MAT-5103-1

Probabilités II

sofad

MAT-5103-1

PROBABILITÉS II

Coordonnateur des mathématiques : Jean-Paul Groleau

Rédactrice : Suzie Asselin

Réviseur du contenu : Jean-Paul Groleau

Réviseur pédagogique : Jean-Paul Groleau

Réviseure linguistique : Johanne St-Martin

Édition électronique : P.P.I. inc.

Page couverture : Daniel Rémy

Première édition : 2007

Dépôt légal — 2007

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-2-89493-302-2

TABLE DES MATIÈRES

SOUS-MODULES

PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

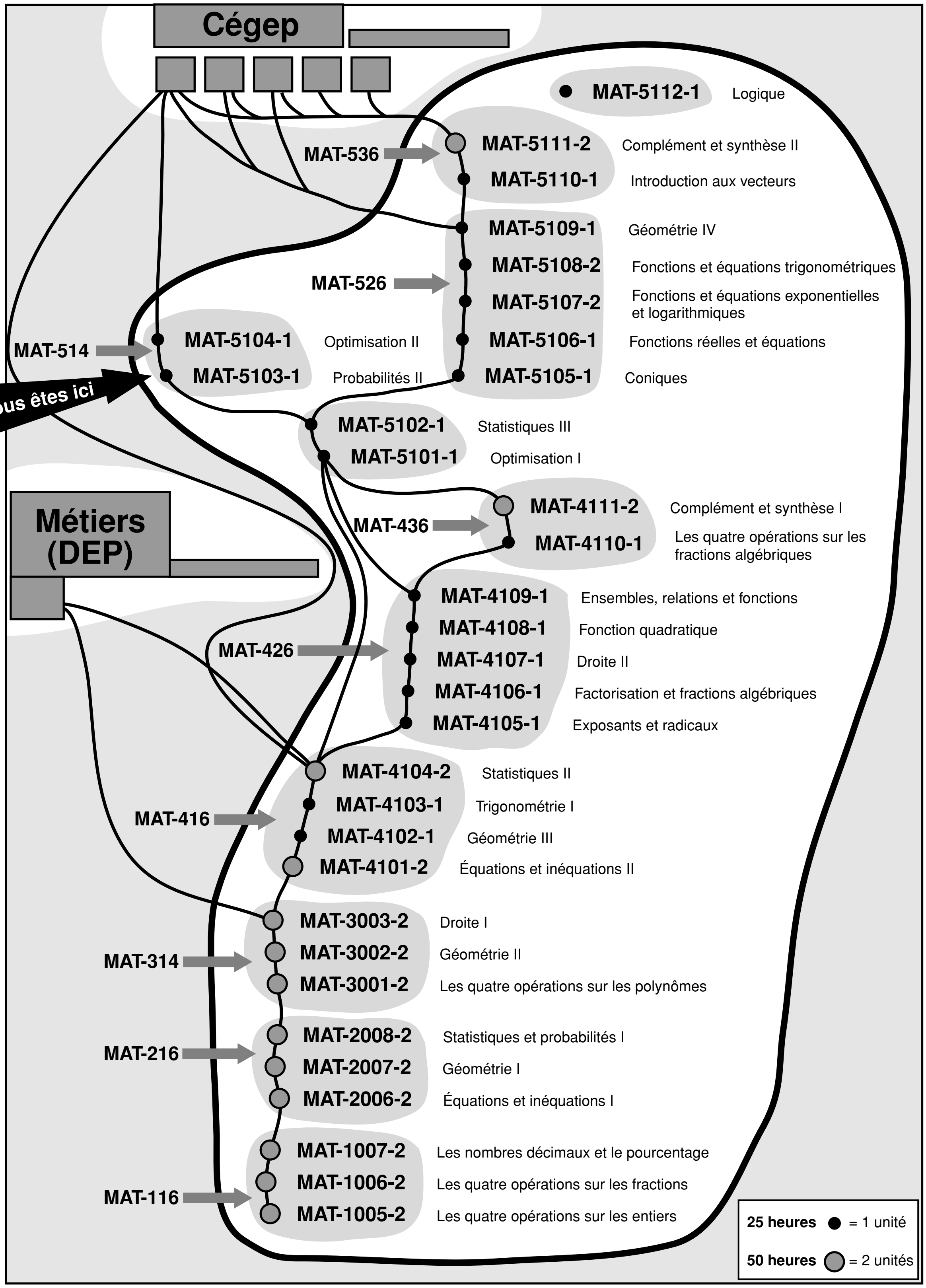
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP) et certains programmes de niveau collégial (cégep) pour la route MAT-4104-2.

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

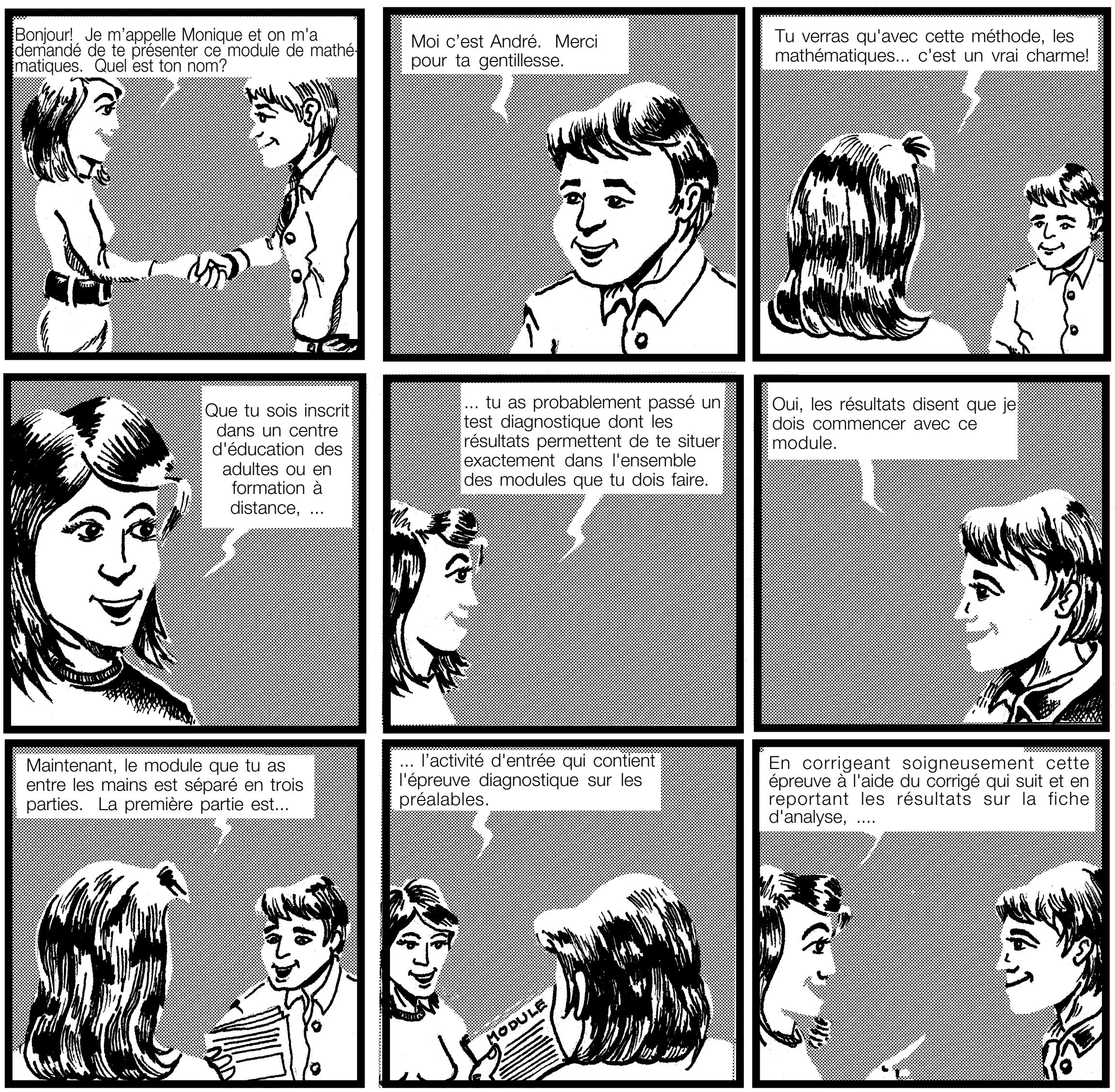
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au niveau collégial (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

S'il s'agit de votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez la section intitulée « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la section intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



COMMENT UTILISER CE GUIDE



DÉPART

La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

ARRIVÉE

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.


Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un « Saviez-vous que...? ».
« Saviez-vous que...? »
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathématiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour « La page des mathophiles » qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

UN PEU PLUS LOIN DANS LE CALCUL DES PROBABILITÉS

Dans le cours de *Statistiques et probabilités I*, nous avons fait un rapide survol des notions de base en théorie des probabilités. Nous avons notamment défini la probabilité comme le rapport du nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles. Dans le cours de *Probabilités II*, nous reviendrons sur ces notions pour les approfondir. Entre autres, nous appliquerons la définition de la probabilité dans un contexte géométrique pour déterminer les chances d'atteindre une zone sur une cible à l'aide de fléchettes. Nous verrons que cette probabilité s'obtient en calculant le rapport de la surface visée sur la surface totale de la cible.

Toujours dans *Statistiques et probabilités I*, nous avons construit des diagrammes en arbre pour représenter les résultats possibles d'une expérience aléatoire. À l'aide de cette représentation, il est facile de déterminer le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles pour calculer la probabilité d'un événement. D'autres modes de représentation, comme la grille et le tableau à double entrée, vous seront présentés dans le cours *Probabilités II*. Le tableau à double entrée est particulièrement utile lorsqu'il s'agit d'évaluer une probabilité conditionnelle, c'est-à-dire la probabilité qu'un événement se manifeste étant donné qu'un autre s'est déjà réalisé.

Le diagramme en arbre, la grille et le tableau à double entrée permettent d'évaluer des probabilités lorsque les résultats de l'expérience sont équiprobables. Quand les résultats ne sont pas équiprobables, ces modes de représentation ne conviennent plus. Nous devons alors construire un arbre de probabilités. En analysant la façon de procéder pour évaluer des probabilités à partir d'un tel arbre, nous formulerons la règle de la multiplication. Cette technique de calcul permet de résoudre des problèmes de probabilité sans passer par une représentation graphique.

Finalement, nous abordons la notion d'espérance mathématique aussi appelée espérance de gain. Cette quantité permet de déterminer le montant d'argent qu'il est probable de perdre ou de gagner en jouant à un jeu de hasard un grand nombre de fois. Ce modèle trouve des applications dans plusieurs domaines. Par exemple, nous y avons recours pour décider des montants à investir dans une campagne publicitaire lors de l'introduction d'un nouveau produit sur le marché. Il permet aussi de calculer le risque que nous prenons en investissant une somme importante pour accroître la capacité de production d'une usine. En fait, la loi de l'offre et de la demande repose sur sur des calculs d'espérance mathématique.

OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-5103-1 comporte 21 objectifs et prévoit une durée d'apprentissage de 25 heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	**Nombre d'heures***	**% (évaluation)**
1 à **6**, 7 et 8	3	15 %
9	2	5 %
10 à **12**	3	10 %
13 à **15**	3	15 %
16 à **18**	5	25 %
19 et **20**	4	20 %
21	4	10 %

* Une heure est réservée à l'évaluation finale.

1. Événement élémentaire

   Calculer la probabilité d'un événement élémentaire dans une expérience aléatoire ne comportant qu'une étape.

2. Différentes façons d'exprimer une probabilité

   Comparer des probabilités exprimées sous des formes différentes.

3. Événement impossible, événement certain et événements complémentaires

   Dans l'univers des cas possibles d'une expérience aléatoire, définir un événement impossible, un événement certain et des événements complémentaires. Donner la probabilité de ces événements.

4. Chances de réalisation

   Dans une expérience aléatoire, déterminer les chances de réalisation (« chances pour » et « chances contre ») d'un événement.

5. Interprétation des chances de réalisation

   Interpréter un résultat exprimé en « chances pour » et en « chances contre ».

6. Probabilité et chances de réalisation

   Pour un événement donné dans un contexte géométrique ou non, distinguer la « probabilité », les « chances pour » et les « chances contre ».

7. Événement dans un contexte géométrique

   Décrire un événement issu d'une expérience aléatoire en contexte géométrique : un ensemble de points choisis au hasard dans des régions géométriques à une ou deux dimensions qui représentent l'univers des résultats possibles.

8. Probabilité dans un contexte géométrique : estimation

   En comparant des longueurs ou des aires dans des figures planes, estimer la probabilité d'un événement dans un contexte géométrique.

9. Probabilité et chances de réalisation dans un contexte géométrique

En comparant des longueurs ou des aires dans des figures planes, calculer la probabilité ou les chances de réalisation d'un événement dans un contexte géométrique.

10. Calcul de probabilités dans un contexte géométrique

Dans un contexte géométrique à deux dimensions, déterminer la probabilité d'un événement en calculant les aires de régions ou de figures, puis en établissant le rapport de ces aires.

11. Justification d'une affirmation

Justifier une affirmation dans la résolution d'un problème.

12. Résolution de problèmes dans un contexte géométrique

Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités ou les chances de réalisation dans un contexte géométrique à deux dimensions.

13. Expériences aléatoires à plusieurs étapes

Représenter une expérience aléatoire composée de plusieurs étapes par un modèle approprié :

- diagramme en arbre ou énumération de tous les cas possibles;
- grille ou tableau à double entrée;
- arbre de probabilités ou modèle d'aire.

14. Règle de la multiplication

Dans une expérience aléatoire composée d'au plus trois étapes et présentée par un texte accompagné ou non d'un modèle approprié, calculer au moyen de la règle de la multiplication :

- le nombre de cas possibles de l'expérience aléatoire;
- le nombre de cas favorables à des événements décrits de manière adéquate;
- la probabilité de ces événements.

15. Événements complémentaires et règle de l'addition

Dans une expérience aléatoire composée d'au plus trois étapes, calculer la probabilité d'un événement ou de son complémentaire en utilisant un modèle approprié, la règle de la multiplication et, s'il y a lieu, la règle de l'addition.

16. Tableau à double entrée

Dans une expérience aléatoire composée de deux étapes et présentée par un texte accompagné d'un tableau à double entrée complet ou incomplet :

- déduire, s'il y a lieu, les données manquantes du tableau;
- calculer la probabilité d'événements au moyen des diverses données du tableau.

17. Calcul de probabilités : tableau à double entrée

Dans le calcul de la probabilité d'événements composés, distinguer les situations pour lesquelles nous devons déterminer la probabilité conditionnelle d'un événement, sachant qu'un autre événement s'est produit. Les situations sont présentées par un texte accompagné d'un tableau à double entrée ou d'un arbre de probabilités.

18. Probabilité conditionnelle

Dans une expérience aléatoire composée de deux étapes, calculer la probabilité conditionnelle d'un événement, sachant qu'un autre événement de cette expérience s'est produit. L'expérience est présentée par un texte accompagné d'un arbre de probabilités ou d'un tableau à double entrée.

19. Espérance mathématique

Calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire afin de déterminer si elle est positive, nulle ou négative et interpréter ce résultat.

20. Jeu équitable

À partir de la description de diverses situations de gains ou de pertes découlant des résultats d'un jeu aléatoire, déterminer si une situation de jeu est équitable ou non et justifier la réponse.

21. Espérance mathématique dans un contexte géométrique

Résoudre des problèmes liés à l'espérance mathématique dans un contexte géométrique ou non.

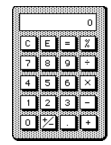
Ce module comporte 21 objectifs. Nous avons regroupé leur étude comme dans le tableau ci-dessous.

Sous-module	Objectif(s)	
1	Événement élémentaire Différentes façons d'exprimer une probabilité Evénement impossible, événement certain et événements complémentaires	1 2 3
2	Chances de réalisation Interprétation des chances de réalisation **Probabilité et chances de réalisation**	4 5 **6**
3	Événement dans un contexte géométrique Probabilité dans un contexte géométrique : estimation **Probabilité et chances de réalisation dans un contexte géométrique**	7 8 **9**
4	Calcul de probabilités dans un contexte géométrique Justification d'une affirmation **Résolution de problèmes dans un contexte géométrique**	10 11 **12**
5	Expériences aléatoires à plusieurs étapes	13
6	Règle de la multiplication **Événements complémentaires et règle de l'addition**	14 **15**
7	Tableau à double entrée Calcul de probabilités : tableau à double entrée **Probabilité conditionnelle**	16 17 **18**
8	Espérance mathématique **Jeu équitable** **Espérance mathématique dans un contexte géométrique**	19 **20** **21**

ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

Consignes

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.



2° L'utilisation de la calculatrice est permise.

3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez pas répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez les réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

1. Quelle est la probabilité de piger un jeton rouge dans un sac qui en contient un rouge, un jaune et un vert?

   ....

2. Si nous achetons 10 des 1 500 billets qui ont été vendus pour un tirage, quelle est notre probabilité de gagner?

   ....

3. Dans une boîte de chocolats, il y a 3 chocolats aux cerises, 5 au caramel, 4 aux noix, 3 à l'orange et 5 à la menthe. Quelle est la probabilité que le premier chocolat choisi au hasard soit un chocolat à la menthe?

   ....

4. Mélissa doit choisir des vêtements pour se présenter en entrevue. Elle a 3 jupes (J1, J2 et J3) et 2 vestons (V1 et V2).

   a) Construisez un diagramme en arbre qui représente toutes les combinaisons « jupe et veston » qu'il est possible de former avec ces vêtements.

b) De combien de façons différentes peut-elle s'habiller?

....

c) Sachant qu'elle choisit ses vêtements au hasard, quelle est la probabilité qu'elle porte le veston V1?

....

....

5. Des appareils électroniques ont été entreposés dans un local où il y a eu un dégât d'eau. Ils sont vendus à rabais car plusieurs d'entre eux sont défectueux.

a) Nous achetons trois appareils différents. Chaque fois, l'appareil a autant de chances d'être intact (I) que défectueux (D). À l'aide d'un diagramme en arbre, représentez toutes les possibilités pour cette série de trois achats.

b) Déterminez à l'aide d'un triplet le résultat qui correspond à « trois objets défectueux ».

....

c) Représentez à l'aide d'un ensemble de triplets l'événement « au moins deux des appareils sont défectueux ».

....

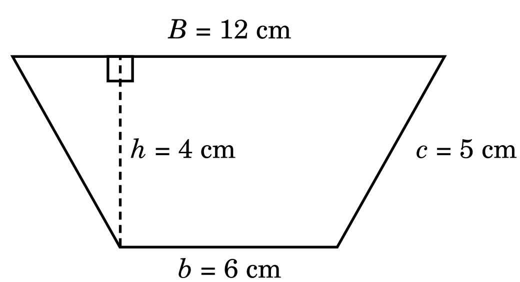
d) Quelle est la probabilité qu'un nombre impair d'appareils soit défectueux?

....

....

6. Déterminez l'aire des figures illustrées.

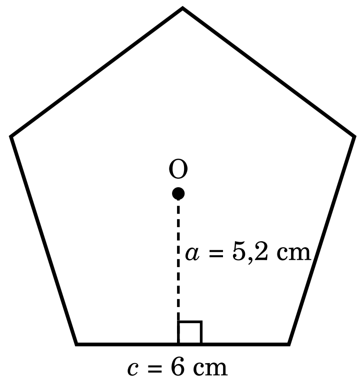
a) Un trapèze isocèle de 4 cm de hauteur dont la grande et la petite base mesurent respectivement 12 cm et 6 cm et dont les côtés latéraux mesurent chacun 5 cm.



....

....

b) Un pentagone régulier de centre O et de 6 cm de côté dont l'apothème mesure 5,2 cm.



....

....

....

7. Évaluez l'aire des figures décrites ci-dessous.

a) Un rectangle dont la base et la hauteur mesurent 6 cm et 8 cm.

....

b) Un disque de 3 cm de diamètre.

....

c) Un triangle dont l'angle compris entre des côtés de 4 cm et 7 cm mesure 30°.

....

....

8. Dites si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux.

   a) Un losange a quatre côtés congrus.

   ....

   b) Les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus.

   ....

   c) La somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à 360°.

   ....

   d) La hauteur relative à n'importe quel côté d'un triangle équilatéral partage celui-ci en deux triangles rectangles congrus.

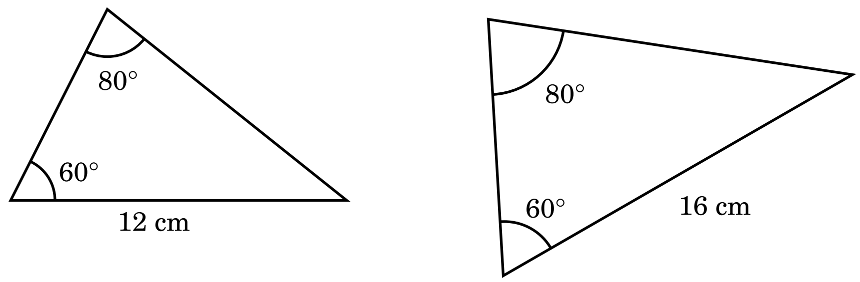
   ....

9. Cochez les propriétés des diagonales qui s'appliquent à chacune des figures planes énumérées dans la colonne de gauche.

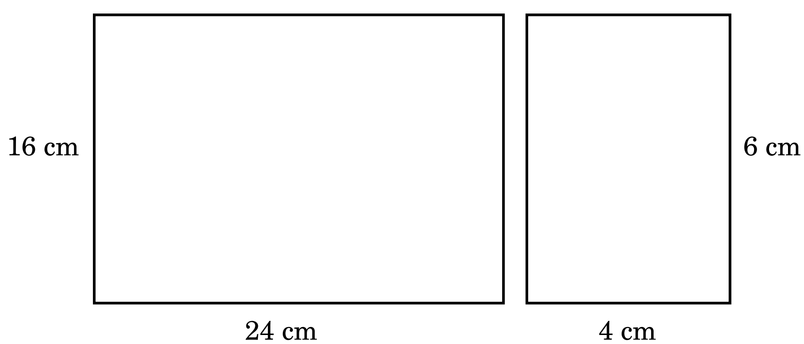
Propriété des diagonales	**Congrues**	**Se coupent à angle droit**	**Se coupent en leur milieu**
a) Carré			
b) Rectangle			
c) Losange			
d) Parallélogramme			

10. Les paires de figures planes représentées ci-dessous sont-elles semblables? Justifiez votre réponse.

a) Deux triangles quelconques dont les mesures de deux angles et d'un côté sont connues.



b) Deux rectangles ayant les dimensions spécifiées sur l'illustration.



11. Deux triangles ont un angle de 45° compris entre des côtés de 2,4 cm et 3,6 cm pour l'un des triangles et des côtés de 6 cm et 9 cm pour l'autre. Montrez que ces figures sont semblables et déterminez la valeur de leur rapport de similitude.

....

....

....

....

....

....

12. Deux parallélogrammes semblables ont des hauteurs de 5 cm et 16,5 cm. Que vaut le rapport de l'aire du grand parallélogramme sur celle du plus petit?

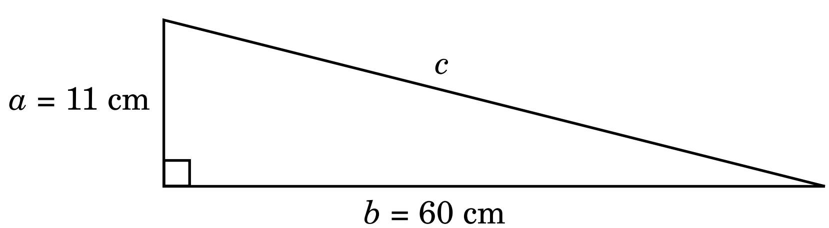
....

....

....

....

13. Déterminez la mesure du côté c dans le triangle rectangle représenté ci-dessous.



....

....

....

....

14. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 17 cm et le plus petit côté mesure 8 cm. Calculez la longueur de son troisième côté.

....

....

....

....

15. Déterminez la longueur de la diagonale d'un rectangle dont la base et la hauteur mesurent respectivement 7 cm et 24 cm.

....

....

....

....

16. Dans un triangle rectangle isocèle, l'un des côtés de l'angle droit mesure 4 cm. Quelle est la mesure de son hypoténuse?

....

....

....

....

....

17. Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure 5 cm. Déduisez-en la mesure de l'autre côté de l'angle droit.

....

....

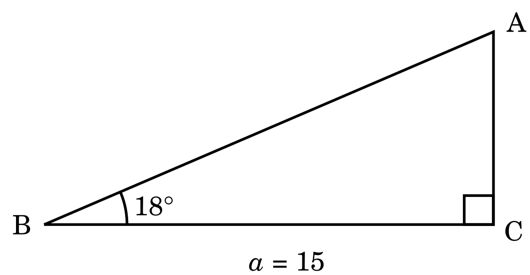
....

....

....

....

18. Déterminez la mesure des côtés b et c dans le triangle rectangle représenté ci-dessous.



....

....

....

....

....

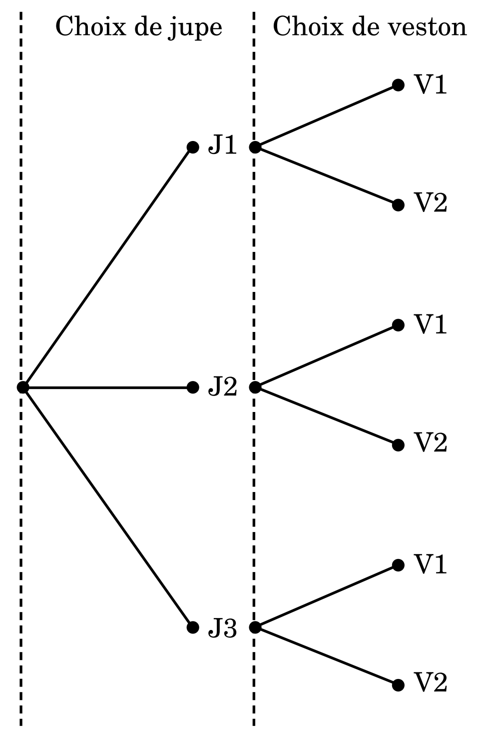
CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1. La probabilité de piger un jeton rouge est $P = \frac{1}{3} = 0{,}333$ ou 33,3 %.

2. La probabilité de gagner est $P = \frac{10}{1\,500} = \frac{1}{150} = 0{,}006\,7$ ou 0,67 %.

3. La boîte contient 20 chocolats dont 5 sont à la menthe. La probabilité de choisir un chocolat à la menthe est $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ ou 25 %.

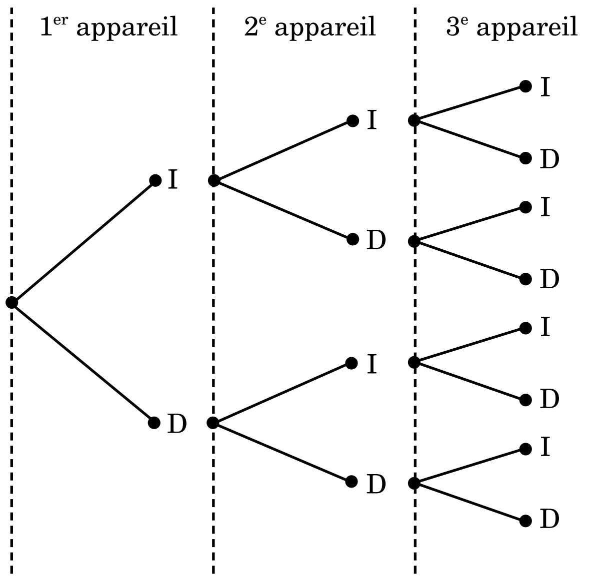
4. a)



b) Elle peut s'habiller de 6 façons différentes.

c) Le veston V1 se retrouve dans 3 des 6 combinaisons « jupe et veston ». La probabilité qu'elle porte ce veston est donc $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ ou 50 %.

5. a)



b) (D, D, D)

c) {(I, D, D), (D, I, D), (D, D, I), (D, D, D)}

d) Parmi les 8 triplets formés à partir du diagramme en arbre, 4 comptent un nombre impair d'appareils défectueux : {(I, I, D), (I, D, I), (D, I, I), (D, D, D)}. La probabilité demandée est donc $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ = 0,5 ou 50 %.

6. a) L'aire du trapèze est donnée par $A = \frac{(B+b)\times h}{2} = \frac{(12\text{ cm} + 6\text{ cm})\times 4\text{ cm}}{2}$ = 36 cm^2.

b) L'aire d'un polygone régulier est donnée par $A = \frac{p \times a}{2}$ où p, le périmètre, est égal à $n \times c$, n correspondant au nombre de côtés du polygone. Ainsi, $A = \frac{n \times c \times a}{2} = \frac{5 \times 6\text{ cm} \times 5{,}2\text{ cm}}{2}$ = 78 cm^2.

7. a) L'aire d'un rectangle est donnée par $A = b \times h$ = 6 cm × 8 cm = 48 cm^2.

b) L'aire du disque est donnée par $A = \pi r^2$ où $r = \frac{D}{2} = \frac{3\text{ cm}}{2}$ = 1,5 cm. Ainsi, $A = \pi \times (1{,}5\text{ cm})^2$ = 7,1 cm^2.

c) L'aire de ce triangle s'obtient grâce à $A = \frac{bc \sin\theta}{2} = \frac{4\text{ cm} \times 7\text{ cm} \times \sin 30°}{2}$ = 7 cm^2.

8. a) Vrai. b) Vrai.

c) Faux, car elle est égale à 180°.

d) Vrai, il s'agit d'une particularité du triangle équilatéral.

9.

Propriété des diagonales	Congrues	Se coupent à angle droit	Se coupent en leur milieu
a) Carré	✓	✓	✓
b) Rectangle	✓		✓
c) Losange		✓	✓
d) Parallélogramme			✓

10. a) Oui. Ces triangles sont semblables puisqu'ils ont deux angles congrus (cas de similitude A-A pour les triangles).

b) Oui, car les angles homologues sont congrus (tous les angles mesurent 90°) et les côtés homologues sont proportionnels.

$$\frac{b_{\text{grand}}}{b_{\text{petit}}} = \frac{h_{\text{grand}}}{h_{\text{petit}}}$$

$$\frac{24 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{16 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$$

$$4 = 4$$

11. Ces deux triangles ont un angle congru compris entre deux côtés a et b proportionnels (cas de similitude P-A-P).

$$\frac{a_{\text{petit}}}{a_{\text{grand}}} = \frac{b_{\text{petit}}}{b_{\text{grand}}}$$

$$\frac{2{,}4 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{3{,}6 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = 0{,}4 \text{ ou } \frac{2}{5}$$

Le rapport de similitude du petit triangle au grand triangle est 0,4 ou $\frac{2}{5}$.

12. Pour des figures semblables, le rapport de n'importe quelle paire de longueurs homologues est égal au rapport de similitude k. Ainsi,

$$k = \frac{h_{\text{grand}}}{h_{\text{petit}}} = \frac{16{,}5\ \text{cm}}{5\ \text{cm}} = 3{,}3$$

Le rapport des aires de deux figures semblables est égal à $k^2 = 3{,}3^2 = 10{,}89$.

13. $c^2 = a^2 + b^2$ (Théorème de Pythagore)
$c^2 = (11\ \text{cm})^2 + (60\ \text{cm})^2 = 3\ 721\ \text{cm}^2$
$c = 61\ \text{cm}$

14. Nous appliquons le théorème de Pythagore avec $a = 8$ cm et $c = 17$ cm.

$b^2 = c^2 - a^2$
$b^2 = (17\ \text{cm})^2 - (8\ \text{cm})^2 = 225\ \text{cm}^2$
$b = 15\ \text{cm}$

15. La diagonale d'un rectangle partage celui-ci en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit correspondent à la base et à la hauteur du rectangle. Nous devons donc appliquer le théorème de Pythagore pour trouver la longueur de cette diagonale.

$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = (7\ \text{cm})^2 + (24\ \text{cm})^2 = 625\ \text{cm}^2$
$c = 25\ \text{cm}$

16. Dans un triangle rectangle isocèle, les deux côtés de l'angle droit sont congrus, alors $a = b = 4$ cm.

$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = (4\ \text{cm})^2 + (4\ \text{cm})^2 = 32\ \text{cm}^2$
$c = 5{,}66\ \text{cm}$

17. Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° vaut la moitié de la mesure de l'hypoténuse. Puisque $a = 5$ cm, nous en déduisons que l'hypoténuse mesure 2×5 cm = 10 cm. En appliquant le théorème de Pythagore, nous obtenons la mesure de b.

$c^2 = a^2 + b^2$
$b^2 = c^2 - a^2$
$b^2 = (10 \text{ cm})^2 - (5 \text{ cm})^2 = 75 \text{ cm}^2$
$b = 8{,}66$ cm

18. Pour résoudre ce problème, nous devons nous servir de la définition des rapports trigonométriques $m\angle B = 18°$ et $a = 15$.

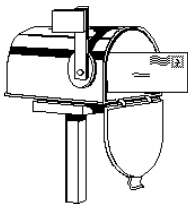
$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow \cos 18° = \frac{15}{c}$ ou $c = \frac{15}{\cos 18°} = 15{,}772$
$\tan B = \frac{b}{a} \Rightarrow \tan 18° = \frac{b}{15}$ ou $b = 15 \tan 18° = 4{,}874$

ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1.			10.1.1		Sous-modules 1 et 2
2.			10.1.1		Sous-modules 1 et 2
3.			10.1.1		Sous-modules 1 et 2
4. a)			10.1.2		Sous-module 5
b)			10.1.2		Sous-module 5
c)			10.1.2		Sous-module 5
5. a)			10.1.2		Sous-module 5
b)			10.1.2		Sous-module 5
c)			10.1.2		Sous-module 5
d)			10.1.2		Sous-module 5
6. a)			10.2.1		Sous-modules 3 et 4
b)			10.2.1		Sous-modules 3 et 4
7. a)			10.2.1		Sous-modules 3 et 4
b)			10.2.1		Sous-modules 3 et 4
c)			10.2.1		Sous-modules 3 et 4
8. a)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
b)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
c)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
d)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
9. a)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
b)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
c)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
d)			10.2.2		Sous-modules 3 et 4
10. a)			10.2.3		Sous-modules 3 et 4
b)			10.2.3		Sous-modules 3 et 4
11.			10.2.3		Sous-modules 3 et 4
12.			10.2.3		Sous-modules 3 et 4
13.			10.2.4		Sous-modules 3 et 4
14.			10.2.4		Sous-modules 3 et 4
15.			10.2.4		Sous-modules 3 et 4
16.			10.2.5		Sous-modules 3 et 4
17.			10.2.5		Sous-modules 3 et 4
18.			10.2.6		Sous-modules 3 et 4

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités proposées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».



SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-5103-1 ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à votre tutrice ou à votre tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

Les devoirs

Le cours MAT-5103-1 comprend **trois** devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à la mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

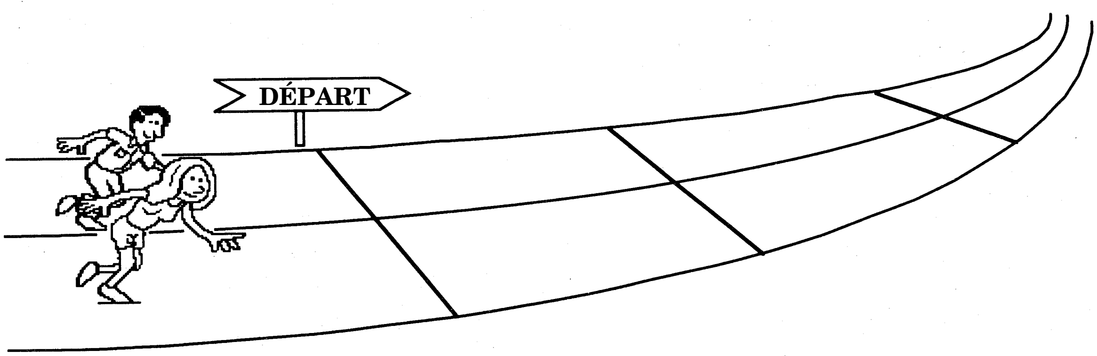
Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, s'il y a lieu.

Dans ce cours

Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 4.
Le devoir 2 porte sur les sous-modules 5 à 8.
Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 8.

ATTESTATION D'ÉTUDES

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.



SOUS-MODULE 1

DÉFINITIONS ET NOTIONS DE BASE SUR LES PROBABILITÉS

1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

Un sac de billes très utile

Une mère éprouve de la difficulté à ne pas céder aux demandes de son jeune enfant. À l'heure du coucher, l'enfant veut que maman lui montre des photos de famille, lui lise une histoire et lui chante une chanson. Voilà qui repousse considérablement l'heure du coucher... Dorénavant, elle exige que son enfant choisisse une seule de ces activités les soirs de semaine. Comme l'enfant met beaucoup de temps à prendre une décision et exprime ensuite de l'insatisfaction à l'égard de son choix, elle a recours à un sac de billes. La couleur de la bille pigée par l'enfant détermine l'unique activité qui précèdera son sommeil. Le sac contient 5 billes : 1 bille bleue pour les photos, 2 billes jaunes pour les histoires et 2 billes rouges pour les chansons. Sauriez-vous évaluer la ***probabilité*** que la première activité de la semaine consiste à feuilleter l'album de photos?

Afin de répondre à cette question, nous devons appliquer la définition mathématique de la probabilité vue en *Statistiques et probabilités I*. Rappelons que cette formule n'est valable que pour des ***expériences aléatoires***, c'est-à-dire des ***expériences*** dont le résultat est strictement l'effet du hasard.

$$P = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Le nombre de cas possibles correspond au nombre de résultats qui peuvent être obtenus lors de la pige. Ce nombre correspond au nombre de billes contenues dans le sac, soit 5 billes. Le nombre de cas favorables correspond au nombre de billes qui satisfont à une condition donnée, ici *piger une bille bleue*. Comme il y a une seule bille bleue, le nombre de cas favorables est 1. La probabilité que la première activité de la semaine soit de feuilleter l'album de photos est donc $P = \frac{1}{5} = 0{,}2$. Cette probabilité peut également s'exprimer sous la forme du pourcentage 20 %, de l'expression 1 chance sur 5 ou encore sous la forme du rapport 1 : 5.

Il est important de distinguer les billes de la même couleur puisqu'elles correspondent à deux ***résultats possibles*** de l'expérience *piger une bille*. Ainsi, nous écrivons que les résultats possibles sont B pour la bille bleue, J_1 pour la première bille jaune, J_2 pour la deuxième bille jaune de même que R_1 et R_2 pour chacune des billes rouges. L'ensemble $U = \{B, J_1, J_2, R_1, R_2\}$ correspond à l'***univers des possibles*** de cette expérience aléatoire.

Plus loin dans ce sous-module, nous verrons des situations illustrant les cas limites ayant une probabilité de 0 ou 1 qui correspondent respectivement à un ***événement impossible*** et à un ***événement certain***. Les ***événements complémentaires*** seront également définis à l'aide de relations ensemblistes. À votre avis, que vaut la somme des probabilités de deux événements complémentaires?

Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de calculer la probabilité d'un *événement élémentaire* dans une expérience aléatoire ne comportant qu'une étape. Vous devrez également être en mesure de comparer des probabilités exprimées sous des formes différentes. Dans l'univers des cas possibles d'une expérience aléatoire, vous devrez définir un événement impossible, un événement certain ainsi que des événements complémentaires et être en mesure de donner la probabilité de ces événements.

L'***événement*** E_1, *piger une bille bleue*, ne correspond qu'au résultat B de l'univers des possibles U. En notation ensembliste, nous écrivons $E_1 = \{B\}$. Quand un seul résultat est associé à un événement, comme dans la situation que nous venons de décrire, nous disons que cet **événement** est **élémentaire**.

rappel

Un événement est l'ensemble de tous les résultats appartenant à l'univers des possibles qui sont favorables à une condition donnée. Un événement constitue un sous-ensemble de l'univers des possibles.

Un événement élémentaire est un sous-ensemble de l'univers des possibles ne comportant qu'un seul résultat. Il est représenté par $\{r\}$.

L'événement E_2, *piger une bille jaune*, correspond aux résultats J_1 et J_2 de l'univers des possibles d'où, $E_2 = \{J_1, J_2\}$. Il ne s'agit donc pas d'un événement élémentaire. Puisque deux résultats sont associés à l'événement E_2, la probabilité qu'une bille jaune soit tirée du sac contenant les 5 billes est de 2 chances sur 5.

Nous supposons maintenant que l'enfant a déjà pigé la bille bleue et les deux billes jaunes pour choisir les activités des trois premiers soirs de la semaine. Ces billes ont été retirées du sac après avoir été pigées (tirage sans remise). Pour le quatrième soir :

? a) quelle est la probabilité de l'événement E_3, *piger une bille rouge*?

....

? b) quelle est la probabilité de l'événement E_4, *piger une bille bleue*?

....

Puisque la bille bleue et les billes jaunes ont été retirées, il ne reste que deux billes dans le sac et celles-ci sont rouges. L'univers des possibles pour cette quatrième pige est donc U = $\{R_1, R_2\}$. Ainsi, la probabilité de l'événement $E_3 = \{R_1, R_2\} = U$ est de 2 chances sur 2, c'est-à-dire 1 ou 100 % des chances. Nous disons qu'il s'agit d'un **événement certain** car tous les cas sont favorables à la pige d'une bille rouge. L'événement $E_4 = \{\ \}$ est un **événement impossible** puisqu'il n'y a pas de bille bleue dans le sac donc aucun cas favorable à la pige d'une bille bleue. La probabilité d'un événement impossible est 0.

Un **événement certain** est un événement dont l'ensemble des cas favorables se confond avec l'univers des possibles. La probabilité qu'un tel événement se réalise est de 1 ou 100 %.

Un **événement impossible** est un événement ne pouvant être associé à aucun des résultats de l'univers des possibles. Il correspond à l'ensemble vide. La probabilité de cet événement est nulle.

La probabilité *P* de tout événement se situe dans l'intervalle [0, 1] et nous écrivons $0 \leq P \leq 1$. La valeur de *P* permet de quantifier la possibilité qu'un événement a de se réaliser. Plus la probabilité est élevée, plus l'événement est probable.

Considérons maintenant la situation où les billes sont remises dans le sac après chaque pige (tirage avec remise). Les événements E_5 et E_6 qui correspondent respectivement à *piger une bille bleue ou jaune* et *piger une bille rouge* sont des sous-ensembles de $U = \{B, J_1, J_2, R_1, R_2\}$. Ils sont décrits par les ensembles de résultats suivants $E_5 = \{B, J_1, J_2\}$ et $E_6 = \{R_1, R_2\}$.

? a) Dans ce contexte, quelle est la probabilité $P(E_6)$ de piger une bille rouge?

....

b) Quelle est la probabilité $P(E_5)$ que la bille pigée soit bleue ou jaune?

....

c) Déterminez la somme des probabilités de ces deux événements.

....

Comme il s'agit d'un tirage avec remise, l'univers des possibles redevient le même après chaque pige. Puisque celui-ci contient cinq éléments, il y a 2 chances sur 5 de piger une bille rouge. Bien qu'ils soient décrits par le même énoncé, *piger une bille rouge*, et qu'ils correspondent au même ensemble de résultats, $\{R_1, R_2\}$, les événements E_3 (situation précédente) et E_6 n'ont pas la même probabilité de se réaliser. La raison en est que l'univers des possibles dans lequel s'effectue la pige n'est pas le même dans les deux situations. Quant à la probabilité de l'événement E_5, elle est de 3 chances sur 5. Par conséquent, la somme des probabilités $P(E_6) + P(E_5)$ est la suivante.

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1 \text{ ou } 100\ \%$$

Nous constatons que les sous-ensembles E_5 et E_6 n'ont **pas de résultat commun**. En notation ensembliste, cela revient à écrire $E_5 \cap E_6 = \{\ \}$. En d'autres termes, cela signifie que les événements E_5 et E_6 ne peuvent pas se réaliser en même temps. De plus, l'**union** de leurs résultats correspond à l'**univers des possibles** : $E_5 \cup E_6 = \{B, J_1, J_2, R_1, R_2\} = U$. Des événements qui possèdent ces deux caractéristiques sont des **événements complémentaires**. Une propriété des événements complémentaires est d'avoir une somme des probabilités égale à 1.

Des **événements** sont **complémentaires** s'ils ne possèdent pas d'élément commun (intersection vide) **et** si l'union de leurs éléments constitue l'univers des possibles.

La somme des probabilités de deux ou plusieurs événements complémentaires est toujours égale à 1.

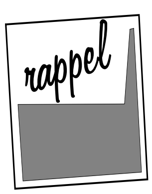
Exemple 1

Considérons l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé.

Fig. 1.1 Dé

a) Quelle est la probabilité de l'événement E *le résultat est un **facteur** de 6*?

....



Un facteur d'un nombre est aussi appelé diviseur de ce nombre.

b) Quelle est la probabilité de l'événement F *le résultat est supérieur à 4*?

....

c) Quelle est la somme des probabilités de ces deux événements?

....

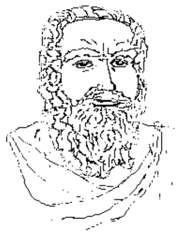
d) Les événements E et F sont-ils complémentaires? Justifiez votre réponse.

....

L'univers des possibles pour le lancer du dé comporte six éléments, soit U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Parmi ces résultats, ceux qui sont des facteurs de 6 sont E = {1, 2, 3, 6}. Ceux qui sont supérieurs à 4 sont F = {5, 6}. La probabilité que l'événement E se réalise est $P_E = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. La probabilité de l'événement F est $P_F = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Par conséquent, nous savons que $P_E + P_F = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$. Attention! Le fait que cette somme soit égale à 1 ne nous autorise pas à tirer la conclusion que les événements E et F sont complémentaires! Afin de le déterminer, nous devons nous en remettre aux opérations ensemblistes.

N.B. – Lorsque nous choisissons d'exprimer une probabilité sous forme de fraction, il est d'usage de réduire celle-ci à sa plus simple expression. Les probabilités exprimées sous la forme d'un nombre décimal seront arrondies au millième près.

Nous constatons que l'intersection de ces deux ensembles n'est pas vide : $E \cap F = \{6\}$. Comme les événements n'ont pas cette caractéristique, nous pouvons immédiatement affirmer qu'il ne s'agit pas d'événements complémentaires. Nous serions arrivés à la même conclusion en considérant l'union de ces deux ensembles puisque $E \cup F = \{1, 2, 3, 5, 6\} \neq U$. En résumé, il suffit qu'une seule de ces deux caractéristiques ne soit pas vérifiée pour conclure que des événements ne sont pas complémentaires. **Le fait que des événements soient complémentaires implique que la somme de leurs probabilités vaut 1 mais l'inverse n'est pas vrai.** C'est ce que nous venons de constater dans cet exemple.



Saviez-vous que...

... il existe une explication scientifique au phénomène des objets de métal qui se tordent à distance?

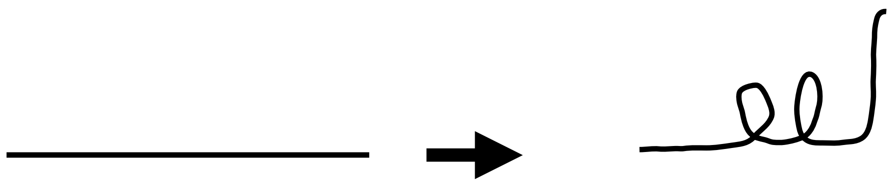
Fig. 1.2 Cuillères tordues

N'importe qui pourrait s'improviser magicien ou médium et faire le numéro suivant. Vous montrez un fil de métal bien droit à un auditoire et vous prétendez pouvoir le faire tordre à distance par l'action de votre pensée. Afin de permettre à tous de bien voir ce qui va se produire, vous placez le fil de métal sur le plateau d'un rétroprojecteur allumé. Après un court laps de temps, le fil se contorsionne sans que vous ne vous en soyez approché! L'auditoire restera pantois... à moins qu'il ne s'agisse d'un groupe de spécialistes qui connaissent les « alliages à mémoire de forme ».

Ces alliages ont l'étonnante propriété de recouvrer, lorsque nous les réchauffons, une forme que nous leur avons fait mémoriser. Pour réaliser cette démonstration, nous devons d'abord tordre le fil pendant que l'alliage se trouve à une température élevée (FIGURE 2). En diminuant la température, le matériau devient flexible et nous pouvons lui donner la forme que nous voulons. Nous pouvons alors l'étirer pour lui donner l'allure d'un fil parfaitement rectiligne (FIGURE 1). En le plaçant sous la lumière du rétroprojecteur, le fil garde cette nouvelle forme jusqu'à ce que le matériau atteigne la température à laquelle il reprend la forme mémorisée.

FIGURE 1

FIGURE 2



Forme donnée à basse température

Forme mémorisée à haute température

Fig. 1.3 Illustration de la mémorisation d'une forme

Le fait de savoir qu'il existe des matériaux qui ont cette propriété permet de garder un esprit critique lorsqu'il est question de pouvoirs paranormaux qui déforment le métal à distance. La première vérification à effectuer ne serait-elle pas de tenter de chauffer l'objet pour éliminer la possibilité qu'il s'agisse d'un phénomène lié à la mémoire de forme?

Nous pouvons distinguer trois types de probabilité : ***probabilité théorique***, ***probabilité expérimentale*** et ***probabilité subjective***. Le nom que nous leur donnons dépend de la technique utilisée pour en faire l'évaluation. Les paragraphes qui suivent en font une brève description et fournissent quelques exemples pour les illustrer.

La probabilité d'obtenir un résultat particulier en jouant à pile ou face, en lançant des dés, en pigeant dans un sac de billes ou dans un jeu de cartes s'évalue par un raisonnement mathématique. Ce type de probabilité, largement exploité en contexte d'apprentissage, est qualifié de **probabilité théorique**. Pour être en mesure d'évaluer une probabilité théorique, l'ensemble des résultats possibles doit être connu d'avance et l'obtention d'un résultat particulier doit être strictement l'effet du hasard. Ces situations sont souvent faciles à analyser comme vous pourrez le constater tout au long de ce module.

Dans les situations très complexes où de nombreux paramètres sont à prendre en considération, il n'est pas toujours possible de faire le calcul de la probabilité théorique. Par exemple, quand il est question d'évaluer la probabilité qu'un réfrigérateur offert en magasin soit défectueux, nous nous rabattons plutôt sur les statistiques obtenues lors du contrôle de la qualité en usine. Le pourcentage des appareils défectueux correspond alors à une **probabilité expérimentale**. De façon générale, nous disons que la probabilité expérimentale qu'un résultat particulier se manifeste s'obtient en répétant une expérience un grand nombre de fois et en établissant le rapport $\dfrac{\text{nombre de fois que le résultat a été obtenu}}{\text{nombre de fois que l'expérience a été répétée}}$. Plus le nombre de répétitions est grand, plus la probabilité expérimentale se rapproche de la probabilité théorique ou réelle.

Exemple 2

Un sondage a été réalisé dans une ville. Sur un échantillon de 3 140 personnes aptes au travail, 2 921 occupent un emploi.

a) Si nous choisissons un individu au hasard dans cette ville, quelle est la probabilité qu'il soit chômeur?

....

b) Dans un groupe de 120 personnes choisies au hasard dans cette ville, quelle prédiction pouvons-nous formuler au sujet du nombre de personnes qui occupent un emploi?

....

Il s'agit d'abord d'évaluer la probabilité expérimentale donnée par le rapport $P = \dfrac{\text{nombre de chômeurs}}{\text{nombre d'individus interrogés}} = \dfrac{3\,140 - 2\,921}{3\,140} = \dfrac{219}{3\,140} = 0{,}0697 = 6{,}97\ \%$. Si la fraction de la population au chômage est évaluée à 6,97 %, il y a donc 93,03 % de la population qui occupe un emploi. Nous pouvons donc formuler la prédiction que $0{,}9303 \times 120 \approx 112$ personnes occupent un emploi dans ce groupe.

Nous devons nous rappeler que les probabilités ne sont pas des certitudes mais permettent plutôt de formuler des prédictions en s'appuyant sur des déductions logiques (probabilités théoriques) ou sur le comportement moyen observé à la suite d'un grand nombre de répétitions de l'expérience (probabilités expérimentales).

Enfin, si la probabilité ne peut pas être déterminée par un raisonnement mathématique et si l'expérience ne peut pas être répétée un grand nombre de fois, nous devons nous satisfaire d'une **probabilité subjective**. Celle-ci ne repose pas sur des bases scientifiques comme les précédentes et peut varier selon le jugement de la personne qui en fait l'évaluation. Par exemple, la probabilité qu'une inondation modifie vos projets de vacances est subjective puisqu'elle ne peut être déterminée ni par un raisonnement mathématique, ni de façon expérimentale. Le nombre de projets de vacances que nous pouvons faire tout au long d'une vie correspond à un nombre de répétitions trop faible de l'expérience pour en tirer un pourcentage significatif. De plus, le choix de la destination et de la saison a également une incidence sur les risques d'une inondation.

1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Déterminez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux en cochant (✓) la case appropriée.

	Vrai	Faux
a) La somme des probabilités de deux événements complémentaires est nécessairement égale à 1.	☐	☐
b) Lors d'une pige avec remise, la probabilité de voir sortir un résultat particulier change en fonction du nombre de piges effectuées.	☐	☐
c) Dans une expérience aléatoire, tous les résultats ont la même probabilité de sortir.	☐	☐
d) Un événement élémentaire est un événement dont la probabilité de réalisation est 1.	☐	☐
e) En notation ensembliste, un événement correspond à un sous-ensemble formé par les résultats de U favorables à la réalisation de cet événement.	☐	☐

2. Pour se donner plus de chances de gagner à pile ou face, un mauvais joueur s'est procuré une fausse pièce de monnaie. Celle-ci est mal équilibrée et a une probabilité de $\frac{5}{7}$ de tomber sur face.

   a) Quelle est la probabilité de perdre avec cette pièce si nous choisissons face? Justifiez votre réponse.

   ....

....

....

b) Le lancer de cette pièce de monnaie truquée est-elle une expérience aléatoire? Justifiez votre réponse.

....

....

....

3. Des collègues d'un cours de probabilité ont évalué leurs chances de gagner à un tirage. Chacun a exprimé sa probabilité sous une forme différente. Placez ces étudiants par ordre décroissant de leur probabilité de gagner le tirage en vous référant aux renseignements fournis dans le tableau qui suit.

Identification des participants	**Probabilité de remporter le tirage**
Étudiant A	2 chances sur 7
Étudiant B	30 %
Étudiant C	Rapport de 9 : 32
Étudiant D	0,315
Étudiant E	$\frac{5}{17}$

....

....

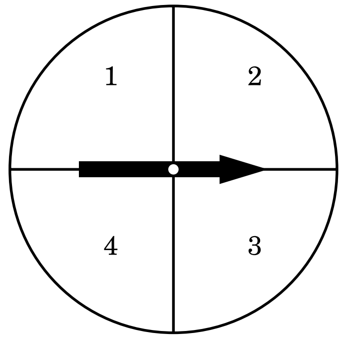
....

....

....

....

4. Nous faisons tourner l'aiguille d'une roulette ayant quatre secteurs identiques.



a) En identifiant chacun des secteurs par le chiffre qu'il contient, donnez en extension l'univers des possibles U de l'expérience aléatoire qui consiste à faire tourner l'aiguille.

....

b) Décrivez en extension l'événement E *obtenir un résultat pair*.

....

c) Cet événement est-il un événement élémentaire? Justifiez brièvement votre réponse.

....

d) Quelle est la probabilité de l'événement *obtenir un résultat pair*?

....

5. Au jeu de tong (jeu indien), deux joueurs montrent simultanément un, deux ou trois doigts de leur main gauche. Les spectateurs doivent miser sur le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs. Afin de pouvoir répondre aux questions qui suivent, nous avons construit une grille dans laquelle sont énumérés tous les résultats possibles de l'expérience *les deux joueurs montrent chacun 1, 2 ou 3 doigts*. Dans chaque couple, la première composante correspond au nombre de doigts montrés par le premier joueur et la deuxième, au nombre de doigts montrés par le deuxième joueur.

Joueur 2 / **Joueur 1**	**1**	**2**	**3**
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)

a) Quelle est la probabilité que le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs soit un nombre pair?

....

b) Quelle est la probabilité que le nombre total de doigts soit impair?

....

c) Décrivez les événements E_p *le nombre total de doigts est pair* et E_i *le nombre total de doigts est impair* en extension.

....

....

d) Ces événements sont-ils complémentaires? Justifiez votre réponse.

....

....

....

6. Déterminez si les probabilités suivantes correspondent à des probabilités théoriques, expérimentales ou subjectives.

   a) La probabilité qu'il y ait plus d'une salle de bain dans une maison choisie au hasard dans une ville.

   ....

   b) La probabilité qu'un couple ait conçu 4 enfants du même sexe.

   ....

   c) La probabilité que votre mère vous offre un chaton gris pour votre anniversaire.

   ....

   d) La probabilité que le prochain poisson pêché soit une truite dans un lac où le pourcentage de chacune des espèces de poisson est connu.

   ....

   e) La probabilité que le code d'un nouvel employé soit le 447 si chaque code est constitué de 3 chiffres qui peuvent être répétés.

   ....

7. Sachant que 456 individus sur les 970 qui ont été interrogés ont un animal de compagnie, quelle est la probabilité qu'un individu choisi au hasard dans ce groupe ait un animal de compagnie?

   ....

   ....

8. Si nous lançons deux pièces de monnaie, il y a 1 chance sur 4 pour que celles-ci tombent toutes deux du côté face. Si nous répétons cette expérience 80 fois de suite, combien de fois devons-nous nous attendre à voir sortir ce résultat?

....

....

1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

1. Dans chacun des espaces laissés en blanc, inscrivez le terme « favorables » ou « possibles ».

   a) Définition de la probabilité : $\dfrac{\text{nombre cas}\ \rule{5cm}{0.4pt}}{\text{nombre de cas}}$.

   b) L'univers des .... est l'ensemble de tous les résultats ....

   c) Un événement est un ensemble de résultats .... à une condition donnée.

2. Chacun des énoncés ci-dessous a recours à la notation ensembliste. Dans les espaces laissés en blanc, choisissez le symbole qui convient le mieux parmi $\{\ \}$, U, $\{r\}$, $\cup$, r et $\cap$. Chaque symbole peut être utilisé plus d'une fois.

   a) L'univers des possibles est représenté par l'ensemble ....

   b) Un événement certain est représenté par l'ensemble ....

   c) Un événement impossible est représenté par l'ensemble ....

   d) Un événement élémentaire est représenté par .... Le résultat qui vérifie la condition décrite par cet événement est ....

   e) Deux événements E et F sont complémentaires s'ils vérifient les conditions ensemblistes suivantes : E .... F = ... et E .... F = ...

3. Complétez les phrases suivantes en inscrivant 0 ou 1 dans les espaces laissés en blanc.

   a) La probabilité d'un événement certain vaut ....

   b) La probabilité d'un événement impossible est égale à ....

   c) La probabilité de tout événement est une fraction comprise entre .... et ....

   d) La somme des probabilités d'événements complémentaires est égale à ....

4. Associez chacune des définitions suivantes à l'expression qui lui correspond : probabilité théorique, probabilité expérimentale ou probabilité subjective.

   a) Probabilité déterminée suite à de nombreuses répétitions de la même expérience.

   ....

   b) Probabilité ne pouvant pas être obtenue par un raisonnement mathématique et qui est influencée par des jugements personnels puisque l'expérience ne peut pas être répétée un grand nombre de fois.

   ....

   c) Probabilité qui s'évalue à l'aide d'un raisonnement mathématique.

   ....

5. Exprimez de différentes façons la probabilité d’obtenir pile en lançant une pièce équilibrée en complétant les espaces laissés en blanc.

- Par la fraction ....
- Par le rapport .... : ....
- Par le nombre décimal ....
- Par l’expression .... chance sur ....
- Par le pourcentage ....

1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

Gare aux déductions hâtives!

Considérons le lancer d'un dé à 6 faces. Si nous décrivons en extension les événements E *le résultat est un facteur (diviseur) de 12* et F *le résultat est impair*, nous obtenons les ensembles suivants.

E = {1, 2, 3, 4, 6} et F = {1, 3, 5}.

Puisque $E \cup F = U$, la somme des probabilités de ces deux événements devrait être 1 ou 100 %. Quand nous évaluons la probabilité de chacun de ces événements, nous trouvons ce qui suit.

$$P_E = \frac{5}{6} = 0{,}8333 \text{ et } P_F = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

La somme de ces probabilités vaut 0,833 + 0,5 = 1,333 et non 1 comme nous l'avions supposé! Quelle erreur avons-nous commise?

....

....

....

....

....

....