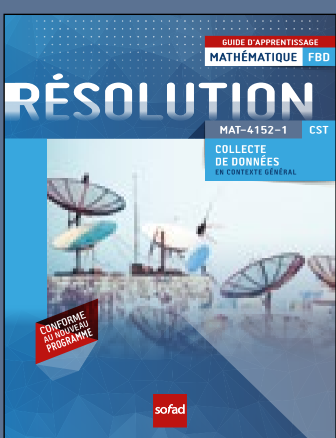
	Évaluation par critère				
Cr. 1.1	A	B	C	D	E
Cr. 1.2	A	B	C	D	E
Cr. 2.1	A	B	C	D	E
Cr. 2.2	A	B	C	D	E
Cr. 2.3	A	B	C	D	E

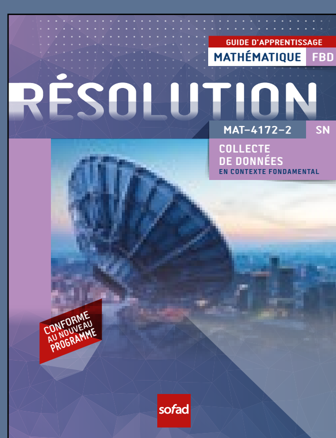
RÉSOLUTION

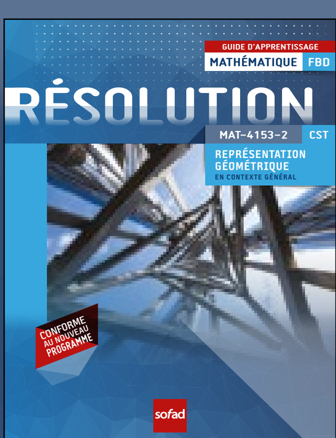
La collection **RÉSOLUTION** couvre l'ensemble des cours du programme de formation de base commune et diversifiée, dont les séquences *Culture, société et technique* (CST) et *Sciences naturelles* (SN) de 4e secondaire.

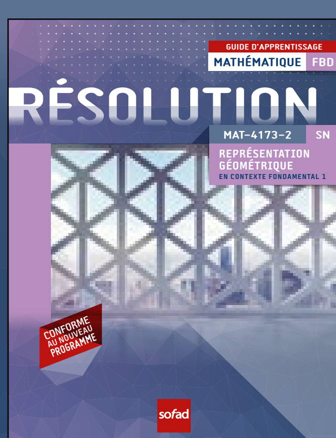












sofad

RÉSOLUTION propose une démarche d'apprentissage basée sur l'acquisition de tous les savoirs mathématiques prescrits en contexte de résolution de problèmes. La séquence d'apprentissages qui soutient cette approche est la suivante :

PRÉSENTATION D'UNE SITUATION-PROBLÈME
→ EXPLORATION DU PROBLÈME
→ APPROPRIATION DES SAVOIRS
→ RÉSOLUTION DU PROBLÈME
→ CONSOLIDATION DES APPRENTISSAGES

Le questionnement, à la fois inductif et déductif, donne un sens aux savoirs et aux stratégies à acquérir. Les guides d'apprentissage offrent une multitude d'exercices simples et de tâches plus complexes en réponse aux besoins exprimés par les apprenants et les enseignants. Des ressources supplémentaires sont aussi offertes sur le Portail Web du cours.

Composantes de la collection RÉSOLUTION :

- Guide d'apprentissage : version imprimée et PDF ;
- Guide synthèse d'enseignement (PDF) ;
- Capsules vidéo des situations-problèmes ;
- Activités TIC : GeoGebra, calculatrice graphique ;
- Activités notées ;
- Corrigés.

ISBN 978-2-89493-666-5

9 782894 936665

Imprimé au Québec

8516-02