

GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4153-2

CST

REPRÉSENTATION
GÉOMÉTRIQUE
EN CONTEXTE GÉNÉRAL

CONFORME
AU NOUVEAU
PROGRAMME

sofad

GUIDE D'APPRENTISSAGE

MATHÉMATIQUE FBD

RÉSOLUTION

MAT-4153-2 CST

REPRÉSENTATION
GÉOMÉTRIQUE
EN CONTEXTE GÉNÉRAL

sofad

Gestion de projets :

Nancy Mayrand
Isabelle Tanguay

Conception pédagogique :

Brahim Miloudi

Rédaction :

Jean-Claude Hamel
Brahim Miloudi
Déborah Nadeau Parent
Éric Rouillard

Révision pédagogique :

Ronald Côté
Jonathan Lafond

Révision docimologique :

Stephan Bertrand

Révision scientifique :

Hélène Décoste

Révision linguistique :

Julie Doyon
Nadia Leroux
Annick Loupias
Johanne St-Martin

**Conception graphique
et couverture :**

Mylène Choquette

Production et illustrations :

Alphatek

Lecture d'épreuves :

Marie-Pierre Beaudoin
Cédric Lierman
Steeve Pinsonneault

Correction d'épreuves :

Ginette Choinière

Crédits photos

SHUTTERSTOCK

C1 © Strannik_fox • p. 2 © Lena Serditova • p. 3h © Svjatoslav Andreichyn • p. 3b © gui jun peng • p. 4 © Anlo • p. 9 © T.Sumaetho • p. 11 © Happy Art • p. 15 © Yurii Andreichyn • p. 22 © wiktord • p. 25 © wiktord • p. 41 © Melamory • p. 48h © Tyler Olson • p. 48b © Potapov Alexander • p. 52 © Viktoria Gaman • p. 54 © Romolo Tavani • p. 55h © Rawpixel.com • p. 55b © sakoat contributor • p. 56 © karamysh • p. 63 © Sylverarts Vectors • p. 72 © ShaunWilkinson • p. 76 © New Line • p. 79 © george studio • p. 88 © Martin Charles Hatch • p. 91 © alphaspirt • p. 93 © cluckva • p. 94-95 © ksanaaa7 • p. 100 © BABAROGA • p. 104 © Olga Danylenko • p. 105h © somchajj • p. 105b © prochasson frederic • p. 106 © Guzel Studio • p. 107 © Pisa • p. 108 © posztos • p. 115 © aprilante • p. 123 © Mark Kirkpatrick • p. 126 © FooTToo • p. 129 © Lightspring • p. 131h © Chuck Wagner • p. 131c © photka • p. 131b © Roland Shainidze • p. 133 © designleo • p. 135 © Evannovostro • p. 143c © James Hoenstine • p. 143b © wolfmaster13 • p. 145 © Zynatis • p. 148 © L5Design • p. 150 © oksana2010 • p. 151 © magnola • p. 155b © Boris Stroujko • p. 159 © Dmi T • p. 161 © Yurii Andreichyn • p. 163 © P.Tummavijit • p. 166 © Evgenii Emelianov • p. 171 © kbibibi • p. 172 © Clari Massimiliano • p. 173 © Ljupco Smokovski • p. 174 © karamysh • p. 176 © Bullstar • p. 178 © gorillaimages • p. 196 © rvika • p. 198 © Panimoni • p. 199 © Panimoni • p. 200 © Ru Bai Le • p. 203 © Daria Oriekhova • p. 205 © Kolonko

IStock

p. 102 © photo_stella

CREATIVE COMMONS

p. 155c © Inductiveload

Légende : d = droite c = centre g = gauche
 h = haut b = bas

© SOFAD 2018

Tous droits de traduction et d'adaptation, en totalité ou en partie, réservés pour tous pays. Toute reproduction, par procédé mécanique ou électronique, y compris la microreproduction, est interdite sans l'autorisation écrite d'un représentant dûment autorisé de la SOFAD.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation écrite et licence correspondante octroyée par la SOFAD.

Cet ouvrage est en partie financé par le ministère de l'Éducation, de l'Enseignement supérieur du Québec.

Dépôt légal – 2018

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN : 978-2-89493-659-7 (imprimé)

ISBN : 978-2-89493-660-3 (PDF)

Janvier 2018

Table des matières

Présentation du guide V

CHAPITRE 1

Construire avec des triangles 2
 Triangles isométriques et semblables

SITUATION 1.1

LES TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

SP 1.1 – Une vitre brisée 4

Exploration 5

Appropriation **A** 7

- Déterminer les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

Résolution 12

Appropriation **B** 14

- Déterminer des mesures manquantes

Consolidation 18

SITUATION 1.2

LES TRIANGLES SEMBLABLES

SP 1.2 – La maquette d'un château 22

Exploration 23

Appropriation **A** 25

- Déterminer les conditions minimales d'obtention de triangles semblables
- Déterminer des mesures manquantes

Résolution 34

Consolidation 36

SAVOIRS EN RÉSUMÉ 42

INTÉGRATION 45

SAÉ 52

CHAPITRE 2

Organiser l'espace à l'aide de la géométrie 4
 Les relations métriques un triangle rectangle et le point de partage

SITUATION 2.1

LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

SP 2.1 – La construction d'un escalier 56

Exploration 57

Appropriation **A** 59

- Déterminer la mesure de la hauteur relative à l'hypoténuse à l'aide de relations métriques dans un triangle rectangle
- Déterminer les mesures des côtés d'un triangle à l'aide de relations métriques dans un triangle rectangle

Résolution 66

Consolidation 68

SITUATION 2.2

LA DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

LES COORDONNÉES DU POINT DE PARTAGE

LE POINT MILIEU

SP 2.2 – Des coûts à partager 72

Exploration 73

Appropriation **A** 75

- Calculer la distance entre deux points
- Déterminer les coordonnées du point de partage

Résolution 80

Appropriation **B** 82

- Déterminer les coordonnées du point milieu d'un segment
- Déterminer les coordonnées d'un point de partage dans un rapport donné

Consolidation 87

SAVOIRS EN RÉSUMÉ 92

INTÉGRATION 96

SAÉ 102

Cet aperçu contient :
 - la table des matières;
 - l'introduction;
 - la première situation d'apprentissage.

CHAPITRE 3

Mesurer des lieux inaccessibles	104
La trigonométrie	

SITUATION 3.1

LES RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES

LA PENTE

SP 3.1 La tour de Pise	106
Exploration	107
Appropriation A	109
<ul style="list-style-type: none">• Les rapports trigonométriques sinus et cosinus• Déterminer des mesures d'angles et de côtés à l'aide de rapports trigonométriques	
Résolution	120
Appropriation B	122
<ul style="list-style-type: none">• Le rapport trigonométrique tangente• Déterminer des mesures d'angles et de côtés à l'aide de rapports trigonométriques• Déterminer la pente à l'aide du rapport trigonométrique tangente• Les angles d'inclinaison, d'élévation et de dépression	
Consolidation	129

SITUATION 3.2

LA LOI DES SINUS

LA FORMULE TRIGONOMÉTRIQUE DE L'AIRES

LA FORMULE DE HÉRON

SP 3.2 – Un balcon original	134
Exploration	135
Appropriation A	137
<ul style="list-style-type: none">• Découvrir la loi des sinus• Déterminer une mesure manquante dans un triangle quelconque à l'aide de la loi des sinus	
Résolution	146
Appropriation B	148
<ul style="list-style-type: none">• Calculer l'aire d'un triangle quelconque	
Consolidation	152
SAVOIRS EN RÉSUMÉ	156
INTÉGRATION	162
SAÉ	166

COMPLÉMENTS

AUTOÉVALUATION	169
-----------------------------	-----

RÉACTIVATION	182
---------------------------	-----

RÉSUMÉ DES SAVOIRS	193
---------------------------------	-----

REPÈRES MATHÉMATIQUES	206
------------------------------------	-----

GLOSSAIRE	211
------------------------	-----

CORRIGÉ	220
----------------------	-----

GRILLE D'ÉVALUATION	281
----------------------------------	-----

AIDE-MÉMOIRE	283
---------------------------	-----

PRÉSENTATION DU GUIDE D'APPRENTISSAGE

Bienvenue dans le guide d'apprentissage du cours **Représentation géométrique en contexte général**. Ce cours, le troisième de la séquence **Culture, société et technique** en **4^e secondaire**, a pour but de développer votre habileté à traiter des situations qui requièrent la conception, la description ou la représentation géométrique d'un espace physique ou d'un objet (bidimensionnelle ou tridimensionnelle). À cette fin, vous serez amené à approfondir vos connaissances sur :

- les triangles isométriques ;
- les triangles semblables.

Vous complétez votre formation en étudiant de nouvelles relations géométriques :

- les relations métriques dans le triangle rectangle ;
- les relations trigonométriques dans le triangle.

Vous serez amené à utiliser diverses stratégies de résolution afin de comprendre et de modéliser des situations-problèmes. Votre aptitude à déployer un raisonnement mathématique sera sollicitée. Puis, vous aurez à décrire vos démarches de résolution avec clarté et rigueur à l'aide du langage mathématique.

Vous êtes maintenant convié à réaliser les activités d'apprentissage qui vous sont proposées dans les trois chapitres de ce guide et à enrichir vos connaissances en géométrie.

Portailsofad.com

Sur portailsofad.com, des capsules vidéo, des activités TIC et des versions imprimables des ressources complémentaires au guide de la collection **RÉSOLUTION** vous accompagneront tout au long de vos apprentissages.



COMPOSANTES D'UN CHAPITRE

La démarche d'apprentissage proposée dans un chapitre permet de progresser en réinvestissant les apprentissages réalisés d'une section à l'autre. Le schéma qui suit illustre cette démarche et précise l'intention pédagogique de chacune des sections.

OUVERTURE DU CHAPITRE

La première page décrit le contexte et la thématique qui serviront de trame de fond à l'acquisition des nouveaux savoirs abordés dans le chapitre.



Une table des matières accompagne cette première page. Les savoirs à acquérir y sont présentés pour chacune des *Situations*, ainsi que le thème des situations-problèmes.

SITUATIONS

De manière générale, il y a deux *Situations* d'apprentissage par chapitre. La démarche proposée dans ces situations permet d'acquérir des compétences mathématiques dans des contextes réels, réalistes ou purement mathématiques.



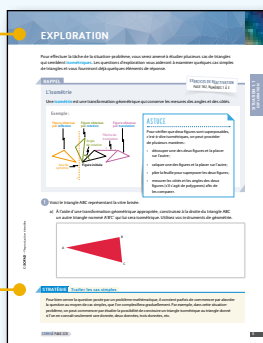
PHASES D'UNE SITUATION



SITUATION-PROBLÈME

Liée au thème principal du chapitre, cette page décrit brièvement le contexte de la situation-problème, ainsi que les données nécessaires à sa résolution.

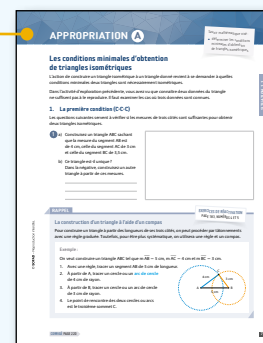
Un encadré décrit la tâche que vous aurez à réaliser plus loin dans la section *Résolution*. Cette tâche est le point de départ vous permettant d'acquérir de nouveaux savoirs en vue de résoudre la situation-problème.



EXPLORATION

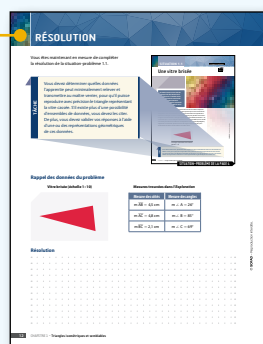
Cette section vous invite à analyser les données de la situation-problème, à déterminer les savoirs que vous possédez et ceux que vous devez acquérir pour réaliser la tâche.

Son questionnement vous guidera vers une stratégie de résolution de problème.



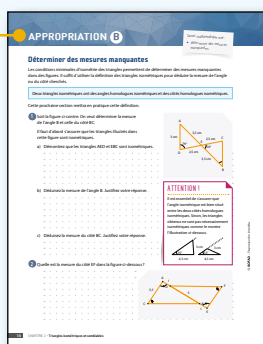
APPROPRIATION A

C'est ici que sont assimilés les savoirs nécessaires pour résoudre la situation-problème. Chaque *Appropriation* stimule la réflexion avant la présentation de nouveaux savoirs mathématiques.



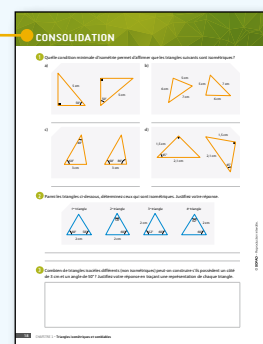
RÉSOLUTION

Arrivé à cette section, vous devriez avoir acquis toutes les connaissances et les stratégies essentielles à la résolution de la situation-problème énoncée au début de la situation.



APPROPRIATION B

Dans cette deuxième appropriation, vous acquerez de nouveaux savoirs prescrits au programme en lien avec ceux vus dans l'*Appropriation A*.



CONSOLIDATION

Cette section vous permettra de consolider les savoirs mathématiques acquis dans les *Appropriations A* et *B*. Tout comme la section *Intégration*, cette *Consolidation* permet aussi de développer les compétences mathématiques.

EN FIN DE CHAPITRE...

SAVOIRS EN RÉSUMÉ

Cette section résume tous les savoirs à *retenir* sous forme de phrases trouées. On vous invite à remplir les informations manquantes.

INTÉGRATION

Dans cette section comprenant des exercices et des situations complexes, vous devrez appliquer les savoirs vus dans ce chapitre.

SAÉ

La SAÉ est une tâche complexe élaborée selon le modèle des évaluations de sanction. Elle est accompagnée d'une grille d'évaluation des compétences.

COMPLÉMENTS

AUTOÉVALUATION

Cette section a été conçue pour préparer à l'épreuve finale de cours et vous aider à déterminer votre niveau de préparation. L'autoévaluation se divise en deux parties.

Partie 1 : Évaluation explicite des connaissances

Elle est constituée de questions qui n'ont pas de lien entre elles. Chacune des questions cible un ou plusieurs savoirs particuliers.

Partie 2 : Évaluation des compétences

Des situations problèmes vous sont proposées, comme celles que vous avez rencontrées dans chacun des chapitres. Vous serez à l'affût de tâches qui touchent deux savoirs dans un contexte nouveau.

Directives

- Lisez bien les énoncés de chaque question avant d'y répondre.
- Prenez note que l'utilisation de calculatrice n'est pas autorisée, ainsi qu'un usage d'aide mémoire.
- Laissez toutes les traces de votre démarche et de vos calculs.
- Une fois complétée, comparez l'autoévaluation à l'aide du questionnaire associé à chacune des questions.

Analyse de votre performance

Comme à l'usage d'une autoévaluation, vous analyserez vous-même votre performance à l'aide de la grille d'autoévaluation située à la fin de cette autoévaluation. En cas de difficulté, n'hésitez pas à effectuer un retour sur les savoirs ou à poser une question pour obtenir de l'aide. La colonne énoncé vous indique à quelles situations de guide vous référer.

AUTOÉVALUATION

Une *Autoévaluation* est présentée en première partie de ces *Compléments*. Elle permet d'évaluer vos connaissances acquises et les compétences mathématiques développées tout au long du cours. Vous pourrez ainsi déterminer les savoirs que vous maîtrisez et ceux pour lesquels une révision s'impose avant de passer à l'*Activité notée synthèse*.

RÉACTIVATION

De nombreux exercices sont proposés dans cette section afin de réviser les savoirs et les compétences abordés dans les chapitres précédents.

L'isométrie

1 Tracez l'image de triangle ABC par la transformation décrite. Représentez l'image des contours par les lettres A', B' et C'.

a) Une translation définie par le vecteur \vec{v} . b) Une réflexion d'axe de réflexion ℓ .

c) Une rotation de centre O de 90° dans le sens horaire. d) Une réflexion selon la droite ℓ , suivie par une translation de 4 cm vers la droite.

2 Pour chacune des propriétés suivantes, déterminez quelle isométrie de base (réflexion, rotation ou translation) la génère.

a) Elle transforme tout segment de droite en un segment parallèle.
b) Elle inverse l'orientation des plans.
c) Elle ne conserve ni l'aire ni le groupe d'image par cette transformation.

3 Dans chaque cas, décrivez l'isométrie qui permet d'appliquer la figure de gauche sur la figure de droite.

RÉACTIVATION

Au cours des *Situations*, vous croirez des rubriques *Rappel* présentant des savoirs vus dans un cours antérieur et nécessaires à la compréhension du nouveau savoir ou à la résolution de la situation en cours.

Cette *Réactivation* permettra de réviser, à l'aide d'exercices, les règles et les concepts mathématiques qui font l'objet d'un *Rappel*.

RÉSUMÉ DES SAVOIRS

CHAPITRE 1

Les figures isométriques

Deux figures planes sont isométriques s'il existe une isométrie ou une autre d'isométries qui permet d'appliquer l'une des figures sur l'autre.

Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

Pour affirmer que deux triangles sont isométriques, il n'est pas nécessaire de vérifier que tous les côtés homologues et tous les angles homologues de ces triangles sont isométriques. Il suffit de vérifier que la respecter une des trois conditions minimales d'isométrie suivantes.

1. La condition minimale d'isométrie Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

Exemple:
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, selon la condition minimale d'isométrie C-C-C.

2. La condition minimale d'isométrie Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.

Exemple:
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, par la condition minimale d'isométrie C-A-C.

3. La condition minimale d'isométrie Angle-Côté-Angle (A-C-A)

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

Exemple:
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, selon la condition minimale d'isométrie A-C-A.

RÉSUMÉ DES SAVOIRS

C'est dans cette section que la version complète des *Savoirs en résumé* se situe. Une version imprimable est aussi disponible en ligne.

REPÈRES MATHÉMATIQUES

Symboles mathématiques

Symbole	Signification	Symbole	Signification
\triangle	Triangle	$\triangle ABC$	Triangle ABC
\square	Carré	$\square ABCD$	Carré ABCD
\circ	Cercle	\odot	Cercle
---	Segment de droite	$\text{---} AB$	Segment de droite AB
---	Droite	$\text{---} \ell$	Droite ℓ
---	Rayon	$\text{---} OA$	Rayon OA
---	Angle	\angle	Angle
---	Angle aigu	\sphericalangle	Angle aigu
---	Angle obtus	\sphericalangle	Angle obtus
---	Angle droit	---	Angle droit
---	Angle plat	---	Angle plat
---	Angle nul	---	Angle nul
---	Angle saillant	---	Angle saillant
---	Angle rentrant	---	Angle rentrant
---	Angle supplémentaire	---	Angle supplémentaire
---	Angle opposés par le sommet	---	Angle opposés par le sommet
---	Angle adjacent	---	Angle adjacent
---	Angle complémentaire	---	Angle complémentaire
---	Angle supplémentaire	---	Angle supplémentaire

Unités de mesure

Unité	Symbole	Conversion
Longueur	m	m
Surface	m ²	m ²
Volume	m ³	m ³
Angle	°	°
Temps	s	s
Masse	kg	kg
Force	N	N
Pression	Pa	Pa
Énergie	J	J
Puissance	W	W
Température	°C	°C
Température	°K	°K
Angle	rad	rad
Angle	gon	gon
Angle	grad	grad
Angle	arcmin	arcmin
Angle	arcsec	arcsec
Angle	arcmin	arcmin
Angle	arcsec	arcsec
Angle	arcmin	arcmin
Angle	arcsec	arcsec

REPÈRES MATHÉMATIQUES

Dans cette section, on présente des symboles mathématiques utilisés dans le guide et certaines abréviations d'unités de mesure. Des formules mathématiques en rappel y sont aussi offertes.



GLOSSAIRE

Acutangle
 Sa mesure en degrés est entre les trois angles suivants : aigu, droit et obtus.
 Exemple:

Angle aigu
 Angle plus petit qu'un angle droit (90°), mais plus grand qu'un angle nul (0°).
 Exemple:

Angle d'obtusion
 Angle formé par la ligne d'horizon et celle qui n'est ni horizontale ni verticale qui l'empêche d'être droite et qui est plus élevé que lui.
 Exemple:

Angles adjacents
 Angles de même sommet, situés de part et d'autre de leur côté commun.
 Exemple:

Angle d'incidence (d'une droite)
 Angle qui forme une droite avec l'horizontale. Il existe une relation entre l'angle d'incidence d'une droite et le genre de cette droite. Si elle est horizontale, l'angle d'incidence d'une droite est, sa perpendiculaire.
 Exemple:

Angles BAC et CAI sont adjacents, car ils ont le même sommet A et si on suit dans de part et d'autre de leur côté commun AC.

GLOSSAIRE

Les mots et expressions écrits en bleu dans le texte courant sont définis dans le Glossaire.

CORRIGÉ

CHAPITRE 1

SITUATION 1.1 UNE VITRE BRISÉE

EXPLICATIONS 1.1 (MATHÉMATIQUES)

1. a) Mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées (effacer, colorier).

b) Les vitres sont des triangles rectangles. L'angle formé par les deux vitres cassées est un angle droit.

2. La mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées est 90° .

3. La mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées est 90° .

4. La mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées est 90° .

5. La mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées est 90° .

6. La mesure de l'angle formé par les deux vitres cassées est 90° .

CORRIGÉ

Vers la fin du guide, vous repérez le Corrigé. Il a été conçu non seulement pour valider vos réponses, mais aussi pour vous accompagner dans vos apprentissages. Il contient les réponses aux questions, des explications détaillées sur la démarche ou le raisonnement à mettre en œuvre.

© SOFAD – Reproduction interdite.

GRILLE D'ÉVALUATION

Compétence 1 : Utiliser des stratégies de résolution de situations problèmes

Critères d'évaluation	Excellent	Très bon	Bon	Passable	Très faible
1.1 Identification d'une information pertinente pour la situation donnée.	Reçoit toutes les informations pertinentes.	Reçoit presque toutes les informations pertinentes.	Reçoit quelques informations pertinentes.	Reçoit peu d'informations pertinentes.	Ne reçoit aucune information pertinente.
1.2 Identification de la source appropriée à la situation donnée.	Utilise toutes les stratégies pertinentes.	Utilise presque toutes les stratégies pertinentes.	Utilise quelques stratégies pertinentes.	Utilise peu de stratégies pertinentes.	N'utilise aucune stratégie pertinente.

Compétence 2 : Déployer un raisonnement mathématique

Critères d'évaluation	Excellent	Très bon	Bon	Passable	Très faible
2.1 Reçoit à tous les niveaux.	Reçoit à tous les niveaux mathématiques les verbes requis et utilise tous les verbes adéquats.	Reçoit à presque tous les niveaux mathématiques les verbes requis et utilise presque tous les verbes adéquats.	Reçoit à quelques niveaux mathématiques les verbes requis et utilise quelques verbes adéquats.	Reçoit à peu de niveaux mathématiques les verbes requis et utilise peu de verbes adéquats.	Ne reçoit aucun des verbes requis et n'utilise aucun des verbes adéquats.
2.2 Répond à toutes les questions posées.	Présente une démarche cohérente pour répondre à toutes les questions posées.	Présente une démarche cohérente pour répondre à presque toutes les questions posées.	Présente une démarche cohérente pour répondre à quelques questions posées.	Présente une démarche cohérente pour répondre à peu de questions posées.	Présente une démarche incohérente pour répondre à aucune question posée.
2.3 Utilise des stratégies mathématiques.	Utilise toutes les stratégies mathématiques pertinentes.	Utilise presque toutes les stratégies mathématiques pertinentes.	Utilise quelques stratégies mathématiques pertinentes.	Utilise peu de stratégies mathématiques pertinentes.	N'utilise aucune stratégie mathématique pertinente.

GRILLE D'ÉVALUATION

Une Grille d'évaluation des compétences vous est offerte à la fin du guide. À la suite de la résolution d'une SAÉ, vous êtes invité à vous évaluer à l'aide de cette grille. Vous pourrez alors compléter la version abrégée située dans le bas de chaque SAÉ.

AIDE-MÉMOIRE

Nom de l'apprenant : _____

AIDE-MÉMOIRE

Vous pouvez vous constituer un aide-mémoire. Une feuille détachable est prévue à cet effet à la fin du guide. Il vous est permis d'utiliser cet aide-mémoire lors de l'épreuve finale.

RUBRIQUES ET PICTOGRAMMES



Invite à visionner une capsule vidéo portant sur la situation-problème.

TÂCHE

Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut...

Présente la tâche à exécuter dans le cadre de votre situation-problème.

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 213, NUMÉROS 4 ET 5

La construction...

Pour construire un triangle...

Exemple :

On veut construire un...

Réfère à des connaissances que vous avez acquises dans des cours antérieurs et à des exercices de réactivation en lien avec ce *Rappel*.

À RETENIR

Les figures isométriques

Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.

Présente les savoirs mathématiques que vous devez maîtriser. Ce sont les savoirs prescrits par le programme d'étude.

STRATÉGIE Distinguer les multiples...

Devant une figure complexe contenant plusieurs informations, il convient de ...

Présente des stratégies de résolution de problème qui peuvent s'appliquer dans diverses situations.

ASTUCE

Pour simplifier l'écriture précisant que le triangle ABC est isométrique au triangle DEF, on utilise des symboles géométriques.

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

Propose une astuce qui simplifie le travail ou offre une façon différente de traiter le problème ou d'appliquer le concept à l'étude.

ATTENTION !

Il est possible de construire un triangle à partir de trois longueurs seulement si la mesure du plus long côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

Met en garde sur des pièges à éviter ou des exceptions qui peuvent s'appliquer au concept à l'étude.

TIC

L'activité TIC 1.1.1 vous permettra d'explorer davantage ces conditions minimales d'isométrie des triangles à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsomad.com.

Incite à effectuer une activité en ligne (GeoGebra ou calculatrice à affichage graphique) qui vous fera explorer la notion travaillée en utilisant des outils technologiques.

LE SAVIEZ-VOUS ?

De tous les prismes rectangulaires équivalents, c'est le cube qui a la...

Permet de découvrir des notes historiques et culturelles liées aux concepts mathématiques à l'étude.

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

Réfère à un énoncé géométrique. Une liste complète est disponible dans la section *Repères mathématiques*.

ACTIVITÉ NOTÉE

Vous devez maintenant effectuer l'activité notée 1. Elle est accessible sur le site du cours...

Indique que vous êtes prêt à effectuer l'*Activité notée* prévue pour valider votre compréhension en cours d'apprentissage. L'*Activité notée synthèse* se fait, quant à elle, à la toute fin du cours. Ces activités sont présentées dans des fascicules séparés du guide. Une fois complétée, vous devrez remettre votre travail à votre enseignant ou à votre tuteur qui vous fournira une rétroaction à la suite de sa correction.

Triangles isométriques et semblables

Construire avec des triangles

Le triangle est une forme géométrique très appréciée dans bon nombre de champs d'activité humaine. L'art et l'architecture par exemple exploitent cette forme depuis longtemps. Il suffit de regarder autour de soi pour se rendre compte que les œuvres artistiques et architecturales faisant appel au triangle sont nombreuses et variées. Ainsi, c'est grâce à sa simplicité et à sa richesse en propriétés métriques et géométriques que la forme triangulaire est employée par des artistes pour créer et mettre leurs œuvres en valeur. Aussi, le triangle est une structure indéformable représentant la stabilité. Une fois que les mesures de ses côtés sont déterminées, il n'existe qu'une seule mesure possible pour chacun de ses angles. Ce n'est pas le cas des quadrilatères. Un carré peut se déformer en un losange ; un rectangle peut se déformer en un parallélogramme. Toutes les personnes qui travaillent dans le domaine de la construction le savent bien. C'est pourquoi dans les charpentes des maisons, comme dans celles des grands édifices, on trouve souvent des triangles pour consolider leur structure. Ce chapitre vous permettra de réaliser l'importance des formes géométriques, particulièrement des triangles, dans l'exercice de divers métiers.

SITUATION 1.1

LES TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

SP 1.1 - Une vitre brisée p. 4

SITUATION 1.2

LES TRIANGLES SEMBLABLES

SP 1.2 - La maquette d'un château p. 22

SAVOIRS EN RÉSUMÉ p. 42

INTÉGRATION p. 45

SAÉ

Un hôtel pyramidal p. 52





Une vitre brisée

Un maître verrier est un artisan d'art qui crée des vitraux et en assure la pose. Il restaure aussi des vitraux anciens. Son travail l'amène souvent à dessiner des maquettes qui lui servent de modèles pour découper le verre.



Un maître verrier reçoit une commande écrite d'un client voulant remplacer la vitre brisée du vitrail d'une église. Ce client précise que la vitre est de forme triangulaire, mais omet de donner les mesures nécessaires à la reproduction exacte de ce triangle. Le verrier envoie une apprentie pour prendre ces mesures. La figure ci-dessous décrit le triangle représentant la vitre brisée (à l'échelle 1 : 10, c'est-à-dire que 1 cm sur la figure représente 10 cm dans la réalité). Pour rendre son travail plus efficace et réduire les manipulations sur le vitrail déjà fragilisé, l'apprentie se demande quelles mesures des angles et des côtés elle peut minimalement relever et transmettre au maître vitrier.



Le triangle représentant la vitre brisée (échelle 1 : 10)

TÂCHE

Vous devez déterminer quelles données l'apprentie peut minimalement relever et transmettre au maître verrier, pour qu'il puisse reproduire avec précision le triangle représentant la vitre cassée. S'il existe plus d'une possibilité d'ensembles de données, vous devez les citer. De plus, vous devez valider vos réponses à l'aide d'une ou des représentations géométriques de ces données.



Pour effectuer la tâche de la situation-problème, vous serez amené à étudier plusieurs cas de triangles qui semblent **isométriques**. Les questions d'exploration vous aideront à examiner quelques cas simples de triangles et vous fourniront déjà quelques éléments de réponse.

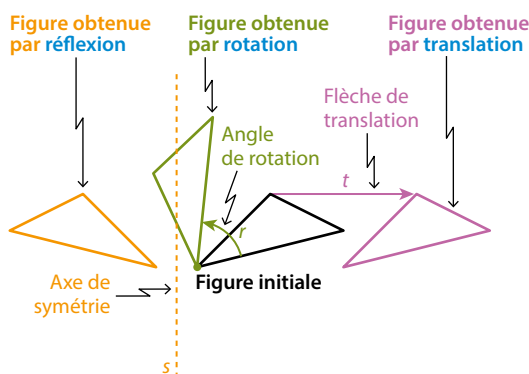
RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 182, NUMÉROS 1 À 3

L'isométrie

Une **isométrie** est une transformation géométrique qui conserve les mesures des angles et des côtés.

Exemple :



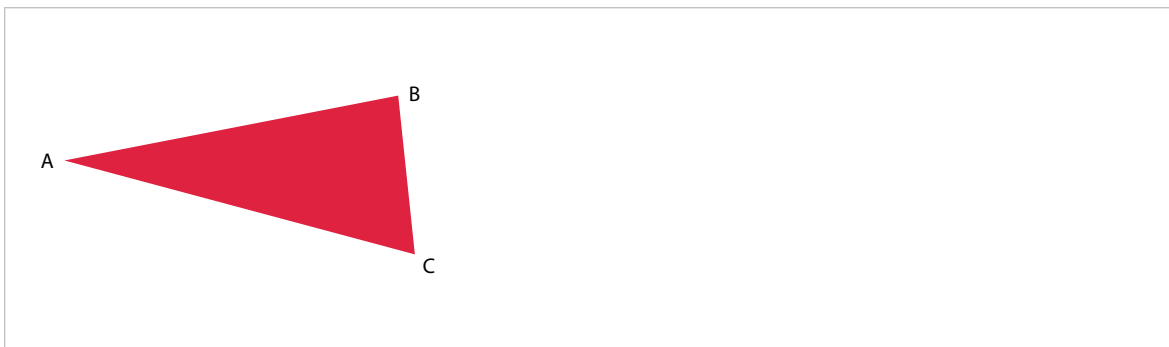
ASTUCE

Pour vérifier que deux figures sont superposables, c'est-à-dire isométriques, on peut procéder de plusieurs manières :

- découper une des deux figures et la placer sur l'autre ;
- calquer une des figures et la placer sur l'autre ;
- plier la feuille pour superposer les deux figures ;
- mesurer les côtés et les angles des deux figures (s'il s'agit de polygones) afin de les comparer.

1 Voici le triangle ABC représentant la vitre brisée.

a) À l'aide d'une transformation géométrique appropriée, construisez à la droite du triangle ABC un autre triangle nommé A'B'C' qui lui sera isométrique. Utilisez vos instruments de géométrie.



STRATÉGIE Traiter les cas simples

Pour bien cerner la question posée par un problème mathématique, il convient parfois de commencer par aborder la question au moyen de cas simples, que l'on complexifiera graduellement. Par exemple, dans cette situation-problème, on peut commencer par étudier la possibilité de construire un triangle isométrique au triangle donné si l'on en connaît seulement une donnée, deux données, trois données, etc.

- b) Avec vos instruments de géométrie, mesurez les côtés et les angles des deux triangles et vérifiez qu'ils sont bien isométriques. Arrondissez vos mesures des côtés au dixième près et celles des angles à l'unité près.

Triangle ABC	Triangle A'B'C'
$m \angle A =$ _____	$m \angle A' =$ _____
$m \angle B =$ _____	$m \angle B' =$ _____
$m \angle C =$ _____	$m \angle C' =$ _____
$m \overline{AB} =$ _____	$m \overline{A'B'} =$ _____
$m \overline{AC} =$ _____	$m \overline{A'C'} =$ _____
$m \overline{BC} =$ _____	$m \overline{B'C'} =$ _____

ATTENTION !

Tous les triangles isométriques sont une reproduction exacte d'un même et unique triangle, peu importe leur emplacement dans le **plan**. Pour indiquer que deux triangles ABC et A'B'C' sont isométriques, on écrit $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ en ayant soin de noter les sommets **homologues** dans le même ordre.

- c) Est-il nécessaire de mesurer tous les angles du triangle ABC pour être capable de construire un triangle qui lui soit isométrique? Justifiez votre réponse.

- 2 Le maître verrier sera-t-il capable de reproduire exactement le triangle ABC si l'apprentie lui transmet seulement les données suivantes? Illustrez vos réponses en construisant, si possible, au moins deux triangles différents.

- a) Les mesures des angles A et B. _____
- b) Les mesures des côtés AB et AC. _____
- c) La mesure de l'angle A et celle du côté AB. _____

Espace pour construire vos triangles

ASTUCE

Connaître la mesure des deux angles d'un triangle revient à connaître la mesure des trois angles, car :

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180° .

- 3 D'après vous, combien de mesures au moins l'apprentie peut-elle relever sur le triangle pour garantir au maître verrier d'effectuer la reproduction exacte du triangle représentant la vitre brisée ?

Cette activité d'exploration a permis de constater que connaître deux données du triangle ne suffit pas pour le reproduire. L'activité d'appropriation suivante vous amènera à découvrir quelles mesures d'un triangle sont nécessaires et suffisantes pour construire un autre triangle qui lui soit isométrique.

- déterminer les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques.

Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

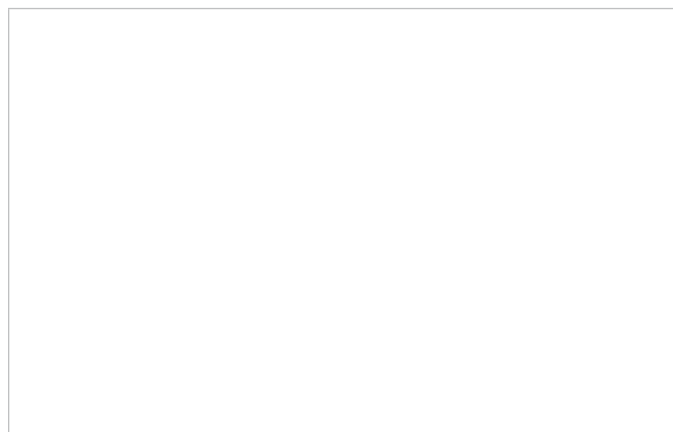
L'action de construire un triangle isométrique à un triangle donné revient à se demander à quelles conditions minimales deux triangles sont nécessairement isométriques.

Dans l'activité d'exploration précédente, vous avez vu que connaître deux données du triangle ne suffisent pas à le reproduire. Il faut examiner les cas où trois données sont connues.

1. La première condition (C-C-C)

Les questions suivantes servent à vérifier si les mesures de trois côtés sont suffisantes pour obtenir deux triangles isométriques.

- 1 a) Construisez un triangle ABC sachant que la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC de 3 cm et celle du segment BC de 3,5 cm.
- b) Ce triangle est-il unique ?
Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.



RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 183, NUMÉROS 4 ET 5

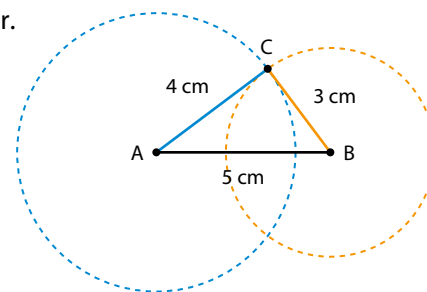
La construction d'un triangle à l'aide d'un compas

Pour construire un triangle à partir des longueurs de ses trois côtés, on peut procéder par tâtonnements avec une règle graduée. Toutefois, pour être plus systématique, on utilisera une règle et un compas.

Exemple :

On veut construire un triangle ABC tel que $m\overline{AB} = 5$ cm, $m\overline{AC} = 4$ cm et $m\overline{BC} = 3$ cm.

- Avec une règle, tracer un segment AB de 5 cm de longueur.
- À partir de A, tracer un cercle ou un arc de cercle de 4 cm de rayon.
- À partir de B, tracer un cercle ou un arc de cercle de 3 cm de rayon.
- Le point de rencontre des deux cercles ou arcs est le troisième sommet C.

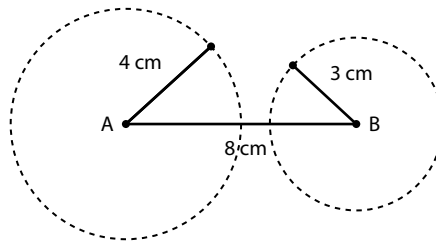


Puisqu'un unique triangle peut être construit à partir de trois mesures données, on peut affirmer l'énoncé suivant.

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

ATTENTION !

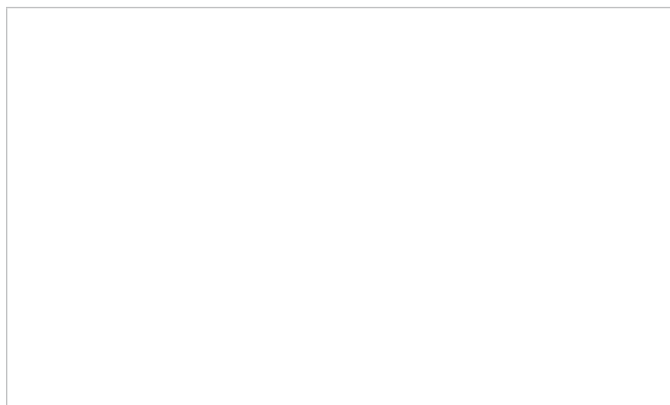
Il est possible de construire un triangle à partir de trois longueurs seulement si la mesure du plus long côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres. Ainsi, il est impossible de construire un triangle ABC avec les données suivantes : $m\overline{AB} = 8$ cm, $m\overline{AC} = 4$ cm et $m\overline{BC} = 3$ cm. En effet, les deux cercles ou arcs de cercle tracés à partir des extrémités du segment AB et dont l'intersection donnerait le point C ne se croiseront pas.



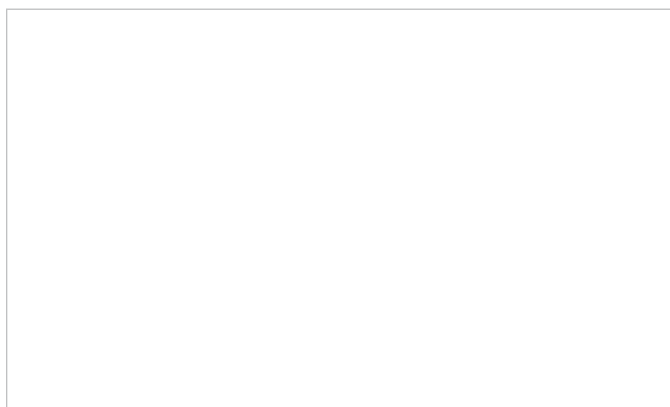
2. La deuxième condition (C-A-C)

On s'intéresse maintenant à la possibilité de reproduire un triangle si l'on connaît la mesure de deux côtés et d'un angle.

- 2 a) Construisez un triangle ABC dont la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC, de 3 cm et la mesure de l'angle B, de 45° . Ce triangle est-il unique ? Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.



- b) Construisez un triangle ABC dont la mesure du segment AB est de 4 cm, celle du segment AC, de 3 cm et la mesure de l'angle A, de 45° . Ce triangle est-il unique ? Dans la négative, construisez un autre triangle à partir de ces mesures.



Les réponses à la question précédente montrent que l'angle connu doit absolument être compris entre les côtés donnés et non pas être **adjacent** au deuxième côté. Ce qui amène à ce nouvel énoncé géométrique.

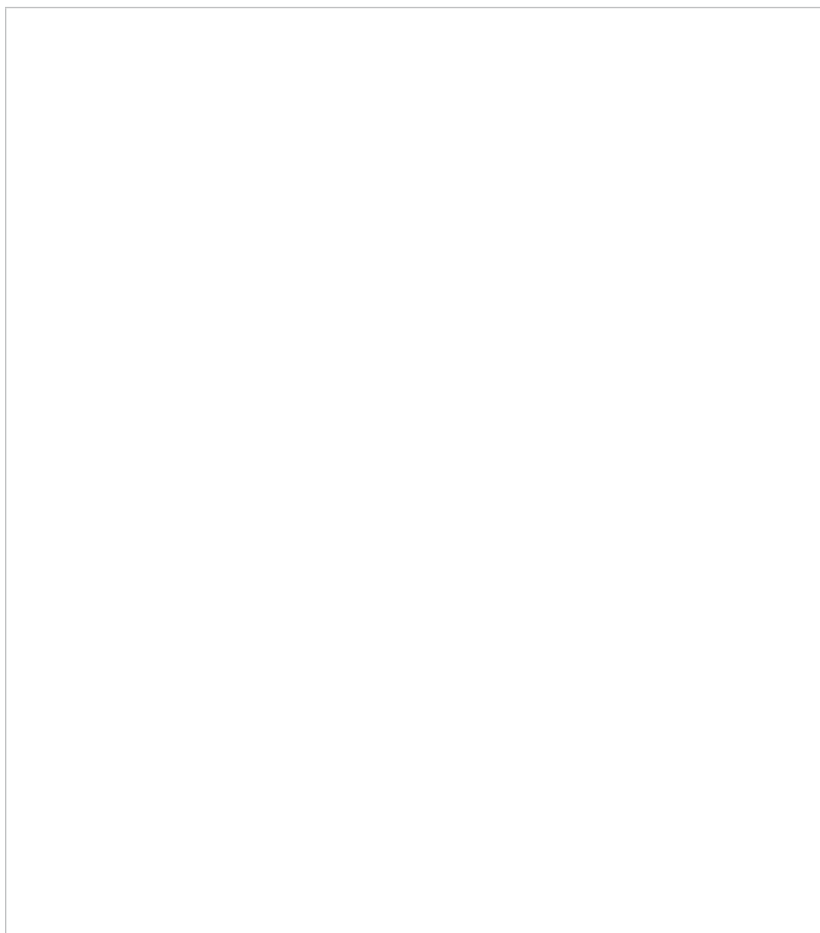
Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.

3. La troisième condition (A-C-A)

Il reste à vérifier si un triangle peut être reproduit précisément en ne connaissant que les mesures de deux angles et d'un seul côté.

- 3 Soit deux triangles ayant deux paires d'angles homologues isométriques de 40° et 20° , et un côté isométrique de 4 cm.

Dans quel cas ces deux triangles seraient-ils nécessairement isométriques ? Expliquez par une représentation géométrique.



TIC

L'activité TIC 1.1.1 vous permettra d'explorer davantage ces conditions minimales d'isométrie des triangles à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

ATTENTION !

Une liste de tous les énoncés géométriques prescrits se trouve à la page 208 de ce guide.

On peut résumer ce troisième cas d'isométrie des triangles comme suit.

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

STRATÉGIE Dessiner à main levée

Pour construire une figure géométrique complexe, il est parfois utile de commencer par tracer cette figure à main levée avant d'utiliser les instruments de géométrie. Cet exercice permet de visualiser le résultat recherché. De plus, il amène à réfléchir sur les étapes à suivre lors de la construction au moyen des instruments de géométrie.

Les figures isométriques

Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.

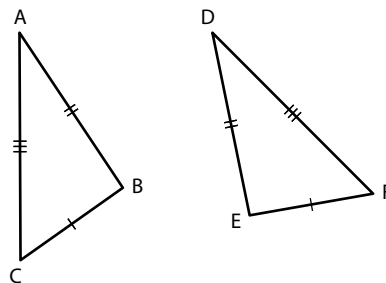
Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

Les trois propriétés suivantes décrivent les conditions minimales permettant d'affirmer que deux triangles sont isométriques.

1. La condition minimale d'isométrie Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

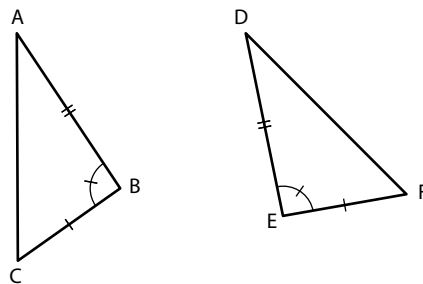
Exemple :



2. La condition minimale d'isométrie Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.

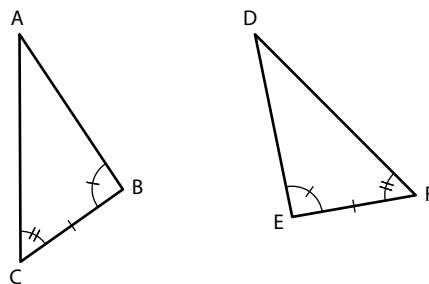
Exemple :



3. La condition minimale d'isométrie Angle-Côté-Angle (A-C-A)

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

Exemple :



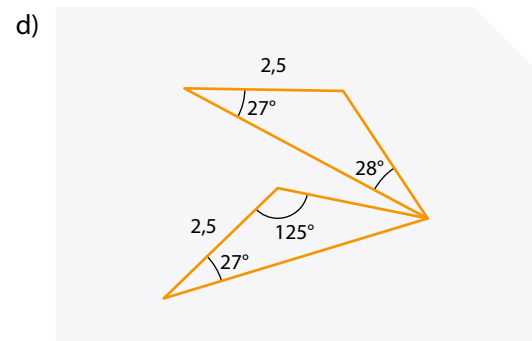
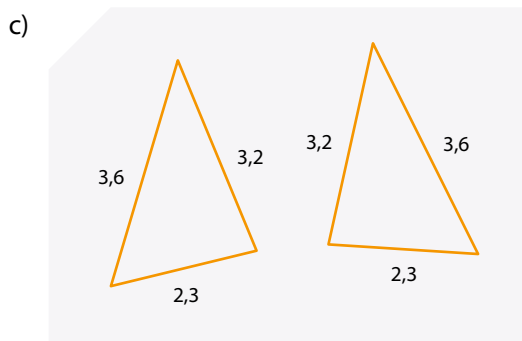
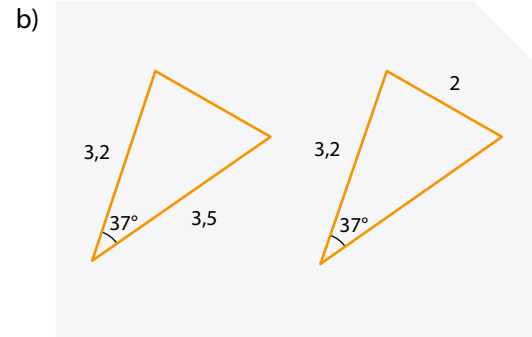
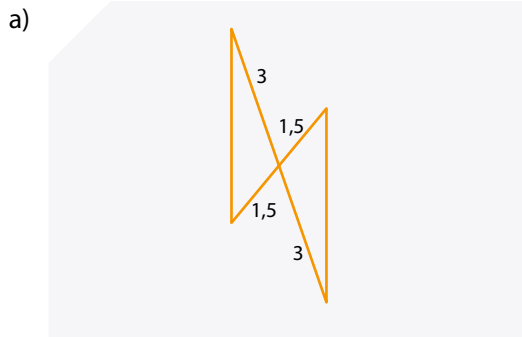
ASTUCE

Pour simplifier l'écriture précisant que le triangle ABC est isométrique au triangle DEF, on utilise des symboles géométriques.

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

EXERCEZ-VOUS

- 4 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, indiquez s'il s'agit nécessairement de triangles isométriques. Si oui, indiquez selon quelle condition minimale d'isométrie.

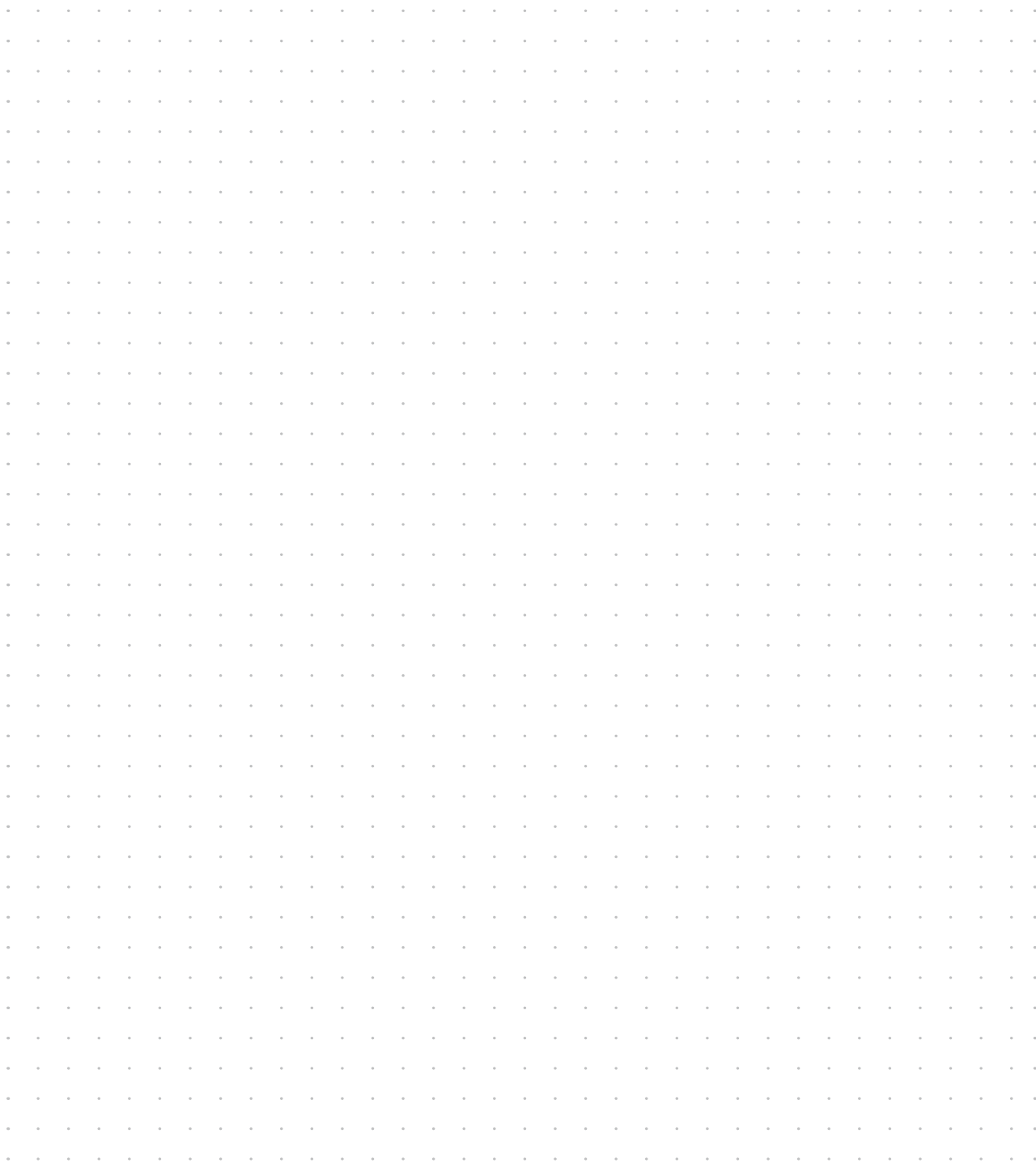


- 5 Soit le triangle ABC rectangle en B. Le segment AB mesure 3 cm et le segment AC, 5 cm. Le triangle DEF est rectangle en E. Dans chaque cas suivant, indiquez si ces deux triangles sont isométriques. Si oui, précisez selon quelle condition minimale d'isométrie.

- a) $m \overline{DE} = 3 \text{ cm}$ et $m \overline{EF} = 5 \text{ cm}$ _____
- b) $m \overline{DE} = 4 \text{ cm}$ et $m \overline{EF} = 3 \text{ cm}$ _____
- c) $m \overline{DE} = 5 \text{ cm}$ et $m \overline{EF} = 4 \text{ cm}$ _____
- d) $m \overline{DE} = 3 \text{ cm}$ et $m \overline{DF} = 5 \text{ cm}$ _____

Vous connaissez maintenant toutes les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques. Servez-vous de ces conditions pour résoudre la situation-problème 1.1 *Une vitre brisée*.

Résolution (suite)



STRATÉGIE Valider en comparant

On peut toujours valider ses constructions en comparant les mesures des éléments homologues des triangles. Tous les triangles construits devraient être isométriques.

Savoir mathématique visé :

- déterminer des mesures manquantes.

Déterminer des mesures manquantes

Les conditions minimales d'isométrie des triangles permettent de déterminer des mesures manquantes dans des figures. Il suffit d'utiliser la définition des triangles isométriques pour déduire la mesure de l'angle ou du côté cherchés.

Deux triangles isométriques ont des angles homologues isométriques et des côtés homologues isométriques.

Cette prochaine section mettra en pratique cette définition.

- 1 Soit la figure ci-contre. On veut déterminer la mesure de l'angle B et celle du côté BC.

Il faut d'abord s'assurer que les triangles illustrés dans cette figure sont isométriques.

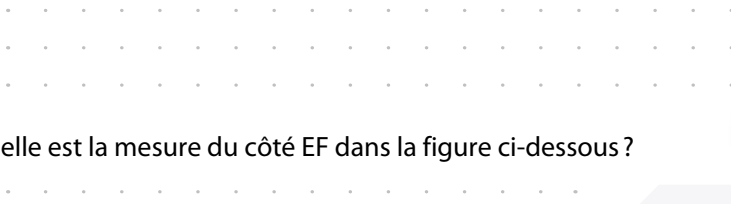
- a) Démontrez que les triangles AED et EBC sont isométriques.



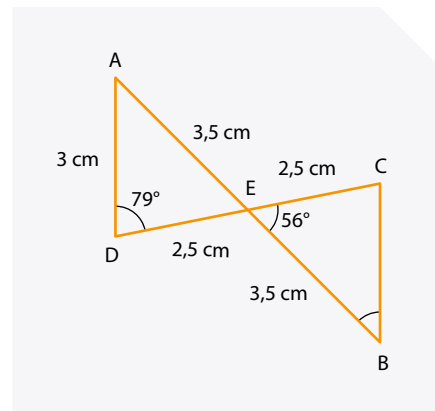
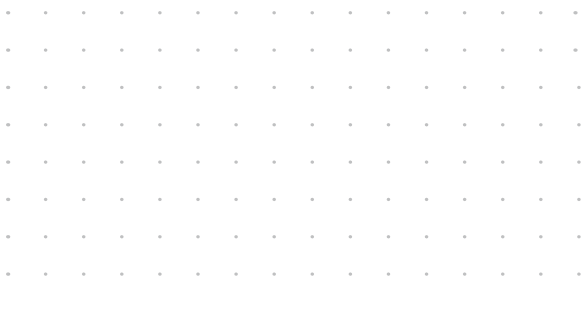
- b) Déduisez la mesure de l'angle B. Justifiez votre réponse.



- c) Déduisez la mesure du côté BC. Justifiez votre réponse.

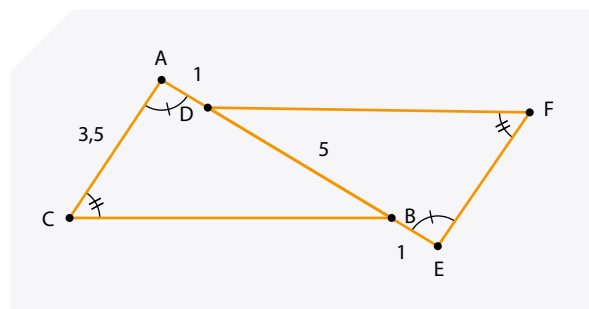
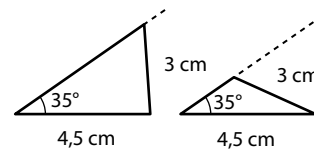


- 2 Quelle est la mesure du côté EF dans la figure ci-dessous ?



ATTENTION !

Il est essentiel de s'assurer que l'angle isométrique est bien situé entre les deux côtés homologues isométriques. Sinon, les triangles obtenus ne sont pas nécessairement isométriques comme le montre l'illustration ci-dessous.



3 Soit ABC un triangle isocèle dont la hauteur AH est issue du sommet A et dont la mesure du côté BC est de 6 cm.

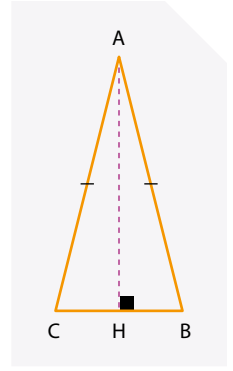
a) Démontrez que les triangles AHB et AHC sont isométriques.



b) Déduisez la mesure du côté BH.



c) Outre la hauteur du triangle ABC, que représente le segment AH ?



RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 183, NUMÉROS 6 À 10

Les droites remarquables d'un triangle

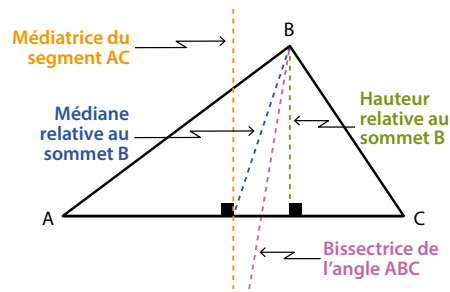
Dans un triangle, la hauteur relative à un sommet s'obtient en abaissant une perpendiculaire depuis ce sommet sur le côté opposé (ou son prolongement si le sommet n'est pas au-dessus du côté opposé).

La bissectrice d'un angle est la demi-droite séparant cet angle en deux angles isométriques.

La médiane relative à un sommet d'un triangle est la droite reliant ce sommet au milieu du côté opposé.

La médiatrice d'un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et le séparant en deux parties isométriques.

Exemple :



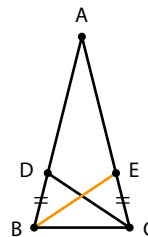
Déterminer des mesures manquantes

L'isométrie des triangles permet de déterminer des mesures manquantes dans des figures géométriques.

Cependant, il est important de démontrer d'abord que les figures sont **isométriques**, à l'aide des conditions minimales, avant de déterminer des mesures en s'appuyant sur la définition de l'isométrie.

Exemple :

Déterminez la mesure du segment BE sachant que le triangle ABC est isocèle, que les segments DB et EC sont isométriques et que le segment DC mesure 3,5 cm.



1. Les triangles AEB et ADC sont isométriques par la condition minimale d'isométrie C-A-C.

Affirmation	Justification
$m \overline{AB} = m \overline{AC}$	car ce sont les côtés isométriques du triangle isocèle ABC.
$m \angle BAE = m \angle CAD$	car l'angle est commun aux deux triangles. En effet, comme les côtés AB et AC, et les segments DB et EC sont isométriques, AD et AE le sont obligatoirement.
$\triangle AEB \cong \triangle ADC$	par la condition minimale d'isométrie C-A-C.

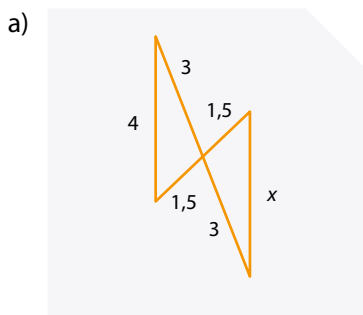
2. On déduit la mesure du segment BE :

Affirmation	Justification
$m \overline{BE} = m \overline{CD} = 3,5 \text{ cm}$	car les côtés homologues de deux triangles isométriques sont isométriques.

Ainsi, la mesure du segment BE est de 3,5 cm.

EXERCEZ-VOUS

- 4 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, nommez la condition minimale permettant d'affirmer que les triangles sont isométriques. Puis, trouvez la valeur de x.

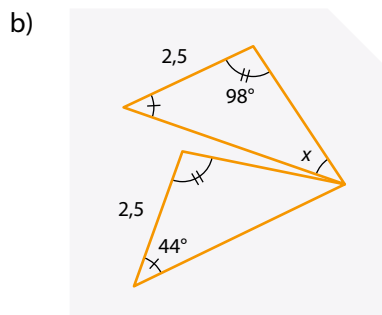


.....

.....

.....

.....

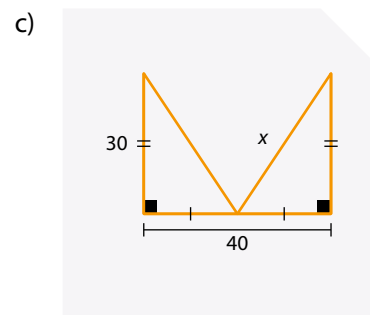


.....

.....

.....

.....



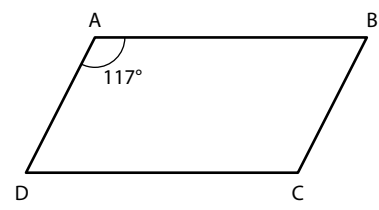
.....

.....

.....

.....

5 Dans le parallélogramme ci-dessous, la mesure de l'angle A est de 117° . On veut déterminer les mesures des trois autres angles du parallélogramme.



a) Tracez la diagonale BD et justifiez pourquoi les triangles ABD et CDB sont isométriques.

.....

b) Quelle est la mesure de l'angle C ? Justifiez votre réponse.

.....

c) Tracez la diagonale AC et justifiez pourquoi les triangles ACD et CAB sont isométriques.

.....

d) Quelle est la mesure de l'angle B et celle de l'angle D ?

.....

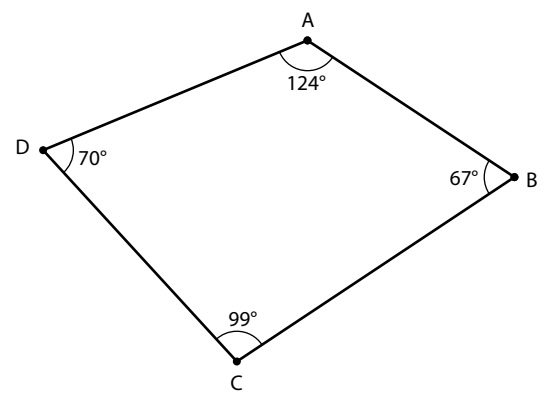
RAPPEL

Angles intérieurs

La somme des angles intérieurs d'un quadrilatère est de 360° .

Exemple :

Dans le quadrilatère ci-contre, la somme des angles est 360° , soit $124^\circ + 67^\circ + 99^\circ + 70^\circ$.

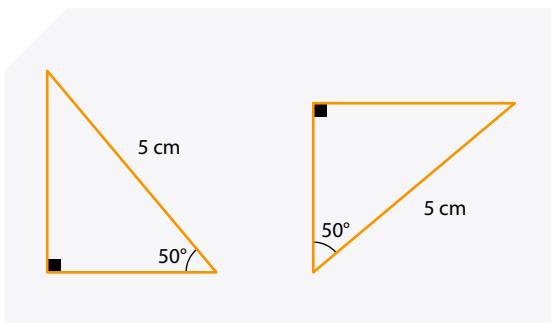


EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 185, NUMÉROS 11 À 13

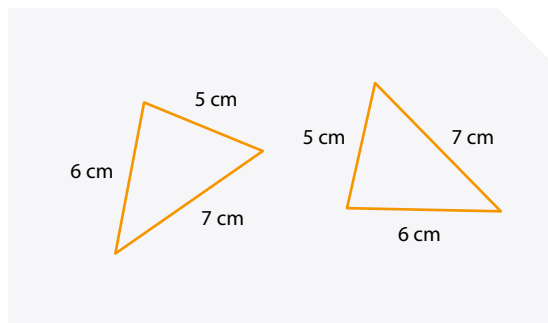
CONSOLIDATION

1 Quelle condition minimale d'isométrie permet d'affirmer que les triangles suivants sont isométriques ?

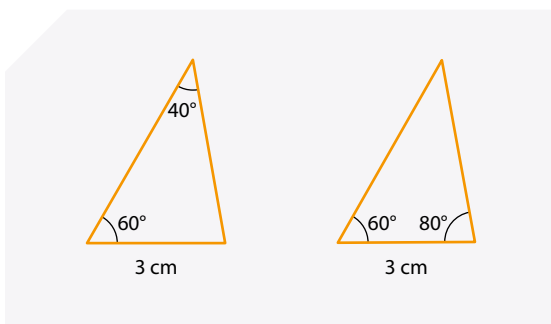
a)



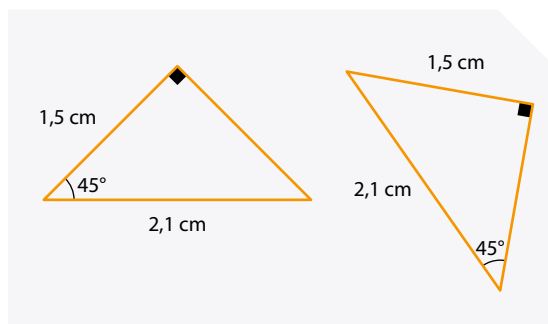
b)



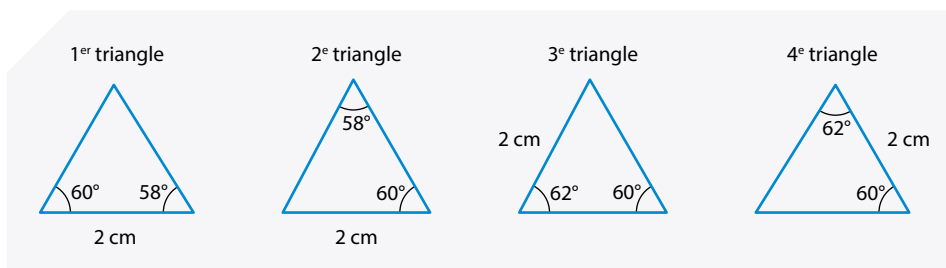
c)



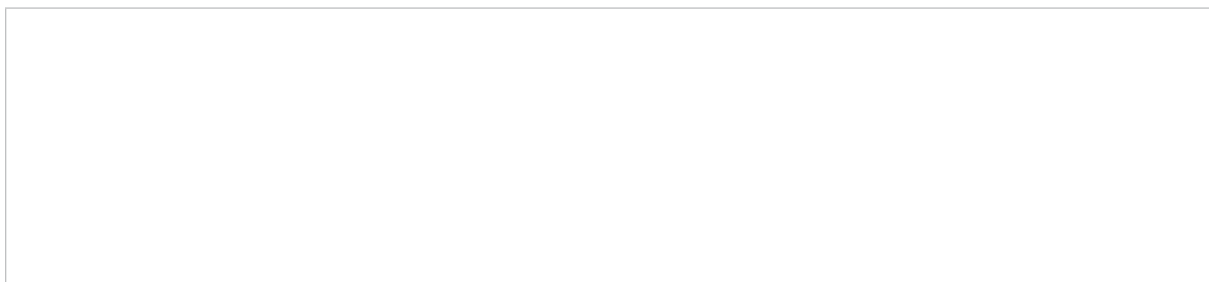
d)



2 Parmi les triangles ci-dessous, déterminez ceux qui sont isométriques. Justifiez votre réponse.



3 Combien de triangles isocèles différents (non isométriques) peut-on construire s'ils possèdent un côté de 3 cm et un angle de 50° ? Justifiez votre réponse en traçant une représentation de chaque triangle.



4 Selon Mario, si les hypoténuses de deux triangles rectangles ont la même mesure, alors ces triangles sont isométriques.

a) Mario a-t-il raison ?

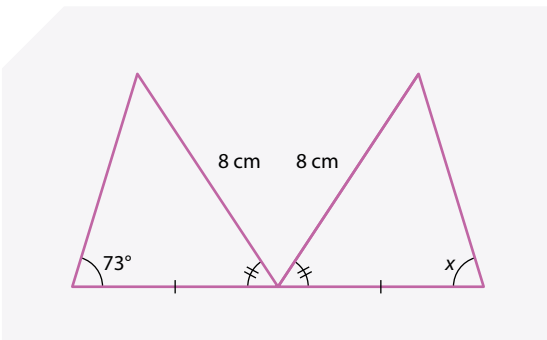
b) Énoncez une condition minimale pour l'obtention de deux triangles rectangles isométriques en complétant la phrase ci-dessous. Justifiez votre réponse.

Deux triangles rectangles ayant _____ sont isométriques.

Justification :

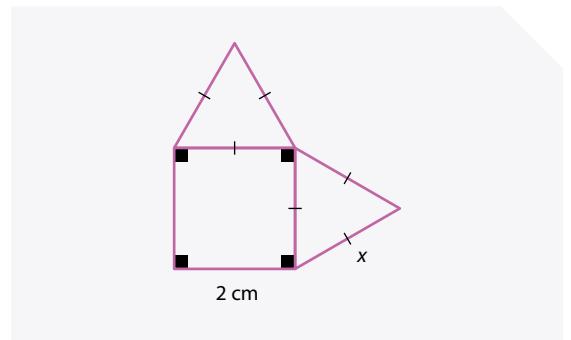
5 Déterminez la valeur de x dans les figures suivantes.

a)



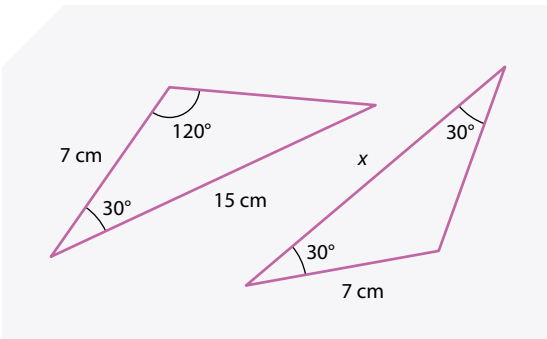
.....

b)



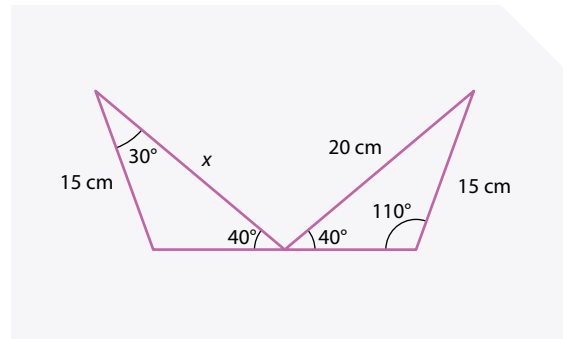
.....

c)



.....

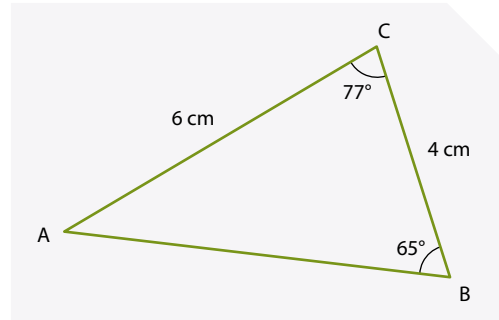
d)



.....

- 6 Soit le triangle ABC ci-contre, dont $m \overline{AC} = 6 \text{ cm}$, $m \overline{BC} = 4 \text{ cm}$; $m \angle B = 65^\circ$ et $m \angle C = 77^\circ$.

Dans chaque cas, indiquez si le triangle PQR est nécessairement isométrique au triangle ABC. Si oui, écrivez les angles homologues.



- a) $m \overline{QR} = 4 \text{ cm}$; $\overline{QP} = 6 \text{ cm}$; $\angle R = 65^\circ$.

.....

.....

- b) $m \overline{PQ} = 6 \text{ cm}$; $\overline{QR} = 4 \text{ cm}$; $\angle Q = 77^\circ$.

.....

.....

- c) $m \overline{PQ} = 6 \text{ cm}$; $\angle P = 77^\circ$; $m \angle R = 38^\circ$.

.....

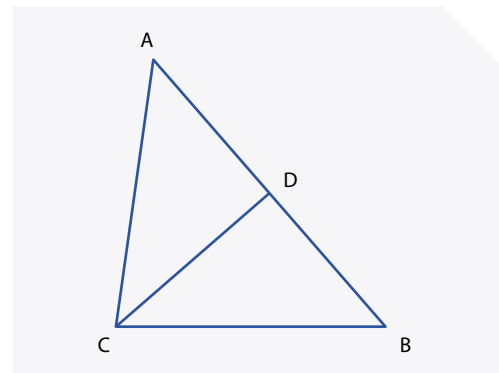
.....

- d) $m \overline{PR} = 4 \text{ cm}$; $\angle P = 65^\circ$; $m \angle R = 77^\circ$.

.....

.....

- 7 Dans le triangle isocèle ABC ci-contre, le segment CD est la médiane issue de C. La mesure du segment AD est de 5,25 cm et celle du segment AC, de 8 cm.



- a) Démontrez que les triangles ACD et BCD sont isométriques.

.....

- b) Démontrez que les angles CDA et CDB sont droits.

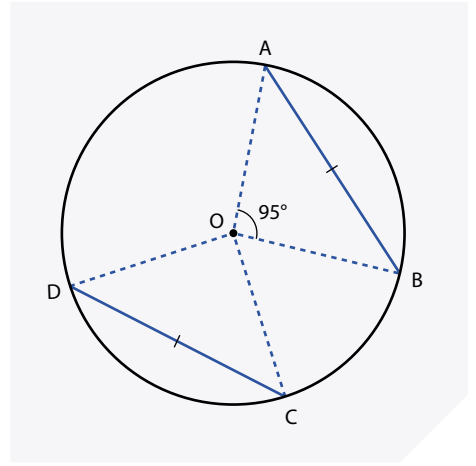
.....

- c) Déterminez la mesure du segment CD.

.....

8 Un segment qui joint deux points d'un cercle s'appelle une **corde**. Dans le cercle de centre O ci-dessous, les cordes AB et CD sont isométriques.

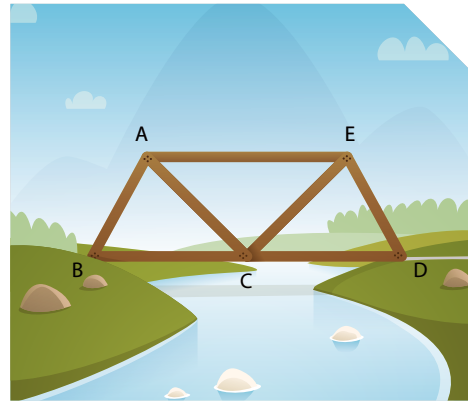
a) Quelle condition minimale d'isométrie permet d'affirmer que les triangles OAB et OCD sont isométriques? Justifiez votre réponse.



b) Déterminez la mesure de l'angle COD.

9 La structure d'un pont a la forme d'un trapèze isocèle. De plus, deux segments joignent le milieu de la grande base aux extrémités de la petite base.

On veut démontrer que le triangle situé au centre est isocèle. Complétez la preuve suivante.



$\overline{AB} \cong \overline{ED}$ car _____.

$\angle B \cong \angle D$ car _____.

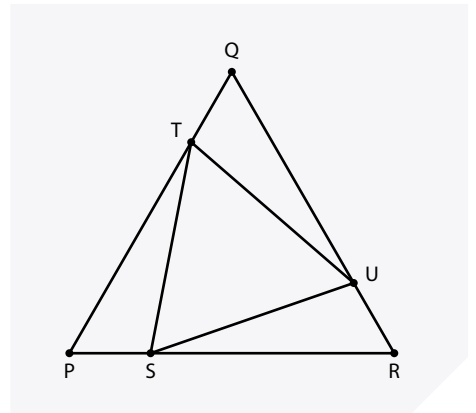
_____ car le point C est situé au milieu du segment BD.

$\triangle ABC \cong \triangle EDC$ car _____.

$\overline{AC} \cong \overline{EC}$ car _____.

$\triangle ACE$ est isocèle car _____.

10 Dans la figure ci-dessous, PQR est un triangle équilatéral de 4 cm de côté. Les côtés PS, QT et RU mesurent respectivement 1 cm. Démontrez que le triangle STU est équilatéral.





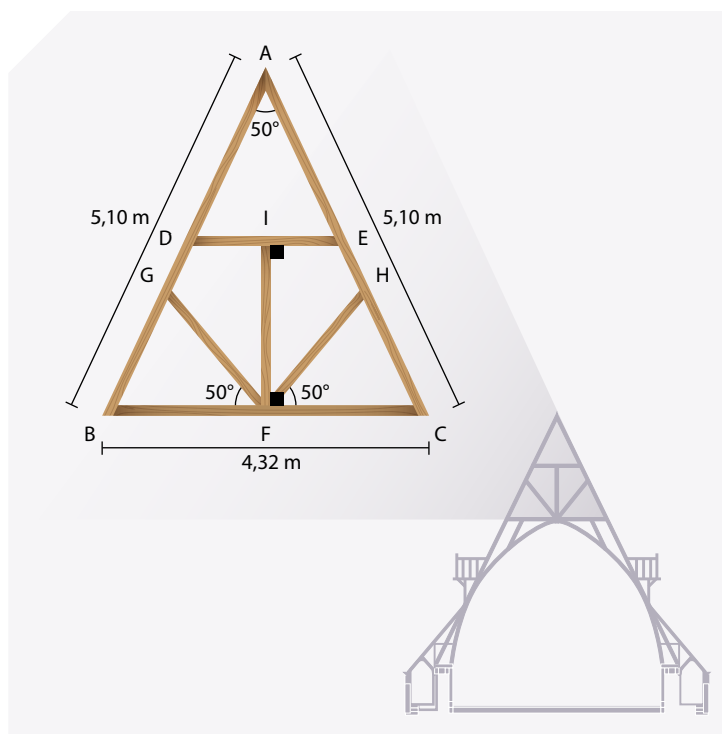
La maquette d'un château

Le château de Sully, en France, date de la fin du 14^e siècle. L'un de ses toits en pente abrite une grande salle encore aujourd'hui en excellent état. Chaque année, des milliers de touristes du monde entier viennent visiter ce monument historique.



Les responsables du lieu touristique ont décidé d'exposer dans le hall une maquette du château. Ils ont fait appel à une technicienne en architecture pour réaliser ce projet. Celle-ci a consulté les archives de la bibliothèque municipale à la recherche de quelques mesures. La figure ci-contre décrit la charpente qui soutient le toit de la grande salle. Une lettre d'archive mentionne aussi que les poutres (DE et IF) arrivent au centre des côtés du triangle du haut (le triangle ABC).

Pour bien représenter le haut de cette structure, afin de fabriquer la maquette, la technicienne en architecture a besoin de connaître la longueur réelle de chaque morceau la composant.

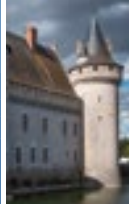


Partie supérieure de la charpente

TÂCHE

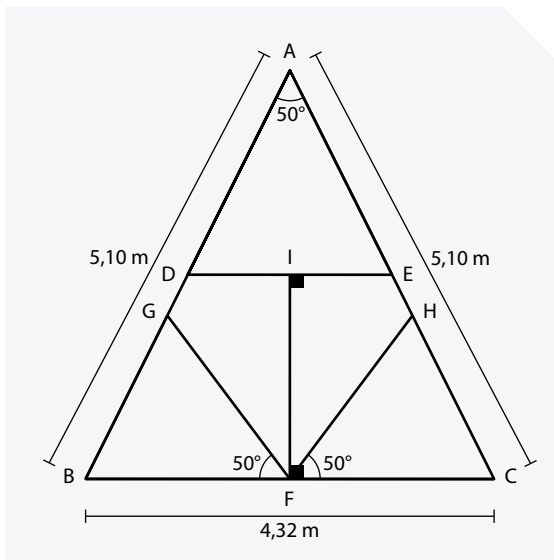
Vous devez déterminer la longueur de chacune des quatre poutres situées à l'intérieur de la partie supérieure de la charpente. Notez que, pour cette tâche, l'épaisseur des poutres est considérée comme négligeable.

EXPLORATION



Les questions d'exploration de la situation-problème vous aideront à analyser la figure géométrique représentant la structure de la charpente. Il s'agira surtout d'établir des relations entre les différents triangles composant la partie supérieure de cette charpente.

- 1 Voici une représentation géométrique de la portion de cette structure triangulaire.



Les mesures des trois côtés du triangle ABC étant connues, nommez les segments représentant les quatre poutres dont les mesures sont inconnues. Surlignez-les dans la figure ci-dessus.

- 2 Déterminez tous les triangles contenus dans cette figure.

STRATÉGIE Distinguer les multiples triangles d'une figure

Devant une figure complexe contenant plusieurs informations, il convient de prendre le temps de bien l'observer et d'effectuer de petites actions pour s'aider à saisir le problème et, plus tard, le résoudre.

Par exemple, utiliser des crayons de couleur pour distinguer les différents triangles. Tracer à part les triangles qui semblent faciliter les calculs et inscrire les mesures données et celles que l'on peut déduire. Nommer les éléments homologues des triangles, etc.

- 3 Déterminez les mesures des angles intérieurs de ces triangles. Inscrivez ces mesures dans la figure.

.....

.....

.....

.....

.....

4 Parmi ces triangles, lesquels sont isométriques ? Justifiez votre réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 La figure présentée au numéro 1 contient aussi des figures **semblables**. Selon vous, dans les paires suivantes, les triangles sont-ils semblables ?

a) Les triangles ADE et ABC.

.....

.....

.....

b) Les triangles ABC et FBG.

.....

.....

.....

RAPPEL

EXERCICES DE RÉACTIVATION
PAGE 186, NUMÉROS 14 À 17

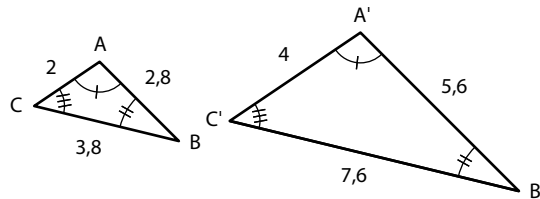
Les figures semblables

Des figures planes sont semblables si et seulement si leurs angles homologues sont isométriques et les mesures de leurs côtés homologues sont **proportionnelles**.

Exemple :

Lorsque le triangle ABC est semblable au triangle A'B'C', on écrit $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

REMARQUE : Si l'on porte le triangle ABC sur le triangle A'B'C', on note que le côté BC est parallèle au côté B'C'.



Les réponses à ces questions vous permettront de déterminer les longueurs de certaines poutres. Toutefois, on peut se demander si ces triangles sont bien semblables. Pour l'affirmer, il faudrait connaître des conditions minimales, comme pour les triangles isométriques, garantissant que deux triangles sont semblables. La prochaine section va vous faire découvrir ces conditions.

Savoirs mathématiques visés :

- déterminer les conditions minimales d'obtention de triangles semblables ;
- déterminer des mesures manquantes.

1. Les conditions minimales d'obtention de triangles semblables

Pour affirmer que deux triangles sont semblables, il n'est pas nécessaire de connaître les six mesures des angles et des côtés de chaque triangle. Dans la prochaine section, vous déduirez les trois cas de similitude de triangles à partir des conditions minimales connues pour les triangles isométriques.

1 Comme pour les triangles isométriques, certaines conditions minimales suffisent, mais cette fois-ci, il s'agit de conditions de **similitude**. Il existe trois cas à considérer selon les informations disponibles. Complétez les phrases suivantes en indiquant, selon vous, ce nombre minimal nécessaire.

- L'information concerne _____ angles homologues.
- L'information concerne _____ angle et _____ côtés homologues.
- L'information concerne _____ côtés homologues.

2 Un triangle possède un angle de 45° compris entre deux côtés de 1,5 cm et de 2 cm.

- Dessinez un triangle semblable à celui-ci dont le rapport de similitude est 2.

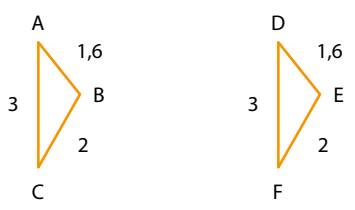
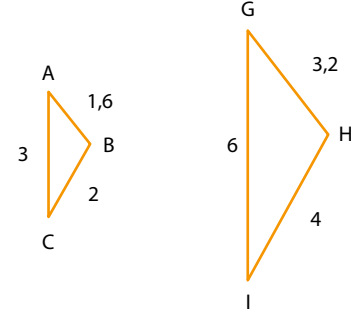
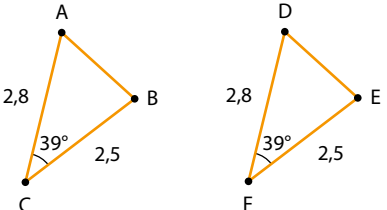
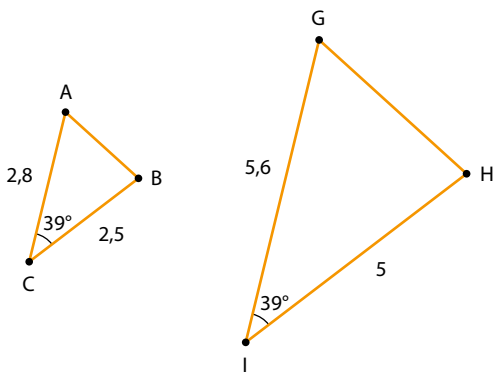
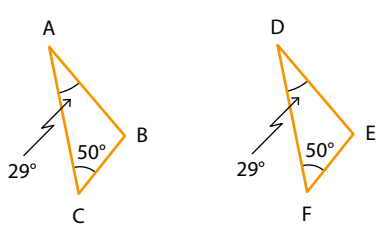
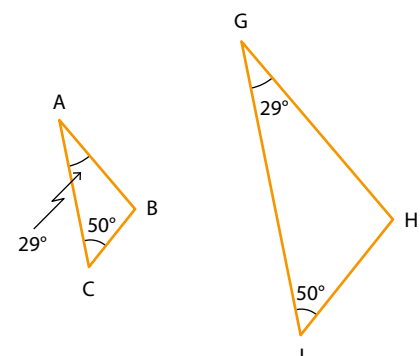
- Quel lien existe-t-il entre les mesures des côtés homologues de ces deux triangles ?

STRATÉGIE Raisonner par analogie

Devant un problème que l'on ne sait pas comment résoudre, il est parfois utile de chercher des ressemblances entre le problème posé et un problème résolu précédemment. Il suffit ensuite d'utiliser la même démarche de résolution de problème et de l'adapter au besoin. C'est une stratégie très utile en mathématique.

3 Observez le tableau suivant. La deuxième colonne décrit les trois cas d'isométrie de triangles que vous avez étudiés dans la section précédente.

Complétez les énoncés géométriques permettant d'affirmer que les triangles ABC et DEF sont isométriques. Puis, en procédant par analogie, complétez les énoncés de la troisième colonne permettant d'affirmer que les triangles ABC et GHI sont semblables.

	Triangles isométriques	Triangles semblables
1 ^{er} cas	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant _____ sont isométriques (C-C-C).</p>	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant des mesures de côtés homologues _____ sont semblables.</p>
2 ^e cas	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant un angle isométrique _____ entre deux côtés homologues _____ sont isométriques (C-A-C).</p>	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant un angle isométrique _____ entre des côtés homologues de longueurs _____ sont semblables.</p>
3 ^e cas	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre _____ homologues isométriques sont isométriques (A-C-A).</p>	 <p>Énoncé : Deux triangles ayant _____ homologues isométriques sont semblables.</p>

- 4 Vérifiez maintenant que les triangles précédents ABC et GHI sont bel et bien semblables, c'est-à-dire, que les angles homologues sont isométriques et les mesures des côtés homologues proportionnelles.

REMARQUE : Les mesures des côtés des deux triangles sont en centimètres.

- a) 1^{er} cas (C-C-C) : Avec votre rapporteur d'angle, mesurez chaque angle des deux triangles (au degré près) et complétez ce tableau.

Triangle ABC	$m \overline{AB} = 1,6$	$m \overline{AC} = 3$	$m \overline{BC} = 2$	$m \angle A = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$
Triangle GHI	$m \overline{GH} = 3,2$	$m \overline{GI} = 6$	$m \overline{HI} = 4$	$m \angle G = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle H = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle I = \underline{\hspace{2cm}}$
Rapport des côtés homologues	$\frac{m \overline{GH}}{m \overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{GI}}{m \overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{HI}}{m \overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$			

Est-ce que les deux triangles sont semblables ? _____

- b) 2^e cas (C-A-C) : Avec votre règle graduée et votre rapporteur d'angle, mesurez les côtés et les angles manquants. Complétez le tableau suivant.

Triangle ABC	$m \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{AC} = 2,8$	$m \overline{BC} = 2,5$	$m \angle A = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle C = 39^\circ$
Triangle GHI	$m \overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{GI} = 5,6$	$m \overline{HI} = 5$	$m \angle G = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle H = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle I = 39^\circ$
Rapport des côtés homologues	$\frac{m \overline{GH}}{m \overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{GI}}{m \overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{HI}}{m \overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$			

Est-ce que les deux triangles sont semblables ? _____

ATTENTION !

Étant donné qu'il est impossible de mesurer avec exactitude une longueur à l'aide d'une règle graduée, il est probable que les rapports obtenus soient légèrement différents. En prenant une approximation décimale, vous pourriez vérifier qu'ils sont suffisamment similaires pour être capable d'énoncer une conclusion.

- c) 3^e cas (A-A) : Complétez le tableau ci-dessous en mesurant les côtés avec une règle graduée.

Triangle ABC	$m \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle A = 29^\circ$	$m \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle C = 50^\circ$
Triangle GHI	$m \overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{GI} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \overline{HI} = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle G = 29^\circ$	$m \angle H = \underline{\hspace{2cm}}$	$m \angle I = 50^\circ$
Rapport des côtés homologues	$\frac{m \overline{GH}}{m \overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{GI}}{m \overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{m \overline{HI}}{m \overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$			

Est-ce que les deux triangles sont semblables ? _____

TIC L'activité TIC 1.2.1 vous permettra d'explorer davantage ces conditions minimales de similitude des triangles à l'aide de GeoGebra. Cette activité est accessible sur portailsofad.com.

Les triangles semblables

Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs angles homologues sont isométriques et les mesures de leurs côtés homologues sont proportionnelles.

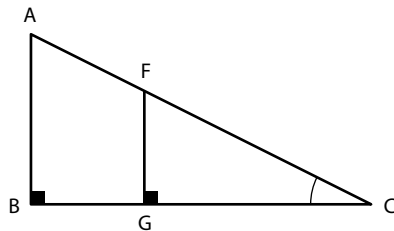
Toutefois, pour affirmer que deux triangles sont semblables, il suffit qu'une des trois conditions minimales suivantes soit respectée.

Les conditions minimales d'obtention de triangles semblables

1. La condition minimale de similitude Angle-Angle (A-A)

Deux triangles ayant deux angles homologues isométriques sont semblables.

Exemple :



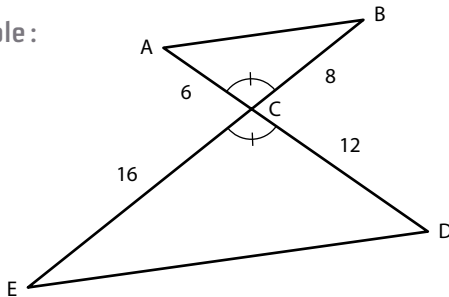
$\triangle ABC \sim \triangle FGC$, car

- $m \angle B = 90^\circ$
- $m \angle G = 90^\circ$
- l'angle C est commun aux deux triangles.

2. La condition minimale de similitude Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.

Exemple :



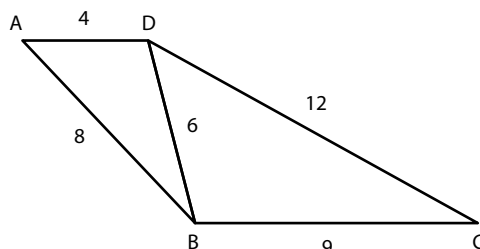
$\triangle CAB \sim \triangle CDE$, car

- $\frac{m \overline{AC}}{m \overline{CD}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
- $m \angle ACB = m \angle ECD$ (angles opposés par le sommet)
- $\frac{m \overline{BC}}{m \overline{CE}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

3. La condition minimale de similitude Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

Exemple :

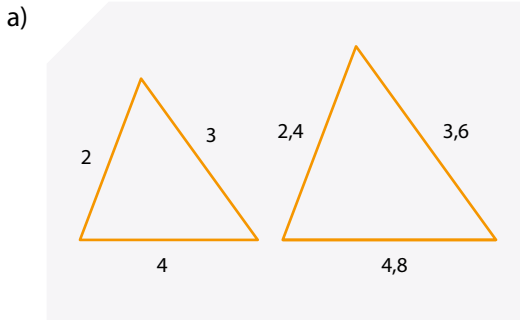


$\triangle ABD \sim \triangle DCB$, car

- $\frac{m \overline{AD}}{m \overline{DB}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- $\frac{m \overline{AB}}{m \overline{DC}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
- $\frac{m \overline{DB}}{m \overline{CB}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

EXERCEZ-VOUS

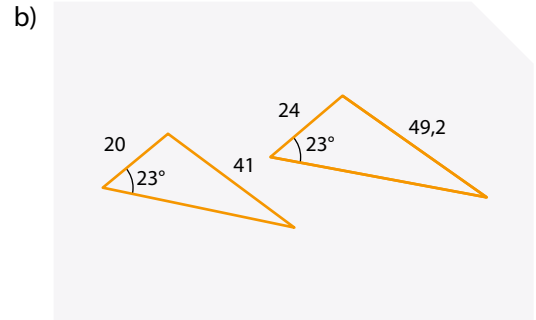
5 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, indiquez s'il s'agit nécessairement de triangles semblables. Si oui, indiquez selon quelle condition minimale de similitude.



.....

.....

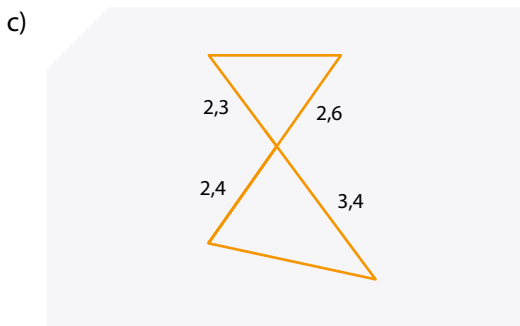
.....



.....

.....

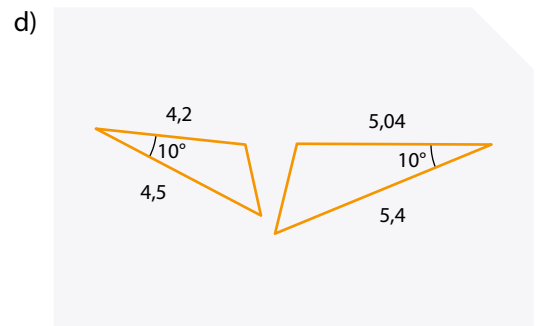
.....



.....

.....

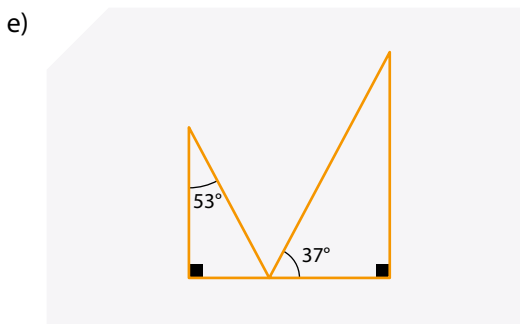
.....



.....

.....

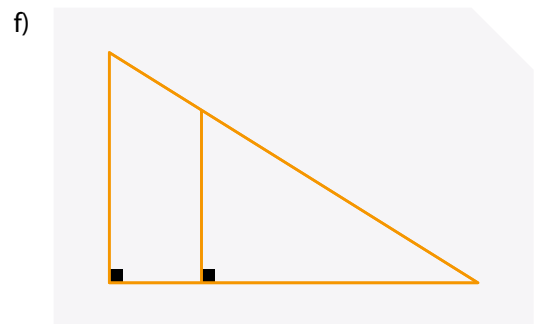
.....



.....

.....

.....



.....

.....

.....

6 Indiquez si chaque énoncé suivant est vrai ou faux. Dans le cas où un énoncé est faux, donnez un **contre-exemple**.

- a) Tous les triangles isocèles sont semblables. _____
- b) Deux triangles isométriques sont nécessairement semblables. _____
- c) Tous les triangles rectangles sont semblables. _____
- d) Deux triangles semblables sont nécessairement isométriques. _____
- e) Tous les triangles équilatéraux sont semblables. _____
- f) Tous les triangles rectangles isocèles sont semblables. _____

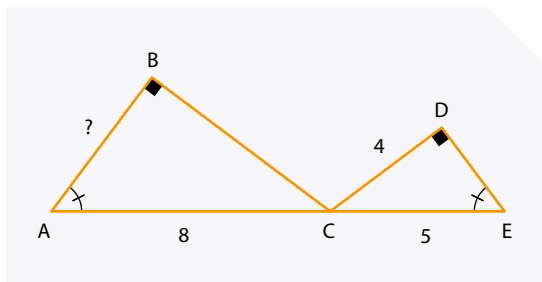
STRATÉGIE Démontrer par un contre-exemple

En mathématique, pour démontrer qu'un énoncé, une relation ou une propriété sont faux, il suffit de trouver un exemple qui ne les vérifie pas. Un tel exemple s'appelle un **contre-exemple**.

2. Déterminer des mesures manquantes

La similitude des triangles permet de déterminer les mesures manquantes de figures géométriques. En effet, en utilisant la propriété de la **proportionnalité** des mesures des côtés homologues des triangles semblables, on peut déduire les longueurs de certains côtés.

7 La figure ci-dessous présente deux triangles rectangles. Sachant que les angles A et E sont isométriques, déterminez la mesure du côté AB.

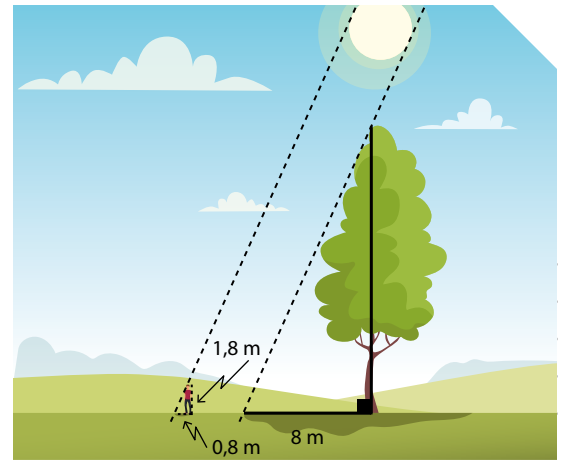


ASTUCE

Il est important de bien associer les côtés homologues de deux triangles semblables. Une façon de faire consiste à jumeler les plus petits côtés, puis les moyens et enfin les plus grands. Dans les triangles ci-contre, \overline{BC} est homologue à \overline{DC} , \overline{AC} à \overline{EC} , puis \overline{AB} à \overline{ED} .

- 8 Le schéma ci-contre représente un arbre et son ombre ainsi qu'une personne et son ombre à un moment donné de la journée. Certaines mesures y sont indiquées.

Sachant que les rayons du soleil sont parallèles, déterminez la hauteur de l'arbre.



ATTENTION !

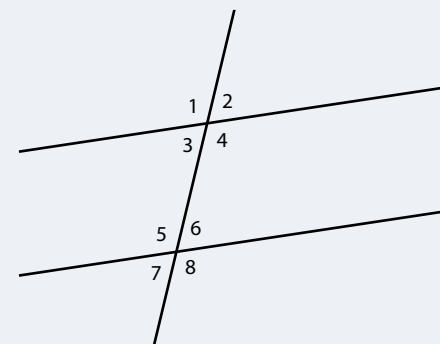
Avant de chercher les mesures manquantes dans une figure à l'aide de la **similitude** des triangles, il faut toujours s'assurer que les triangles en question sont bien **semblables**. Si l'énoncé du problème ne le précise pas, il faut absolument démontrer cette similitude.

RAPPEL

Les angles formés par deux parallèles et une sécante

Deux droites parallèles coupées par une **sécante** forment :

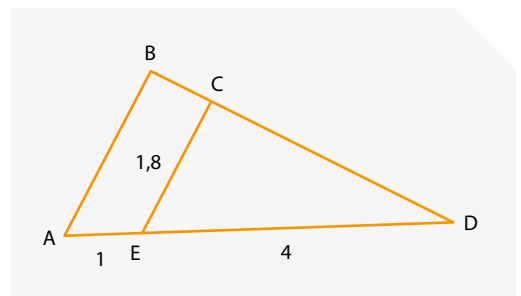
- des **angles alternes-internes** isométriques (les angles 3-6 et 4-5);
- des **angles alternes-externes** isométriques (les angles 1-8 et 2-7);
- des **angles correspondants** isométriques (les angles 1-5, 3-7, 2-6 et 4-8).
- Les angles 1-4, 2-3, 5-8 et 6-7 sont appelés **angles opposés par le sommet**. Deux angles opposés par le sommet sont isométriques.



EXERCICES DE RÉACTIVATION

PAGE 187, NUMÉROS 18 À 22

- 9 Soit le triangle ABD ci-contre. Les côtés AB et EC sont parallèles. Déterminez la longueur du côté AB.



Déterminer des mesures manquantes

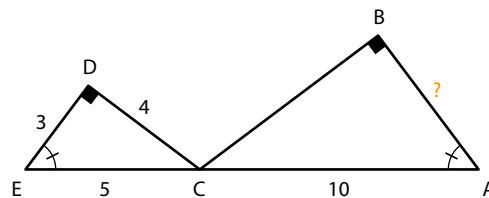
La similitude des triangles permet de déterminer des mesures manquantes de figures géométriques. Cependant, il est important de démontrer d'abord que les triangles sont semblables, à l'aide des conditions minimales, avant de déterminer des mesures en s'appuyant sur la définition de la similitude.

Dans ce cas, la démarche de recherche de mesures manquantes se déroule en trois étapes.

1. Reconnaître les éléments homologues des deux triangles.
2. Montrer que les triangles sont semblables selon une des conditions minimales de similitude.
3. Déterminer la mesure manquante à l'aide de la propriété de la proportionnalité des mesures des côtés homologues.

Exemple :

La figure ci-contre montre deux triangles rectangles. Sachant que les angles A et E sont isométriques, déterminez la mesure du côté AB.



1. En tenant compte de la mesure des angles ou de la longueur des côtés, on peut associer les sommets homologues : A avec E, B avec D et C avec C.
2. Les triangles ABC et EDC sont semblables selon la condition de similitude A-A :

$\angle A \cong \angle E$ par hypothèse ;

$\angle B \cong \angle D$, car ce sont deux angles droits.

3. Les triangles étant semblables, les mesures des côtés homologues sont **proportionnelles**.

$$\text{En particulier, } \frac{m \overline{AB}}{m \overline{ED}} = \frac{m \overline{AC}}{m \overline{EC}}.$$

Soit x la mesure du côté AB.

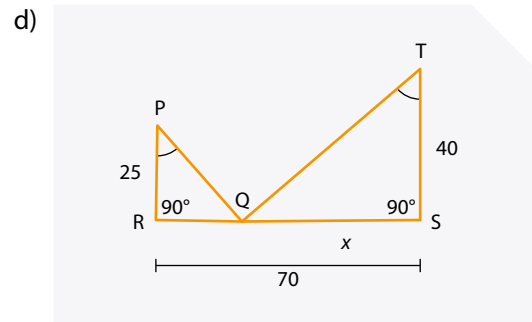
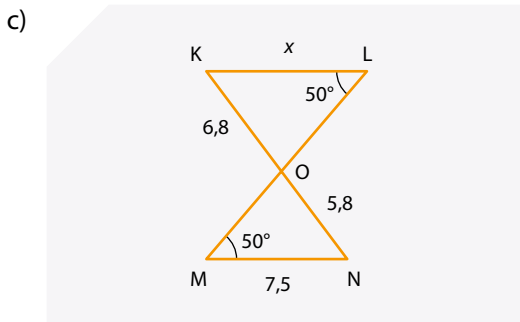
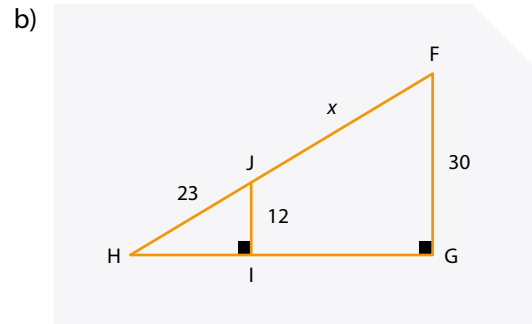
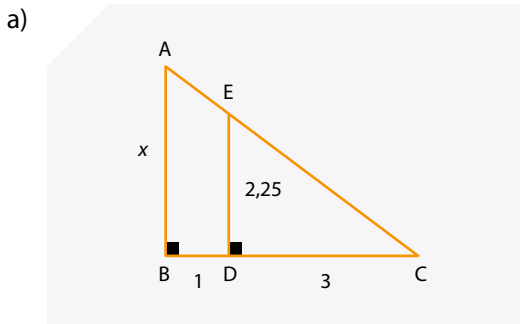
$$\frac{x}{3} = \frac{10}{5}$$

$$x = 6$$

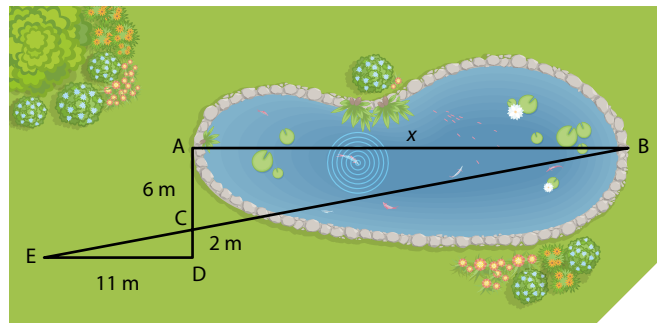
La mesure du côté AB est de 6 unités.

EXERCEZ-VOUS

10 Trouvez la valeur de x dans chaque paire de triangles semblables ci-dessous.



11 Déterminez la longueur x d'un étang représenté par la figure ci-contre.



Vous connaissez maintenant toutes les conditions minimales d'obtention de triangles semblables. Servez-vous de ces conditions pour résoudre la situation-problème 1.2 *La maquette d'un château*.

Vous êtes maintenant en mesure de compléter la résolution de la situation-problème 1.2.

TÂCHE

Vous devez déterminer la longueur de chacune des quatre poutres situées à l'intérieur de la partie supérieure de la charpente.

SITUATION 1.2 LES TRIANGLES SEMBLABLES

La maquette d'un château

Le château de Sully, en France, date de la fin du 14^e siècle. L'un de ses toits en pente abrite une grande salle encore aujourd'hui en excellent état. Chaque année, des milliers de touristes du monde entier viennent visiter ce monument historique.

Les responsables du lieu touristique ont décidé d'exposer dans le hall une maquette de la charpente qui soutient le toit de la grande salle. Une lettre d'architecte mentionne aussi que les poutres (DE et FI) passent au centre des côtés du triangle du haut de triangle ABC.

Pour bien représenter le haut de cette structure, afin de fabriquer la maquette, la lettre mentionne en particulier le besoin de connaître la longueur réelle de chaque morceau la composant.

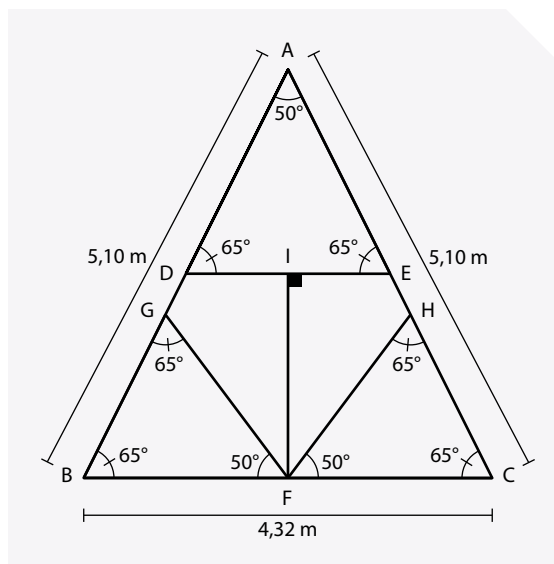
TÂCHE Vous devez déterminer la longueur de chacune des quatre poutres situées à l'intérieur de la partie supérieure de la charpente. Notez que, pour cette tâche, l'épaisseur des poutres est considérée comme négligeable.

22 CHAPITRE 1 - Triangles isométriques et semblables

SITUATION-PROBLÈME DE LA PAGE 22

Rappel de la représentation du problème

La figure ci-contre représente la structure triangulaire de la charpente de la grande salle du château et les mesures trouvées dans l'activité d'exploration.



STRATÉGIE Ajouter des éléments à la figure

En géométrie, il faut parfois ajouter des éléments à la figure donnée (points, segments, etc.) afin de mieux analyser le problème et de traiter efficacement les données. Par exemple, pour déterminer la mesure du segment FI, on s'attend à utiliser des triangles, mais ce segment ne fait partie d'aucun triangle. Il convient alors de prolonger le segment FI jusqu'à A afin de former des triangles AFC et AIE. Ainsi, on peut travailler sur ces triangles.



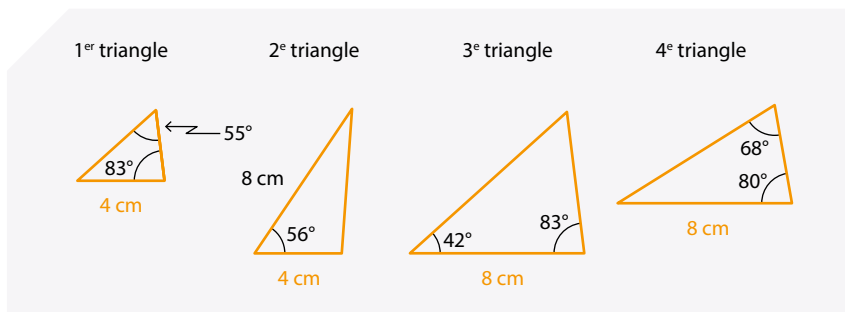
Résolution

A large grid of dots for writing the solution.

Réponse: _____

CONSOLIDATION

1 Parmi les triangles ci-dessous, seuls deux sont semblables. Déterminez lesquels et justifiez votre réponse.



2 Pour chaque paire de triangles ci-dessous, indiquez s'il s'agit nécessairement de triangles semblables. Si oui, indiquez selon quelle condition minimale de similitude.

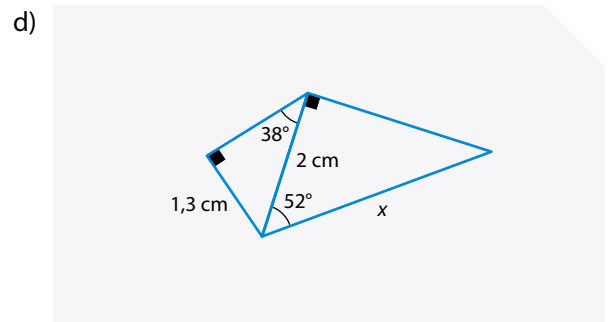
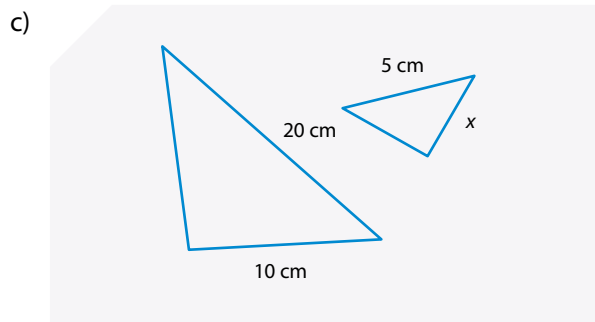
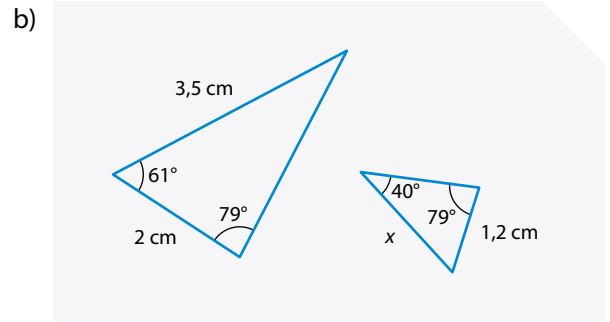
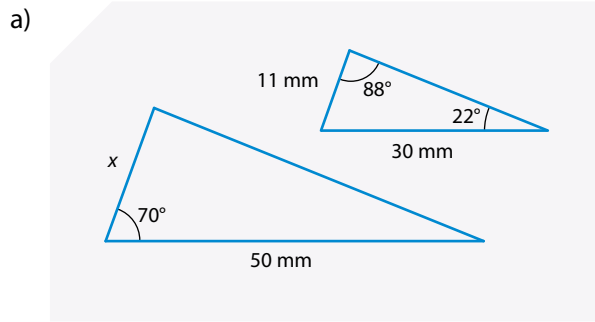
a) Triangle ABC:	$m \overline{AB} = 8,5 \text{ cm}$	$m \overline{BC} = 10 \text{ cm}$	$m \overline{AC} = 12,4 \text{ cm}$
Triangle DEF:	$m \overline{DE} = 25,5 \text{ cm}$	$m \overline{EF} = 30 \text{ cm}$	$m \overline{DF} = 37,2 \text{ cm}$

b) Triangle GHI:	$m \overline{GH} = 18 \text{ cm}$	$m \overline{GI} = 24 \text{ cm}$	$m \angle H = 56^\circ$
Triangle JKL:	$m \overline{JK} = 43,2 \text{ cm}$	$m \overline{JL} = 57,6 \text{ cm}$	$m \angle J = 56^\circ$

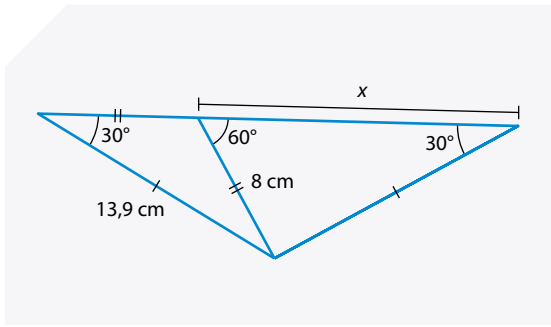
c) Triangle MNO:	$m \angle N = 70^\circ$	$m \angle O = 30^\circ$
Triangle PQR:	$m \angle R = 30^\circ$	$m \angle P = 80^\circ$

d) Triangle STU:	$m \overline{SU} = 20 \text{ cm}$	$m \overline{UT} = 21 \text{ cm}$	$m \overline{ST} = 29 \text{ cm}$
Triangle VWX:	$m \overline{VX} = 40 \text{ cm}$	$m \overline{VW} = 58 \text{ cm}$	$m \angle X = 90^\circ$

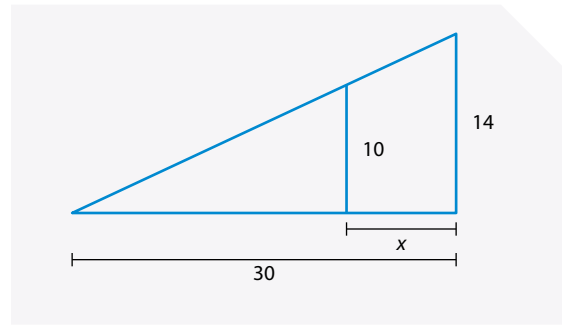
3 Les triangles suivants sont semblables. Déterminez la valeur de x .



e)



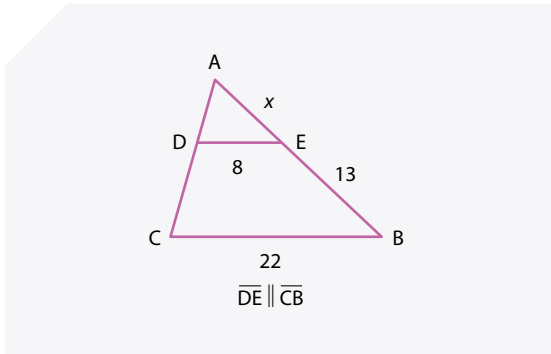
f)



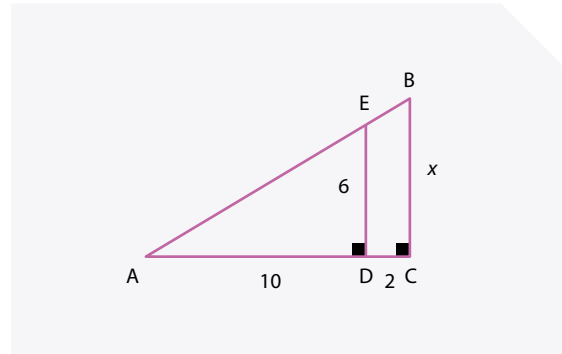
4

Déterminez la valeur de x dans les triangles ci-dessous en ayant au préalable démontré qu'ils sont semblables.

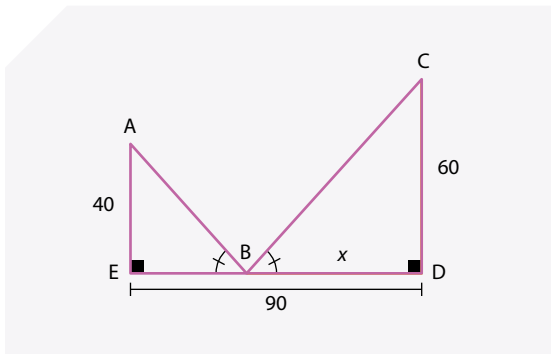
a)



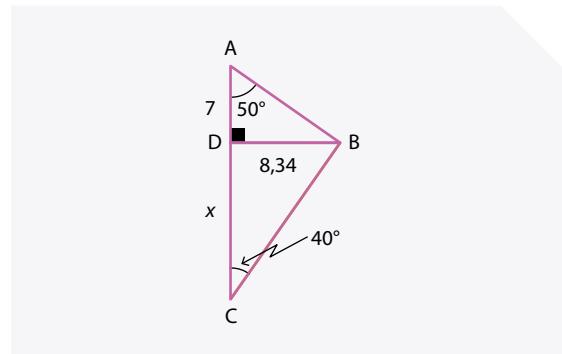
b)



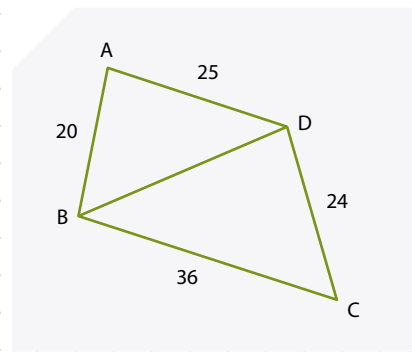
c)



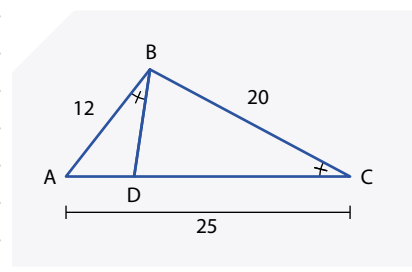
d)



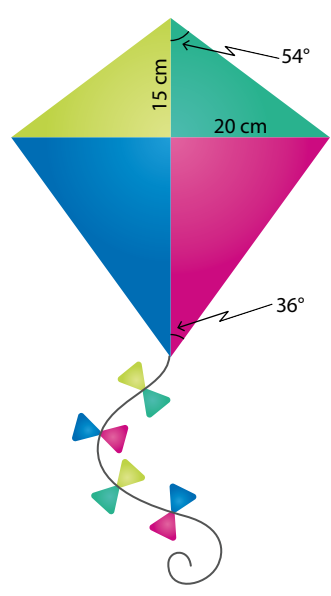
5 On a tracé une diagonale du quadrilatère ABCD. Quelle doit être la mesure de cette diagonale pour que les deux triangles formés soient semblables?



6 Dans le triangle ABC, on a tracé un segment BD de telle sorte que les angles ABD et C sont isométriques. Déterminez la longueur du segment BD. Justifiez chaque étape de votre démarche.

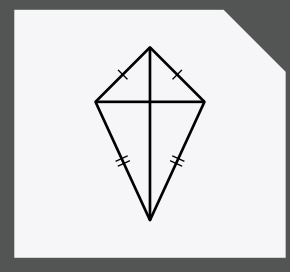


7 Déterminez quelle quantité de tissu est nécessaire pour fabriquer le cerf-volant suivant.



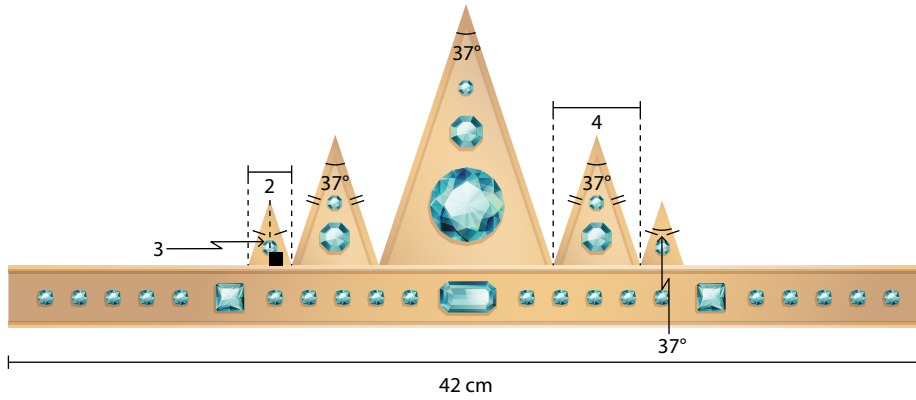
LE SAVIEZ-VOUS?

Un cerf-volant est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de même longueur et des diagonales perpendiculaires.

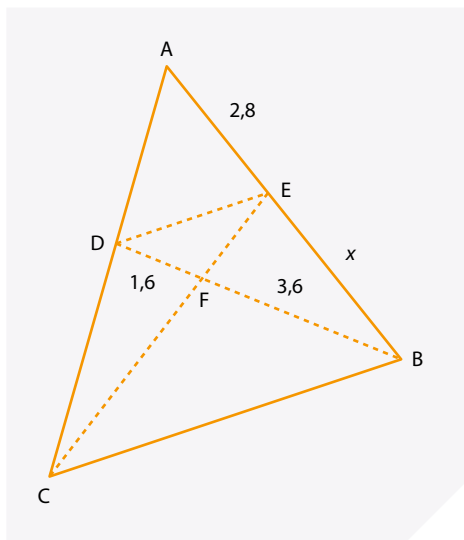


- 8 Le diadème suivant est formé de cinq triangles isocèles et d'un rectangle. Le rectangle a une longueur de 42 cm et les triangles sont répartis sur une longueur de 20 cm. Pour le fabriquer, il faut 246 cm^2 de carton.

Déterminez la hauteur du rectangle.

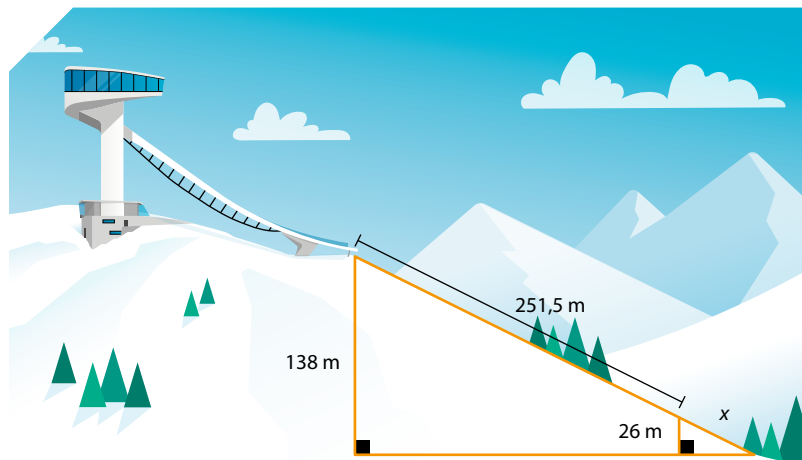


- 9 Dans la figure ci-dessous, le segment DE est parallèle au segment CB. Trouvez la valeur de x .



10 Le saut à ski est une discipline d'hiver dans laquelle les skieurs descendent à environ 100 km/h, du haut d'une rampe, pour effectuer le plus long saut. Le record du monde est détenu par Anders Fannemel, un Norvégien, qui a franchi 251,5 m à la Coupe du monde de 2015.

L'extrémité de la rampe d'où s'é lance Anders est située à 138 m d'altitude. Lorsqu'il atterrit sur la piste, il est à 26 m d'altitude. Pendant combien de mètres le skieur est-il en zone de décélération, soit avant d'atteindre le bas de la piste ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



SAVOIRS EN RÉSUMÉ

Voici un résumé de tous les savoirs **À RETENIR**. Écrivez les informations manquantes.

Les figures isométriques

Deux figures planes sont isométriques s'il existe une ou une suite d'isométries qui permet d'appliquer l'une des figures sur l'autre.

Les conditions minimales d'obtention de triangles isométriques

Pour affirmer que deux triangles sont isométriques, il n'est pas nécessaire de vérifier que tous les côtés et tous les angles homologues de ces triangles sont .

Il suffit de vérifier qu'ils respectent une des trois conditions minimales d'isométrie suivantes.

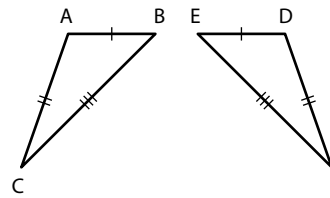
1. La condition minimale d'isométrie Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles ayant tous leurs côtés homologues isométriques sont .

Exemple :

$\triangle ABC \cong \triangle$, selon la condition minimale

.



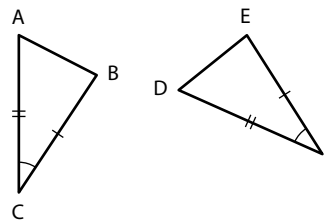
2. La condition minimale d'isométrie Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique entre deux côtés isométriques sont isométriques.

Exemple :

$\triangle ABC \cong$, selon la condition minimale

.



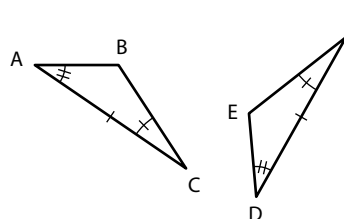
3. La condition minimale d'isométrie Angle-Côté-Angle (A-C-A)

Deux triangles ayant un côté isométrique compris entre deux angles homologues sont isométriques.

Exemple :

$\triangle ABC \cong$, selon la condition

minimale .



Les triangles semblables

Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs angles homologues sont
et les mesures de leurs côtés homologues sont .

Les conditions minimales d'obtention de triangles semblables

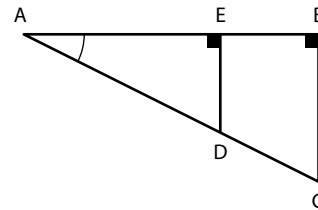
Pour affirmer que deux triangles sont semblables, il suffit de vérifier qu'ils respectent une des trois conditions minimales suivantes.

1. La condition minimale de similitude Angle-Angle (A-A)

Deux triangles ayant deux angles homologues isométriques sont .

Exemple :

$\triangle ABC \sim$, par la condition
minimale .

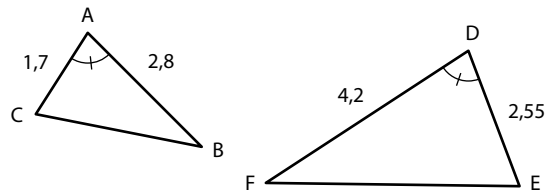


2. La condition minimale de similitude Côté-Angle-Côté (C-A-C)

Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs
 sont semblables.

Exemple :

$\triangle ABC \sim$, par la condition
minimale .

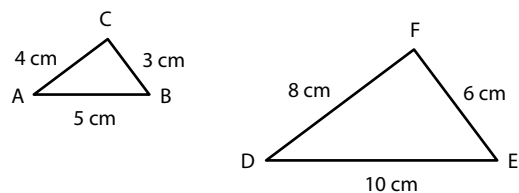


3. La condition minimale de similitude Côté-Côté-Côté (C-C-C)

Deux triangles dont les mesures des côtés sont proportionnelles
sont .

Exemple :

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$, par la condition minimale
.



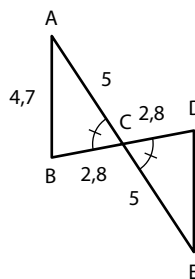
Déterminer des mesures manquantes

À l'aide des conditions minimales d'isométrie

L'isométrie des triangles permet de déterminer des mesures dans des figures géométriques. En effet, par des mesures des angles et des côtés homologues de deux triangles isométriques, on peut déduire les mesures manquantes.

Exemple :

Puisque les triangles ABC et EDC sont isométriques selon la condition minimale d'isométrie , la mesure du côté DE est .



À l'aide des conditions minimales de similitude

La similitude des triangles permet de déterminer des mesures manquantes de figures géométriques. Cependant, il est important de démontrer d'abord que les triangles sont semblables, à l'aide des conditions minimales.

Dans ce cas, la démarche de recherche de mesures manquantes se déroule en trois étapes.

1. Reconnaître les éléments homologues des deux triangles.
2. Montrer que les triangles sont semblables selon une des conditions minimales de similitude.
3. Déterminer la mesure manquante à l'aide de la propriété de la proportionnalité des mesures des côtés homologues.

Exemple :

Trouver la valeur de x .

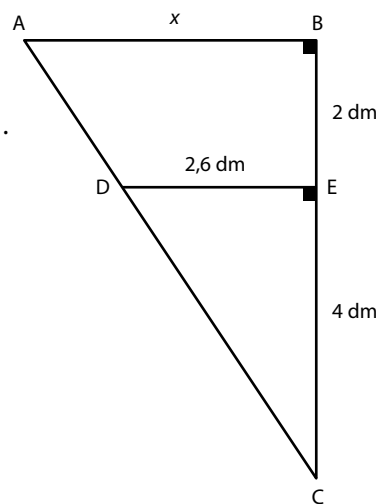
$\triangle ABC \sim \triangle DEC$, selon la condition minimale de similitude .

$$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{DE}} = \square$$

$$\frac{x}{2,6} = \square$$

$$x = \square$$

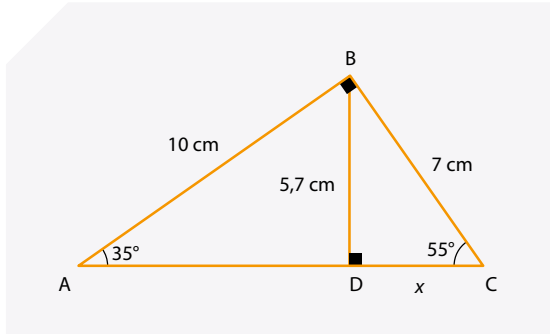
La mesure du côté AB est de 3,9 dm.



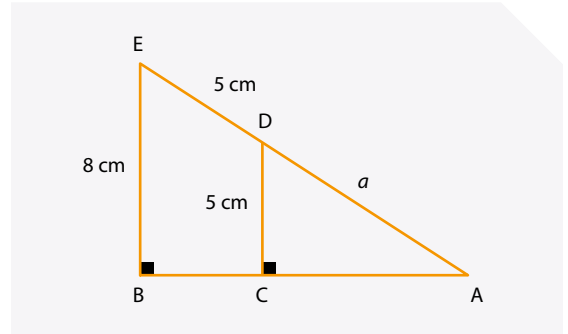
INTÉGRATION

- 1 Pour chaque figure suivante, déterminez la valeur des mesures demandées en ayant démontré au préalable que les triangles sont soit isométriques, soit semblables.

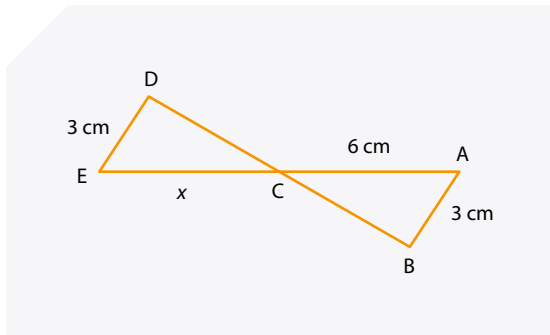
a)



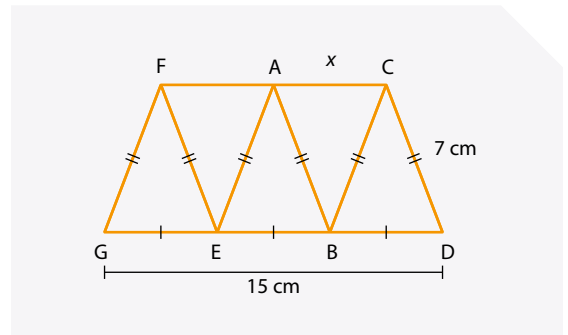
b)



- c) Dans cette figure, les segments AB et DE sont parallèles.



- d) Dans cette figure, FCDG est un trapèze.



- 2 Tracez, dans l'encadré ci-dessous, un triangle isocèle ayant un côté de 5 cm et l'angle opposé à ce côté de 100° .



- a) Si une autre personne construisait un triangle ayant les mêmes caractéristiques, son triangle serait-il nécessairement isométrique au vôtre? Justifiez votre réponse.

- b) La réponse à la question a) serait-elle la même si l'angle opposé au côté de 5 cm mesurait 80° au lieu de 100° ? Justifiez votre réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

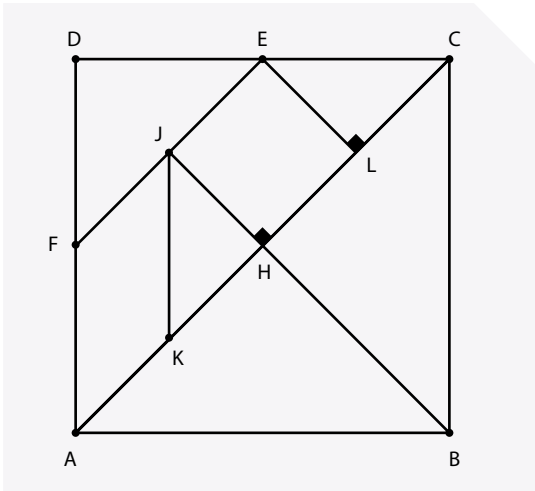
.....

.....

- c) Qu'en serait-il si l'angle opposé au côté de 5 cm mesurait 60° ? Y aurait-il un seul triangle possible ou deux? Justifiez votre réponse.

- 3 Observez le tangram ci-contre.

ABCD est un carré de 4 cm de côté.
 E et F sont les points milieu des côtés DC et DA.
 J est le point milieu de segment EF.
 La diagonale AC est divisée en 4 segments isométriques AK, KH, HL et LC.



- a) Nommez les paires de triangles isométriques présents dans ce tangram et justifiez votre réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

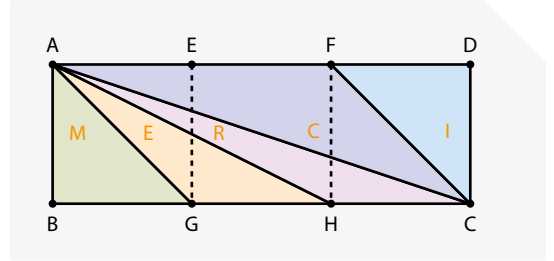
.....

LE SAVIEZ-VOUS?
 Un tangram est un casse-tête chinois de sept pièces. Une fois assemblées, les sept pièces forment un carré.

b) Nommez les triangles semblables et justifiez votre réponse.



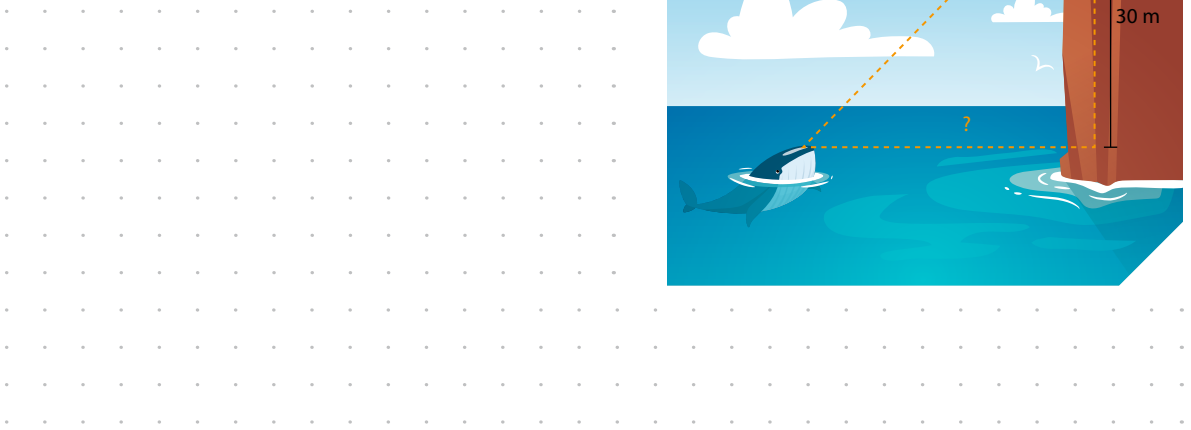
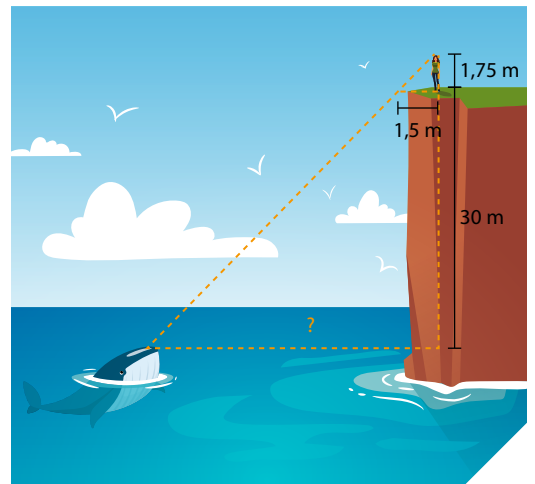
- 4 Des élèves ont fabriqué une banderole rectangulaire multicolore sur laquelle on peut lire « MERCI » et qu'ils ont accrochée à l'entrée de leur classe. La banderole mesure 3 m de longueur et 1 m de largeur. Les points G et H divisent le segment BC en segments isométriques. Il en est de même pour les points E et F qui divisent le segment AD en segments isométriques.



Démontrez que les triangles AGH et AFC sont semblables.



- 5 Une personne observe une baleine du haut d'une falaise, debout sur le sol parallèle à la mer. La personne mesure 1,75 m et se trouve à 1,5 m du bord. Sachant que la falaise mesure 30 m de haut, déterminez la distance entre la baleine et la falaise.

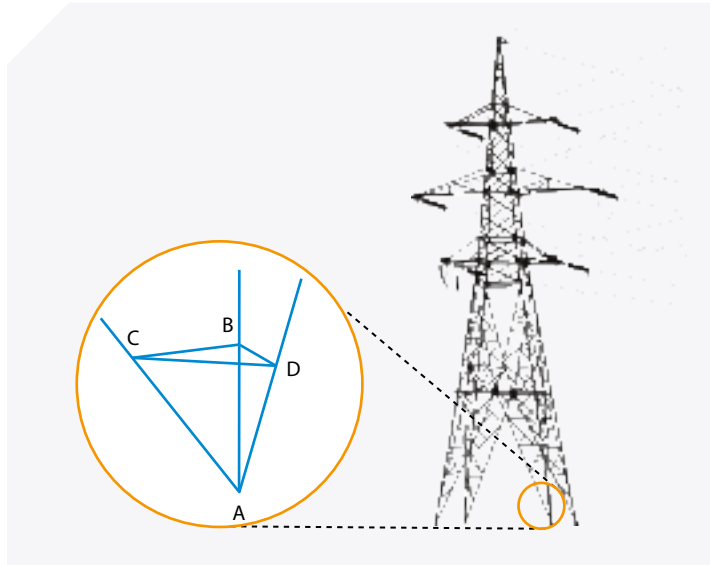


6 La photographie ci-contre montre un pylône électrique. La figure à sa gauche représente de façon simplifiée un pied du pylône, une structure tridimensionnelle.

En réalité, les angles ABC et ABD sont isométriques et mesurent 110° . Les angles CAB et DAB sont isométriques et mesurent 30° . Les tiges BC et BD se trouvent dans le même **plan** horizontal et sont perpendiculaires entre elles.

Déterminez les mesures des angles intérieurs C et D dans le triangle BCD .

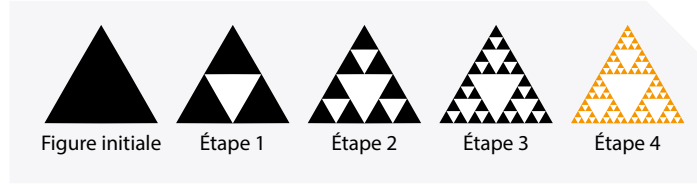
Expliquez les étapes de votre démarche.



7 Selon les mesures indiquées dans l'illustration ci-contre, de combien de centimètres doit-on écarter les deux anneaux de ces ciseaux pour que les pointes de ses lames s'ouvrent de 1 cm ? Justifiez votre réponse.



- 8 Le triangle de Sierpinski, du nom du mathématicien qui a étudié ses propriétés, est une figure fractale construite à l'intérieur d'un triangle équilatéral plein. À la première étape, on enlève le triangle formé par les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle initial. Aux étapes suivantes, on refait la même chose avec chaque triangle restant dans la figure de l'étape précédente.



On obtient le triangle de Sierpinski en répétant le processus une infinité de fois.

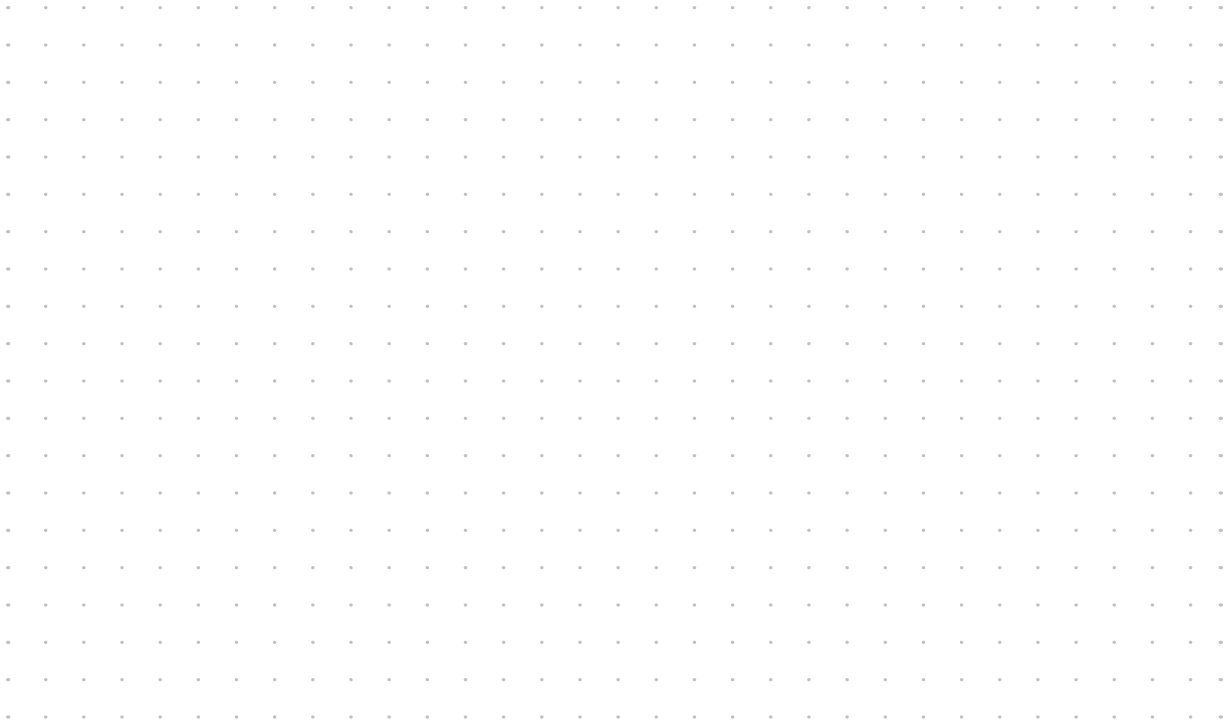
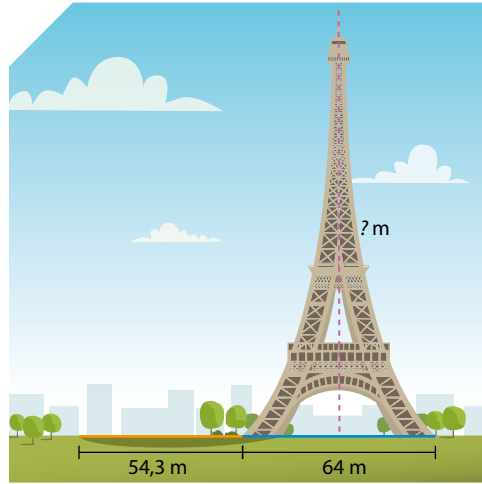
- a) Démontrez que tous les triangles enlevés sont semblables au triangle initial.

Grid for writing the proof for part a).

- b) Si l'aire de la surface noire du triangle initial est de 1 cm^2 , quelle est l'aire totale des surfaces orange dans la figure de l'étape 4 ?

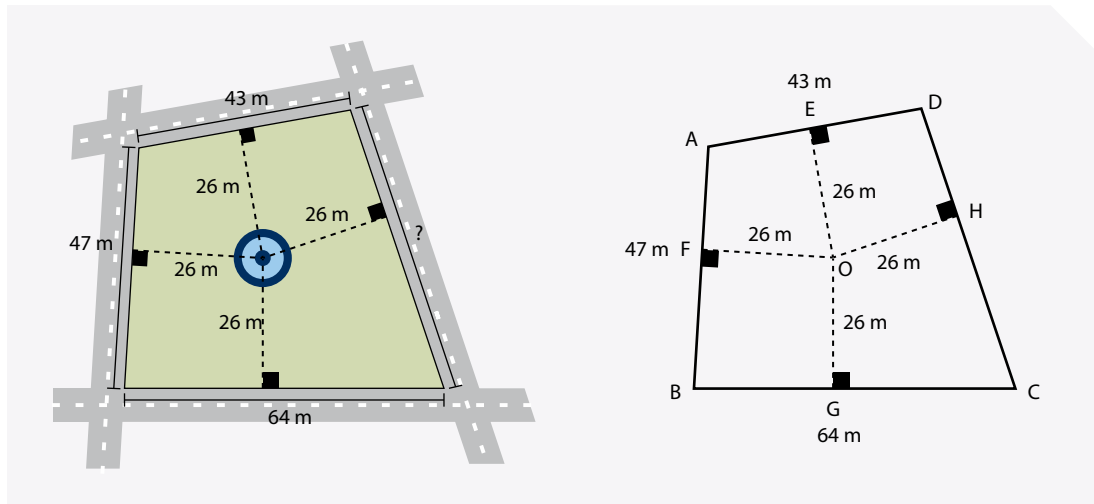
Grid for writing the answer for part b).

- 9 Charlotte et Éric sont en vacances à Las Vegas. Éric se demande quelle est la hauteur de la réplique de la tour Eiffel. Selon Charlotte, on peut le savoir. Elle mesure Éric et son ombre lorsqu'il se tient bien droit. Il mesure 1,95 m et son ombre, 1,02 m. Charlotte mesure ensuite la distance entre les deux pieds de la réplique (64 m) ainsi que la longueur visible de son ombre (54,3 m). Ces mesures sont représentées dans le schéma suivant. Déterminez la hauteur de la réplique de la tour Eiffel au mètre près.

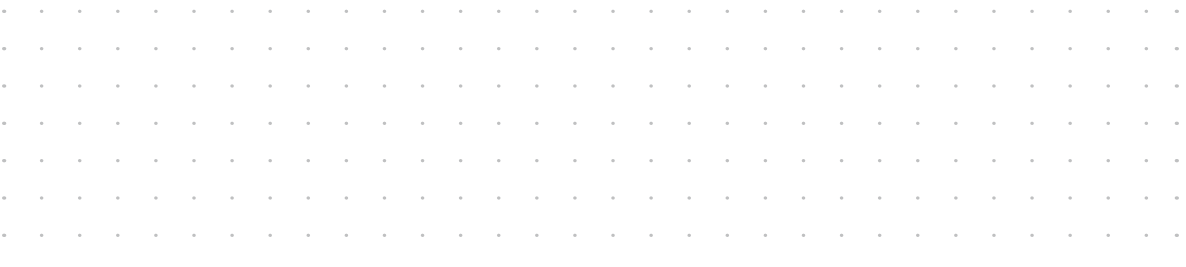


10 Un parc bordé par quatre rues a la forme d'un quadrilatère irrégulier. Au milieu de ce parc se trouve une petite fontaine circulaire dont le centre a la particularité d'être situé à la même distance de chaque rue, soit à exactement 26 m. Dans le but d'effectuer certains travaux d'aménagement, on doit déterminer la longueur des quatre côtés du parc.

Quatre étudiants stagiaires sont chargés de cette tâche, chacun a la responsabilité de mesurer un côté du quadrilatère. Les mesures des trois premiers étudiants sont indiquées dans le schéma ci-dessous. Le quatrième étudiant estime qu'il n'a pas besoin de se déplacer pour mesurer le quatrième côté, car il peut déterminer cette mesure à partir des données désormais disponibles.



a) L'étudiant a modélisé la situation-problème par la figure ci-dessus. Reliez le point O à chacun des sommets du quadrilatère et déterminez les paires de triangles isométriques. Justifiez votre réponse.



b) Démontrez que $m \overline{AB} + m \overline{CD} = m \overline{AD} + m \overline{BC}$.



c) Déduisez, comme l'étudiant, le quatrième côté du parc, soit la mesure du côté CD.



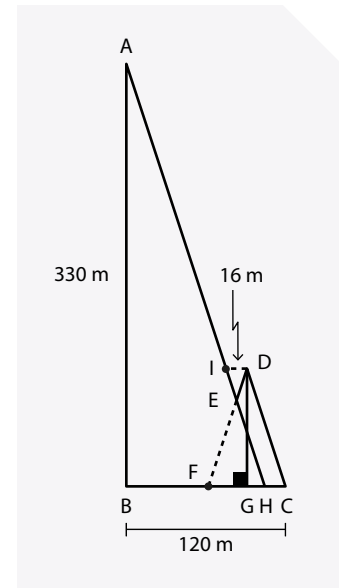
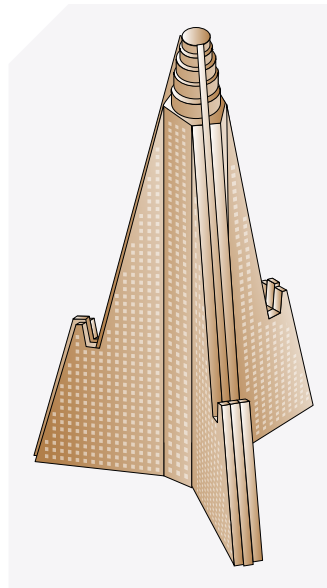


Un hôtel pyramidal

L'hôtel Ryugyong, à Pyongyang en Corée du Nord, se distingue par son architecture originale. L'édifice de 105 étages et dont la hauteur est de 330 m environ, est constitué de trois sections identiques. Chacune des sections s'étend sur 120 m à partir du centre de l'édifice. Le schéma ci-contre représente l'une de ces sections. Dans ce schéma, les segments AE et DC sont parallèles. Le prolongement du segment DE passe par le milieu de BC formant ainsi un triangle isocèle CDF . Enfin, le sommet D est situé à 16 m à droite du segment AE .

On a complété le schéma en traçant la hauteur DG du triangle isocèle CDF et en prolongeant le segment AE jusqu'à ce qu'il coupe le segment BC en H .

Dans le schéma, on a également représenté, sur le segment AE , le point I qui se trouve à la même hauteur que le sommet D .





Résolution

A large grid of dots for writing the solution.

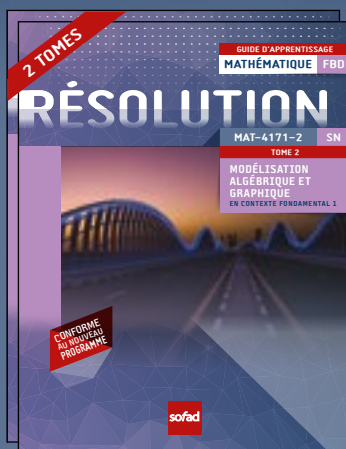
© SOFAD – Reproduction interdite.

Réponse: _____

Évaluation par critère					
Cr. 1.1	A	B	C	D	E
Cr. 1.2	A	B	C	D	E
Cr. 2.1	A	B	C	D	E
Cr. 2.2	A	B	C	D	E
Cr. 2.3	A	B	C	D	E

RÉSOLUTION

La collection **RÉSOLUTION** couvre l'ensemble des cours du programme de formation de base commune et diversifiée, dont les séquences *Culture, société et technique* (CST) et *Sciences naturelles* (SN) de 4^e secondaire.



sofad

RÉSOLUTION propose une démarche d'apprentissage basée sur l'acquisition de tous les savoirs mathématiques prescrits en contexte de résolution de problèmes. La séquence d'apprentissages qui soutient cette approche est la suivante :

PRÉSENTATION D'UNE SITUATION-PROBLÈME

EXPLORATION DU PROBLÈME

APPROPRIATION DES SAVOIRS

RÉSOLUTION DE LA SITUATION-PROBLÈME

CONSOLIDATION DES APPRENTISSAGES

Le questionnement, à la fois inductif et déductif, donne un sens aux savoirs et aux stratégies à acquérir. Les guides d'apprentissage offrent une multitude d'exercices simples et de tâches plus complexes en réponse aux besoins exprimés par les apprenants et les enseignants. Des ressources supplémentaires sont aussi offertes sur le portail Web du cours.

Composantes de la collection **RÉSOLUTION** :

- Guide d'apprentissage : version imprimée et PDF ;
- Guide synthèse d'enseignement (PDF) ;
- Capsules vidéo des situations-problèmes ;
- Activités TIC : GeoGebra, calculatrice à affichage graphique ;
- Activités notées ;
- Corrigés.

ISBN 978-2-89493-659-7

