MAT-4111-2

COMPLÉMENT ET SYNTHÈSE I

sofad

MAT-4111-2

COMPLÉMENT ET SYNTHÈSE I

sofad

Coordonnateur des mathématiques : Jean-Paul Groleau

Rédactrice : Nadine Martin

Réviseurs du contenu : Jean-Paul Groleau
Louise Allard

Réviseur pédagogique : Jean-Paul Groleau

Réviseure linguistique : Johanne St-Martin

Édition électronique : P.P.I. inc.

Page couverture : Daniel Rémy

Première impression : 2006

Dépôt légal — 2006

Bibliothèque nationale du Québec

Bibliothèque nationale du Canada

ISBN 978-2-89493-277-3

TABLE DES MATIÈRES

SOUS-MODULES

PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

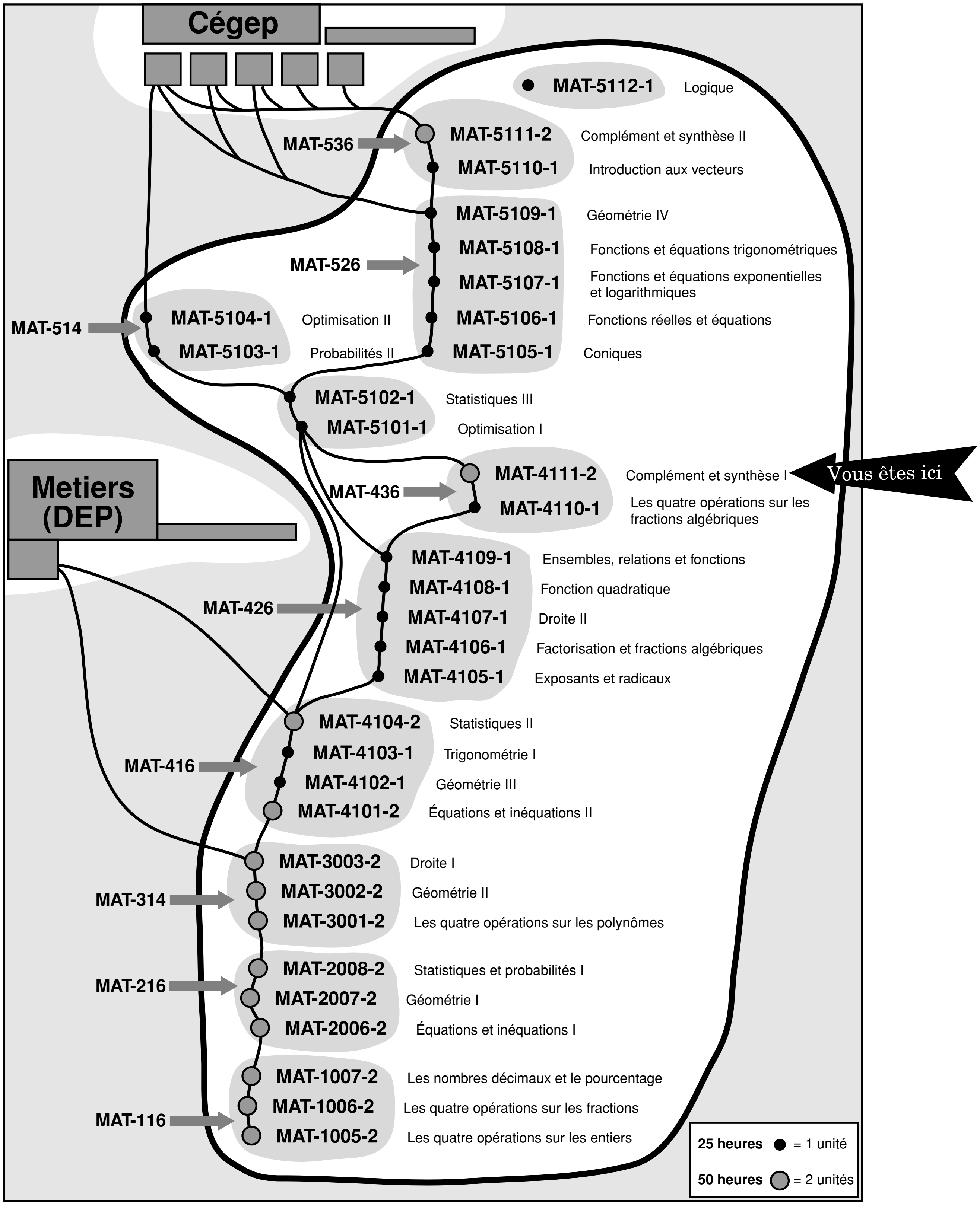
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

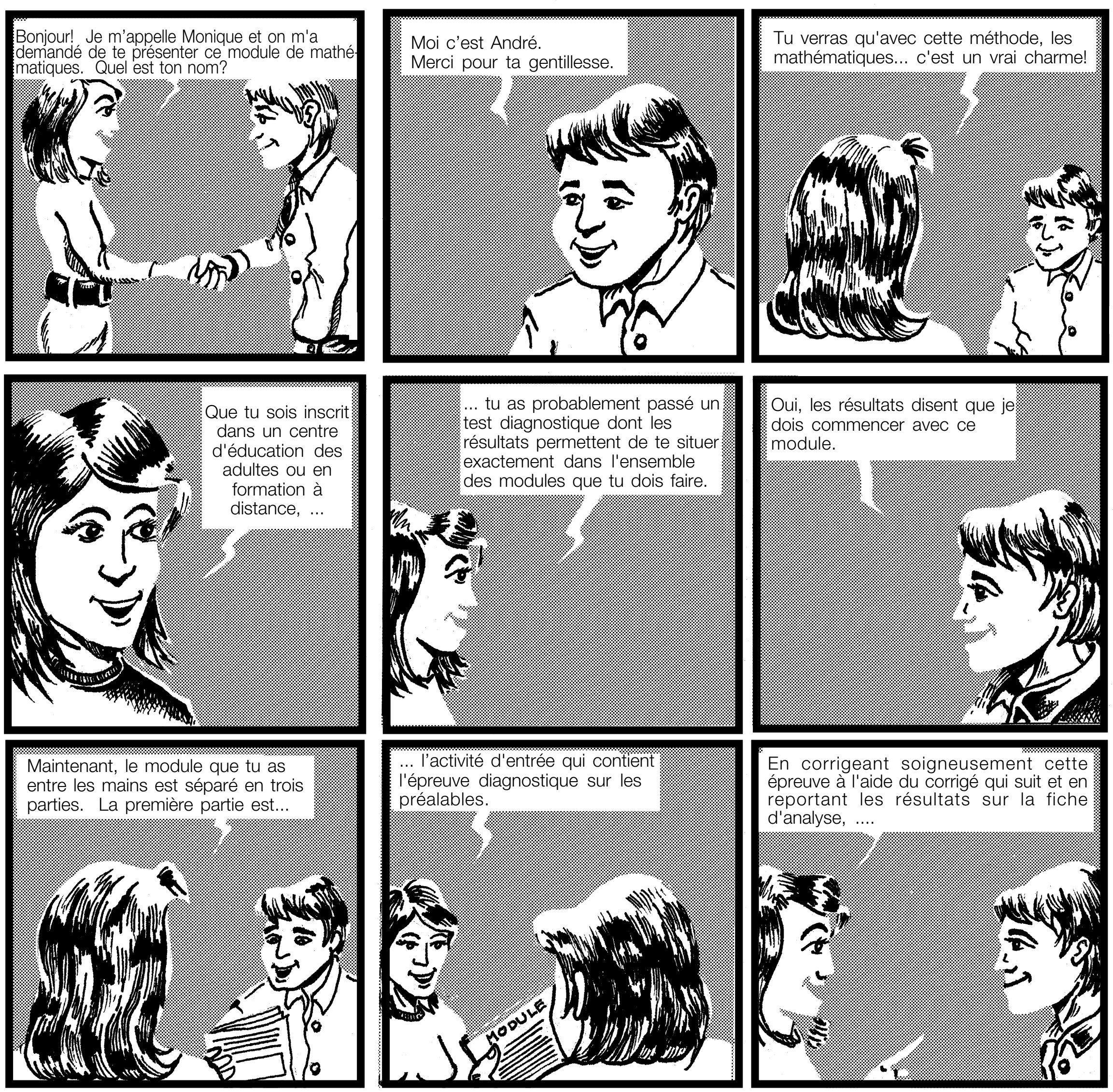
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au collège (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

Si c'est votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la partie intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



COMMENT UTILISER CE GUIDE?



La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.


Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un « Saviez-vous que...? ».
« Saviez-vous que...? »
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathématiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour « La page des mathophiles » qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

ANALYSE ET SYNTHÈSE DE CONCEPTS

Que ce soit pour un agriculteur qui veut calculer la longueur de la clôture dont il a besoin pour entourer son jardin ou pour un technicien de laboratoire qui veut utiliser des solides équivalents, ce sont dans les deux cas des problèmes qui peuvent se résoudre en appliquant un raisonnement déductif. Il en est de même pour un simple chasseur qui veut savoir à quel moment il peut atteindre un canard en vol.

Ce module poursuit l'étude des notions de quatrième secondaire et insiste sur la notion d'analyse et de synthèse. Vous apprendrez à résoudre un système d'équations à deux variables qui comprend une équation de degré 0 ou 1 et une équation de degré 2 en commençant par traduire une situation en un système d'équations et ensuite à résoudre ce système soit avec la méthode de comparaison, de substitution ou à l'aide d'un graphique. Ensuite, vous apprendrez à reconnaître la représentation graphique du résultat d'une opération sur les fonctions à l'aide de ses caractéristiques. Ces fonctions seront décrites sous diverses formes (équation, graphique ou table de valeurs). Puis, il faudra appliquer des notions de la géométrie analytique dans un contexte de géométrie en justifiant les étapes de votre raisonnement. Et enfin, vous devrez résoudre des problèmes relatifs à l'isométrie, à la similitude et à l'équivalence en justifiant aussi les étapes de votre raisonnement.

L'emploi de la calculatrice graphique est recommandée et favorise la synthèse de ce module.

OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-4111-2 comporte 25 objectifs et prévoit une durée d'apprentissage de 50 heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	Nombres d'heures*	% (évaluation)
1, 2 et **3**	3	5 %
4 et **5**	4	10 %
6 et 7	3	5 %
8 et 9	3	5 %
10 et **11**	5	10 %
12	2	5 %
13	5	10 %
14, 15 et 16	3	5 %
17	4	10 %
18 et 19	5	10 %
20	2	5 %
21	2	5 %
22	2	5 %
23, **24** et **25**	5	10 %

* Deux heures sont réservées à l'évaluation finale.

1. Résolution graphique d'un système d'équations

   Résoudre graphiquement un système de deux équations à deux variables, dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2.

2. Détermination du nombre de solutions

   Selon le type de graphique correspondant à un système de deux équations à deux variables, dont l'un est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2, déterminer le nombre de solutions de ce système : aucune solution (courbes disjointes), une solution (courbes tangentes) ou deux solutions (courbes sécantes).

3. **Résolution algébrique d'un système d'équations**

   Par comparaison ou substitution, résoudre algébriquement un système de deux équations à deux variables, dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2.

4. Traduction d'une situation par un système d'équations à deux variables

   Traduire une situation par un système de deux équations à deux variables, dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2.

5. **Résolution de problèmes à l'aide d'un système à deux variables**

   Résoudre des problèmes qui se traduisent à l'aide d'un système de deux équations à deux variables, dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2.

6. Somme, différence ou produit de fonctions polynomiales

   Deux fonctions polynomiales de degré inférieur à 3 étant décrites sous des formes diverses (équation, graphique, table de valeurs), calculer la somme, la différence ou le produit de ces fonctions, sous une ou plusieurs des formes mentionnées.

7. Description de certaines caractéristiques des graphiques

   Décrire certaines caractéristiques des graphiques représentant la somme, la différence ou le produit de deux fonctions polynomiales de degré inférieur à 3.

8. **Représentation graphique d'opérations sur des fonctions polynomiales**

   À partir des graphiques ou des équations de deux fonctions polynomiales de degré inférieur à 3, représenter graphiquement la somme, la différence ou le produit de ces fonctions. Le résultat doit être de degré inférieur à 3. Les équations peuvent être paramétriques et les graphiques peuvent être muets.

9. Reconnaissance de points importants

   Reconnaître dans les fonctions de départ certains points importants (sommet, zéros, etc.) à considérer pour effectuer une opération.

10. Résolution de problèmes faisant appel à des notions de géométrie analytique

    Calculer la distance entre un point et une droite à l'aide d'une démarche algébrique structurée ou à l'aide de la formule appropriée.

11. Détermination des mesures d'un polygone

Étant donné un polygone dont nous connaissons les coordonnées des sommets ou les équations des côtés, déterminer :

- **les mesures d'un ou plusieurs côtés;**
- **l'équation d'une ou plusieurs hauteurs;**
- **le périmètre ou l'aire.**

12. Détermination de l'équation de droites remarquables

Étant donné les coordonnées des sommets d'un triangle ou d'un quadrilatère, déterminer l'équation de droites remarquables (hauteurs, médianes, médiatrices).

13. Démonstration de l'appartenance d'une figure à une catégorie particulière

Étant donné les coordonnées des sommets d'un triangle ou d'un quadrilatère, démontrer l'appartenance de cette figure à une catégorie particulière à l'aide de ses caractéristiques et en faisant appel à des notions de géométrie analytique.

14. Détermination des étapes d'une démonstration

Déterminer les étapes importantes d'une démonstration, soit :

- déterminer les données et formuler les hypothèses;
- rechercher la conclusion qu'il faut démontrer;
- structurer un raisonnement déductif par étapes;
- justifier chaque étape de la démonstration.

15. Démonstration d'énoncés à l'aide de la géométrie analytique

    Démontrer des énoncés simples à l'aide de la géométrie analytique.

16. Complément d'une démonstration

    Compléter une démonstration dans laquelle certaines étapes ou justifications sont manquantes.

17. Caractérisation des figures isométriques ou semblables

    À l'aide des propriétés des transformations géométriques (translation, rotation, réflexion, symétrie glissée, homothétie), caractériser des figures isométriques ou semblables (angles homologues congrus, côtés et segments homologues congrus ou proportionnels).

18. Détermination des caractéristiques des figures planes et solides

    Déterminer les caractéristiques des figures planes et solides isométriques ou semblables : mesures des côtés et angles homologues, périmètres, aires, volumes, mesures de tous les segments homologues (hauteurs, médianes, etc.).

19. Reconnaissance de figures planes équivalentes

    Reconnaître des figures planes équivalentes comme des figures ayant la même aire.

20. Reconnaissance de solides équivalents

    Reconnaître des solides équivalents comme des solides ayant le même volume.

21. Déduction de mesures ou de rapports manquants

Dans des figures isométriques, semblables ou équivalentes, pour lesquelles certaines mesures ou rapports sont donnés, déduire des mesures ou des rapports manquants. Les figures présentées peuvent être des figures planes ou des solides.

22. Énonciation des conditions minimales

Énoncer les conditions minimales entraînant l'isométrie ou la similitude de deux triangles.

23. Démontration d'énoncés en géométrie

Démontrer des énoncés de géométrie portant sur des figures planes.

24. Complément d'une démonstration à l'aide de concepts d'isométrie ou de similitude

Compléter une démonstration nécessitant l'application des concepts d'isométrie et de similitude, dans laquelle certaines étapes ou justifications sont manquantes.

25. Résolution de problèmes relatifs à l'isométrie, à la similitude ou à l'équivalence

Résoudre des problèmes nécessitant l'application des concepts d'isométrie, de similitude ou d'équivalence en appliquant une démarche rigoureuse illustrant un raisonnement déductif.

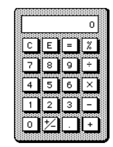
Ce module comporte 25 objectifs. Nous avons regroupé leur étude comme dans le tableau ci-dessous.

Sous-module	**Objectif(s)**	
1	Résolution graphique d'un système d'équations Détermination du nombre de solutions	1 2
2	**Résolution algébrique d'un système d'équations**	3
3	Traduction d'une situation par un système d'équations à deux variables **Résolution de problèmes à l'aide d'un système à deux variables**	4 5
4	Somme, différence ou produit de fonctions polynomiales	6
5	Description de certaines caractéristiques des graphiques **Réprésentation graphique d'opérations sur des fonctions polynomiales** Reconnaissance de points importants	7 8 9
6	Résolution de problèmes faisant appel à des notions de géométrie analytique	10
7	**Détermination des mesures d'un polygone**	11
8	**Détermination de l'équation de droites remarquables**	12
9	**Détermination de l'appartenance d'une figure à une catégorie particulière** Détermination des étapes d'une démonstration Démonstration d'énoncés à l'aide de la géométrie analytique Complément d'une démonstration	13 14 15 16
10	Caractérisation des figures isométriques ou semblables Détermination des caractéristiques des figures planes et solides	17 18
11	Reconnaissance de figures planes équivalentes Reconnaissance de solides équivalents	19 20
12	Déduction de mesures ou de rapports manquants	21
13	Énonciation des conditions minimales **Démonstration d'énoncés en géométrie** Complément d'une démonstration à l'aide de concepts d'isométrie ou de similitude	23 23 24
14	**Résolution de problèmes relatifs à l'isométrie, à la similitude ou à l'équivalence**	25

ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

Consignes

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.



2° L'utilisation de la calculatrice est permise.

3° Ayez en main une règle graduée en centimètres et en millimètres.

4° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

5° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

6° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez les réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

7° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

8° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

9° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

10° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

1. Résolvez les équations ci-dessous.

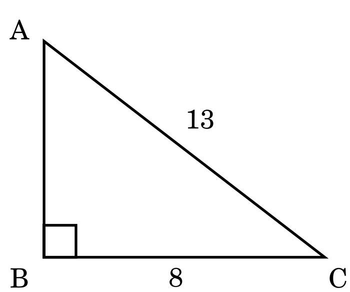
a) $4(x-2)+3=2x-1$

b) $5-(y+3)=3y+2$

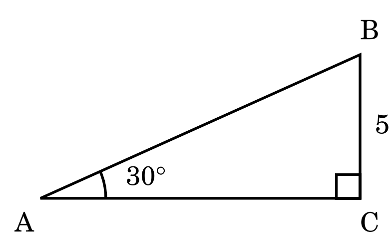
c) $\dfrac{3x-1}{2}=\dfrac{2x+5}{7}$

2. Calculez la longueur du segment AB?

a)



b)

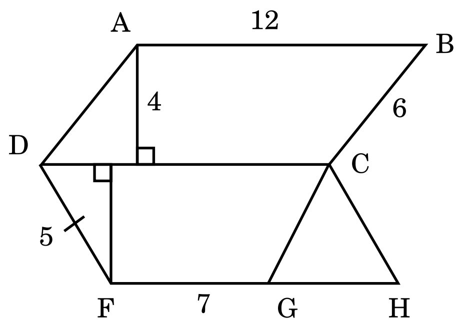


....

....

....

3. Calculez l'aire et le périmètre de la figure ci-bas.



- ABCD est un parallégramme.
- DCGF est un trapèze isocèle.
- CGH est un triangle équilatéral.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

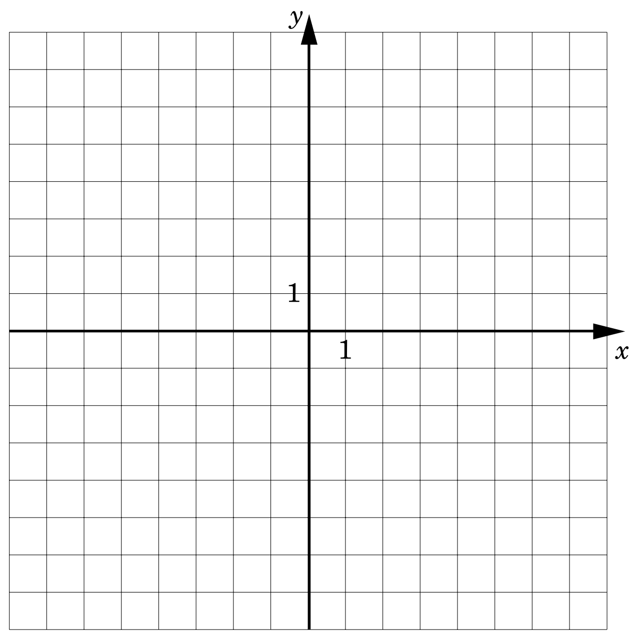
....

....

....

4. Soit l'équation $2x + 5y = 8$. Complétez la table de valeurs ci-dessous et tracez la droite qui la représente dans le plan cartésien.

x	-1	0	
y			0



5. Résolvez graphiquement le système d'équations suivant.

① $x - 2y = -2$

....

....

①

x			
y			

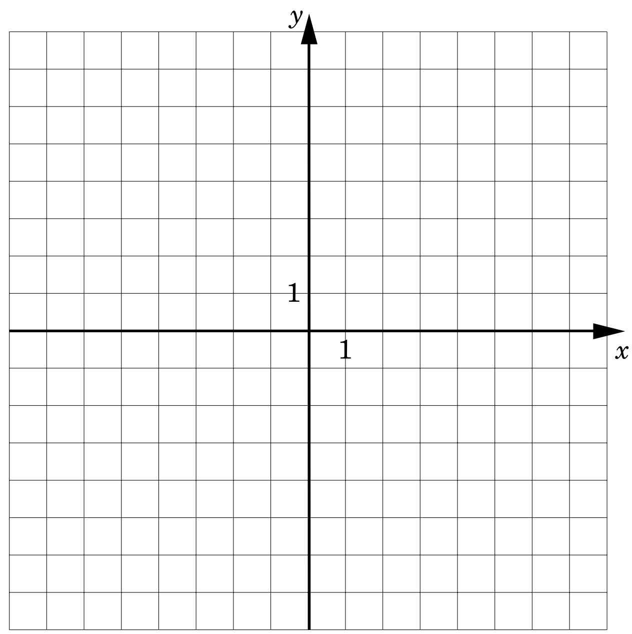
② $x + 2y = -6$

....

....

②

x			
y			



Couple-solution : ....

6. Résolvez algébriquement le système d'équations suivant.

① $3x + y = 4$

② $2x - y = -3$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Couple-solution : ....

7. La longueur d'un rectangle mesure 8 cm de plus que sa largeur. Le périmètre mesure 84 cm. En utilisant un système d'équations à deux inconnues, trouvez les dimensions de ce rectangle.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. Effectuez les opérations suivantes sur les polynômes.

a) $(2x^2 + 3x) - (-4x + x^2 - 1)$

....

b) $(x - 2)(2x + 5)$

....

....

c) $(4x^2 - 5 - x) + (-6x^2 + 3x + 2)$

....

9. Soit l'équation $2y + 4x = 5$, déterminez :

a) l'équation de la droite qui lui est parallèle et qui passe par le point $(-1, 3)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

b) l'équation de la droite qui est lui perpendiculaire et qui passe par le point $(4, -2)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. Calculez la distance entre le point (−3, 6) et le point (4, −2).

....

....

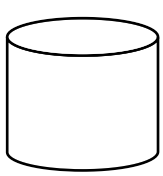
....

11. Soit A(−1, −7) et B(3, 9). Calculez les coordonnées du point milieu du segment AB.

....

....

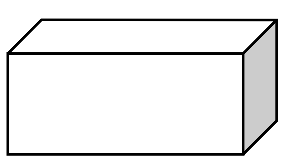
12. Calculez les volumes des solides ci-dessous.

a) 

$h = 12$
$d = 10$

....

....

b) 

$L = 24$
$l = 16$
$h = 15$

....

....

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1\. a)
$$\begin{aligned}4(x-2)+3&=2x-1\\4x-8+3&=2x-1\\4x-5&=2x-1\\4x-2x&=-1+5\\2x&=4\\x&=2\end{aligned}$$

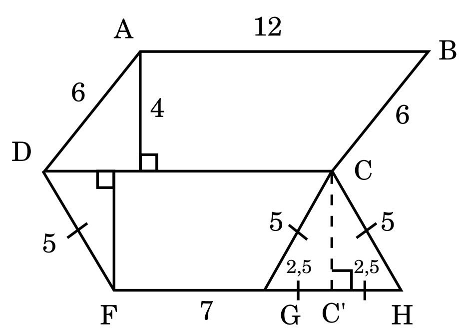
b)
$$\begin{aligned}5-(y+3)&=3y+2\\5-y-3&=3y+2\\2-y&=3y+2\\-y-3y&=2-2\\-4y&=0\\y&=0\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}\frac{3x-1}{2}&=\frac{2x+5}{7}\\7(3x-1)&=2(2x+5)\\21x-7&=4x+10\\21x-4x&=10+7\\17x&=17\\x&=1\end{aligned}$$

2\. a)
$$\begin{aligned}m\overline{AB}^2&=m\overline{AC}^2-m\overline{BC}^2\\m\overline{AB}^2&=13^2-8^2\\m\overline{AB}^2&=169-64\\m\overline{AB}^2&=105\\m\overline{AB}&=10{,}25\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}m\overline{AB}&=2\times m\overline{BC}\\m\overline{AB}&=2\times 5\\m\overline{AB}&=10\end{aligned}$$

3\. $A_{ABCD} = b \times h = 12 \times 4 = 48$



- Trouvons la hauteur du ΔCGH.

$m\overline{CH} = m\overline{CG} = m\overline{GH} = m\overline{DF} = 5$

Soit $\overline{CC'}$ la hauteur, alors $m\overline{C'H} = 5 \div 2 = 2{,}5$.

$m\overline{CC'}^2 = m\overline{CH}^2 - m\overline{C'H}^2$

$m\overline{CC'}^2 = 5^2 - 2{,}5^2$

$m\overline{CC'}^2 = 18{,}75$

$m\overline{CC'} = 4{,}33$

$$A_{CGH} = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times 4{,}33}{2} = 10{,}83$$

$$A_{CDFG} = \frac{(B + b)h}{2} = \frac{(12 + 7) \times 4{,}33}{2} = 41{,}14$$

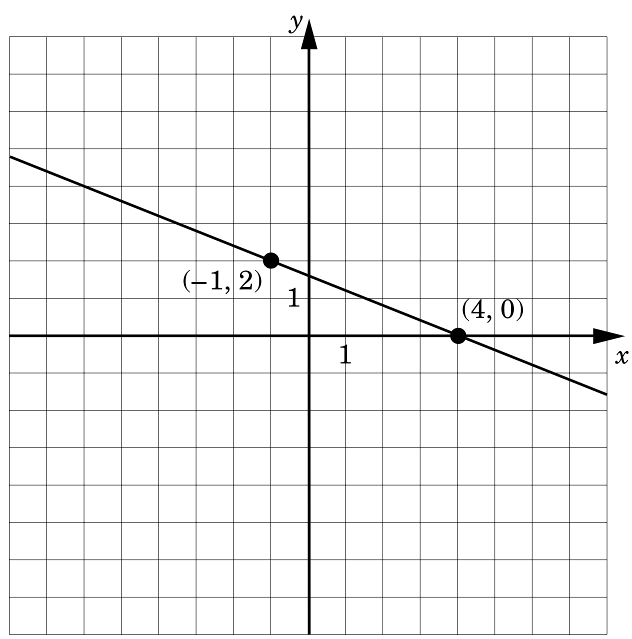
$A_t = 48 + 10{,}83 + 41{,}14 = 99{,}97$

$P = m\overline{AD} + m\overline{AB} + m\overline{BC} + m\overline{CH} + m\overline{HG} + m\overline{GF} + m\overline{DF}$

$P = 6 + 12 + 6 + 5 + 5 + 7 + 5 = 46$

4.

x	-1	0	4
y	2	1,6	0



5. ① $x - 2y = -2$

$$-2y = -x - 2$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

①

x	-2	0	4
y	0	1	3

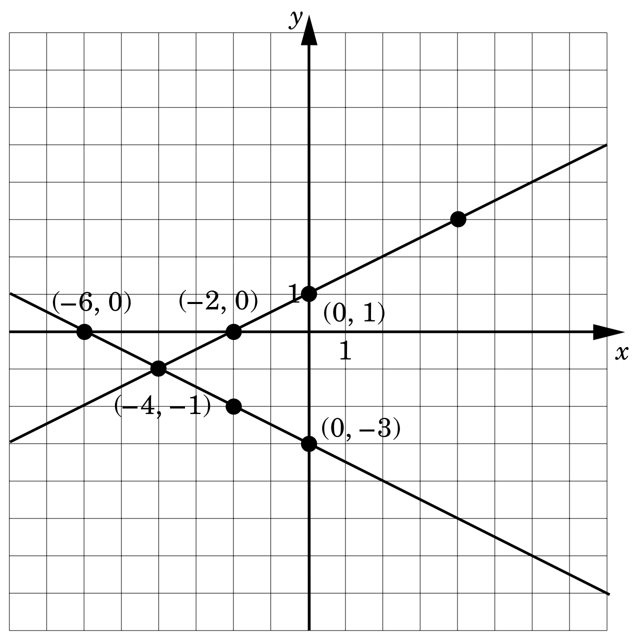
② $x + 2y = -6$

$$2y = -x - 6$$

$$y = -\frac{x}{2} - 3$$

②

x	-6	-2	0
y	0	-2	-3



Couple-solution : $(-4, -1)$.

6. ① $3x + y = 4$

② $\underline{2x - y} = \underline{-3}$ +

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$x = \frac{1}{5}$ dans ①.

① $3x + y = 4$

$3\left(\frac{1}{5}\right) + y = 4$

$\frac{3}{5} + y = 4$

$y = \frac{20}{5} - \frac{3}{5}$

$y = \frac{17}{5}$

Vérification

$\left(\frac{1}{5}, \frac{17}{5}\right)$ dans ②.

② $2x - y = -3$

$2\left(\frac{1}{5}\right) - \frac{17}{5} = -3$

$\frac{2}{5} - \frac{17}{5} = -3$

$-\frac{15}{3} = -3$

$-3 = -3$

Couple-solution : $\left(\frac{1}{5}, \frac{17}{5}\right)$.

7. Soit x la longueur,
y la largeur.

$$\begin{array}{lll} ① \ x - y = 8 \quad \times (2) & \Rightarrow & 2x - 2y = 16 \\ ② \ 2x + 2y = 84 & \Rightarrow & \underline{2x + 2y = 84} \ + \\ & & 4x \quad\quad = 100 \\ & & \quad\quad x = 25 \end{array}$$

$x = 25$ dans ①.

① $x - y = 8$

$25 - y = 8$

$-y = 8 - 25$

$-y = -17$

$y = 17$

Vérification

La longueur mesure bien 25 cm – 17 cm = 8 cm de plus que la largeur et périmètre mesure 2(25 cm + 17 cm) = 84 cm.

La longueur mesure 25 cm et la largeur mesure 17 cm.

8. a) $(2x^2 + 3x) - (-4x + x^2 - 1) =$
$2x^2 + 3x + 4x - x^2 + 1 = x^2 + 7x + 1$

b) $(x - 2)(2x + 5) = x(2x + 5) - 2(2x + 5) =$
$2x^2 + 5x - 4x - 10 = 2x^2 + x - 10$

c) $(4x^2 - 5 - x) + (-6x^2 + 3x + 2) =$
$4x^2 - 5 - x - 6x^2 + 3x + 2 = -2x^2 + 2x - 3$

9. a) $2y + 4x = 5$

$$2y = -4x + 5$$

$y = -2x + \frac{5}{2}$, alors $m_1 = -2$.

$m_1 = m_2 = -2$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$\frac{-2}{1} = \frac{y - 3}{x - (-1)}$$

$$y - 3 = -2(x + 1)$$

$$y - 3 = -2x - 2$$

$$y = -2x - 2 + 3$$

$$y = -2x + 1$$

b) $m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y - (-2)}{x - 4}$$

$$2(y + 2) = x - 4$$

$$2y + 4 = x - 4$$

$$2y = x - 4 - 4$$

$$2y = x - 8$$

$$y = \frac{x}{2} - 4$$

10. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4 - (-3))^2 + (-2 - 6)^2} = \sqrt{7^2 + (-8)^2}$

$d = \sqrt{49 + 64} = \sqrt{113} = 10{,}63$

11. $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\dfrac{-1 + 3}{2}, \dfrac{-7 + 9}{2}\right) = \left(\dfrac{2}{2}, \dfrac{2}{2}\right) = (1, 1)$

12. a) $V = \pi r^2 h = \pi \times \left(\dfrac{10}{2}\right)^2 \times 12 = 942{,}48$

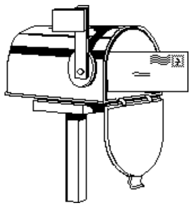
b) $V = L \times l \times h = 24 \times 16 \times 15 = 5\,760$

ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1. a)			16.1	16.4	Sous-module 1
b)			16.1	16.4	Sous-module 1
c)			16.1	16.4	Sous-module 1
2. a)			16.3	16.15	Sous-module 7
b)			16.3	16.15	Sous-module 7
3.			16.4	16.22	Sous-module 7
4.			16.5	16.30	Sous-module 1
5.			16.6	16.35	Sous-module 1
6.			16.6	16.35	Sous-module 2
7.			16.2	16.9	Sous-module 3
8. a)			16.7	16.44	Sous-module 4
b)			16.7	16.44	Sous-module 4
c)			16.7	16.44	Sous-module 4
9. a)			16.8	16.46	Sous-module 6
b)			16.8	16.46	Sous-module 6
10.			16.9	16.50	Sous-module 6
11.			16.9	16.50	Sous-module 7
12. a)			16.4	16.22	Sous-module 11
b)			16.4	16.22	Sous-module 11

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités suggérées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».



SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-4111-2 ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

Les devoirs

Le cours MAT-4111-2 comprend trois devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à la mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

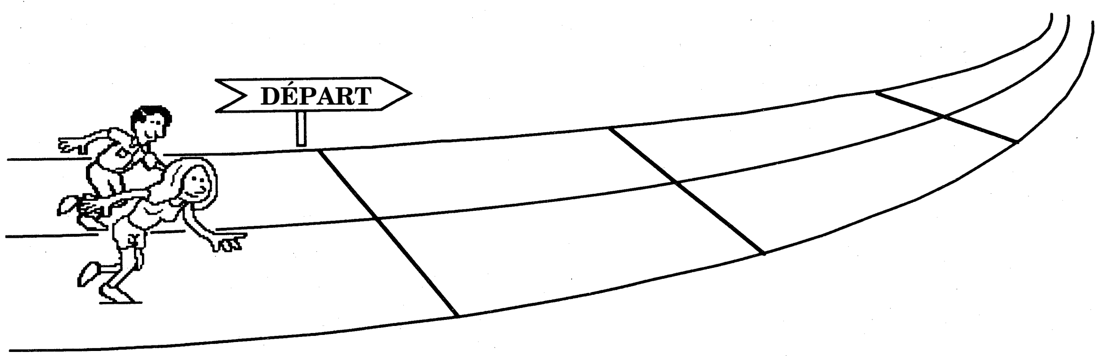
Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, s'il y a lieu.

Dans ce cours

Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 7.
Le devoir 2 porte sur les sous-modules 8 à 14.
Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 14.

SANCTION

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.



SOUS-MODULE 1

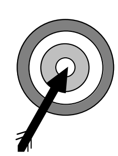
RÉSOLUTION GRAPHIQUE D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS DE DIFFÉRENTS DEGRÉS

1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

Histoire de médicaments

Miguel vient tout juste de terminer ses études à l'Université de Montréal. Il fait un stage dans une entreprise œuvrant dans le domaine médical. Cette entreprise contribue à la mise au point de nouveaux médicaments. Miguel a comme tâche d'évaluer l'efficacité de deux médicaments qui ne sont pas encore sur le marché afin d'éliminer une bactérie de plus en plus résistante aux antibiotiques actuels.

Avec le premier médicament, la bactérie disparaît tranquillement de la solution d'échantillonnage de façon linéaire suivant la règle $5x + y = 100$ tandis que pour le deuxième, la disparition de la bactérie est donnée par l'***équation*** $x^2 + 3y = 300$. Miguel aimerait savoir à quel moment et à quel taux les deux échantillons sont à la même concentration.



Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de résoudre graphiquement un système de deux équations à deux *variables* dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2. De plus, vous devrez être capable d'en déterminer le nombre de solutions et la position respective des deux courbes l'une par rapport à l'autre.

Afin que Miguel puissent résoudre graphiquement ce système, il sera utile de revoir certaines notions importantes pour bien tracer son ***graphique***.

rappel

Pour représenter graphiquement une équation de degré 0 ou 1, nous devons :

1° transformer l'équation sous la forme $y = mx + b$;

*2° calculer au moins trois **couples-solutions** dont les **coordonnées à l'origine** (si possible) et dresser une **table de valeurs**;*

*3° placer les points dans un **plan cartésien**;*

*4° tracer la **droite**.*

rappel

Pour représenter graphiquement une équation du deuxième degré, nous devons :

1° transformer l'équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$;

*2° calculer les coordonnées du **sommet** $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ où $\Delta = b^2 - 4ac$, l'**ordonnée à l'origine** $(0,c)$, les **zéros** $\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$ et compléter un tableau de valeurs;*

3° placer les points dans un plan cartésien;

*4° relier les points en une courbe continue pour obtenir une **parabole**.*

Miguel peut maintenant représenter graphiquement chacune des équations. Voyons comment procéder pour résoudre ce système.

Pour résoudre graphiquement un système de deux équations, nous devons :

1° représenter graphiquement chacune des équations;

2° déterminer le ou les ***points d'intersection***, s'il y a lieu;

3° donner la ou les solutions du système sous forme de ***couple***.

Nous nous servirons de ces étapes pour résoudre graphiquement le système d'équations de Miguel afin de déterminer à quel moment et à quel taux les deux échantillons bactériens sont à la même concentration.

Représentons graphiquement chacune des équations.

1° Commençons par représenter l'équation linéaire $5x + y = 100$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = mx + b$.

$$5x + y = 100$$
$$y = -5x + 100$$

- Calculons au moins trois couples-solutions dont les coordonnées à l'origine (si possible) et dressons une table de valeurs.

  Si $x = 0$, $y = -5(0) + 100 = 100$.
  Si $x = 10$, $y = -5(10) + 100 = 50$.
  Si $x = 20$, $y = -5(20) + 100 = 0$.

x	0	10	20
y	100	50	0

- Plaçons les points dans le plan cartésien et traçons la droite.

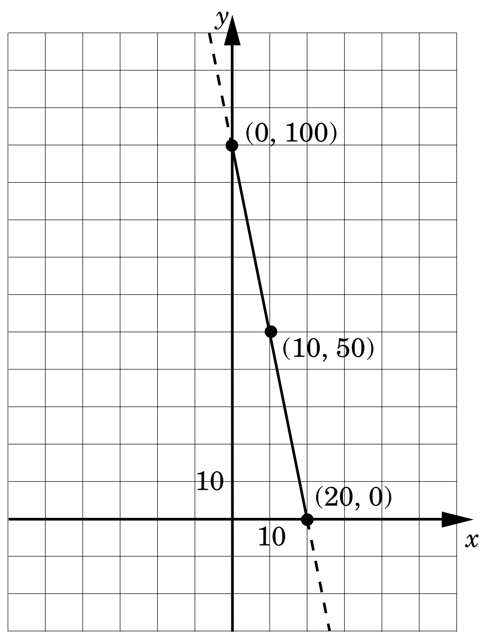


Fig. 1.1 Droite d'équation $5x + y = 100$

2° Représentons graphiquement l'équation $x^2 + 3y = 300$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ et déterminons a, b et c.

$$x^2 + 3y = 300$$
$$3y = -x^2 + 300$$
$$y = \frac{-x^2}{3} + 100$$

Alors, $a = -\frac{1}{3}$, $b = 0$ et $c = 100$.

- Calculons la valeur du ***discriminant***.

$\Delta = b^2 - 4ac = (0)^2 - 4\left(-\frac{1}{3}\right)(100) = \frac{400}{3}$ ou 133,33

- Calculons les coordonnées du sommet, l'ordonnée à l'origine, les zéros et complétons une table de valeurs.

Sommet : $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) = \left(\frac{-0}{2\left(-\frac{1}{3}\right)}, \frac{\frac{-400}{3}}{4\left(-\frac{1}{3}\right)}\right) = (0, 100)$

Ordonnée à l'origine : $(0, c)$, représente le sommet $(0, 100)$.

Zéros : $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0 \pm \sqrt{133,33}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\pm 11,55}{\frac{-2}{3}} = \pm 17,3$

$\therefore$ $(-17,3; 0)$ et $(17,3; 0)$.

$x = 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(5)^2 + 100 = -\frac{25}{3} + 100 = 91,7$

$x = 10 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(10)^2 + 100 = -\frac{100}{3} + 100 = 66,7$

$x = 15 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(15)^2 + 100 = 25$

x	–17,3	0	5	10	15	17,3
y	0	100	91,7	66,7	25	0

- Plaçons les points dans le même plan cartésien que la droite précédente et traçons la parabole.

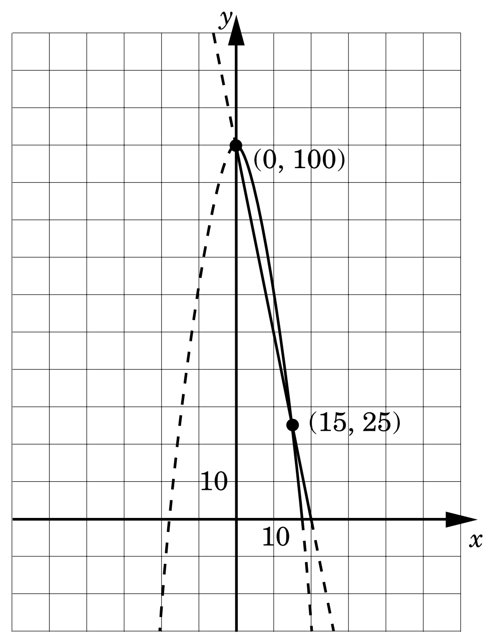


Fig. 1.2 Système d'équations $5x + y = 100$ et $x^2 + 3y = 300$

3° Donnons la ou les solutions du système sous forme de couple.

Les deux couples-solutions sont (0, 100) et (15, 25). Le couple (0, 100) est à rejeter, car le médicament nécessite un certain temps pour provoquer un effet. Donc après 15 jours, les deux solutions ont une concentration bactérienne de 25 % par rapport au début de l'expérimentation.

Avant de passer aux exercices, voyons si vous avez bien compris la démarche en complétant l'exemple suivant.

Exemple 1

Soit le système d'équations suivant.

① $2x - y + 9 = 0$

② $y = x^2 + 4x + 9$

Représentez graphiquement chacune des équations.

1° Commencez par représenter l'équation linéaire $2x - y + 9 = 0$.

- Transformez l'équation sous la forme $y = mx + b$.

$$2x - y + 9 = 0$$
$$y = 2x + ...$$

- Calculez au moins trois couples-solutions dont les coordonnées à l'origine (si possible) et dressez un tableau de valeurs.

Si $x = 0$, $y =$.......................

Si $x = -\frac{9}{2}$, $y =$ ....

Si $x = -2$, $y =$ ....

x	$-\frac{9}{2}$	-2	0
y			

- Placez les points dans le plan cartésien ci-dessous et tracez la droite.

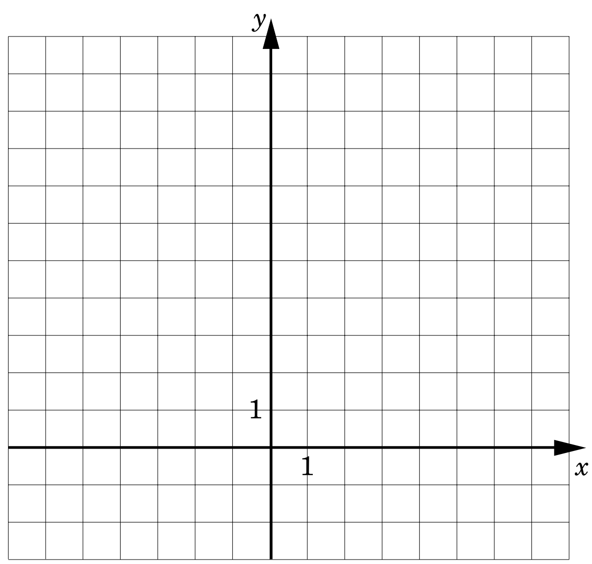


Fig. 1.3 Plan cartésien

2° Représentez graphiquement l'équation $y = x^2 + 4x + 9$.

- Transformez l'équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ et déterminez a, b et c.

$$y = x^2 + 4x + 9$$

Alors, a = ... , b = ... et c = ...

- Calculez la valeur du discriminant.
  $\Delta = b^2 - 4ac =$ ....

- Calculez les coordonnées du sommet, l'ordonnée à l'origine, les zéros et complétez un tableau de valeurs.

  Sommet : $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) =$ ....

Ordonnée à l'origine : (0, ...)

Zéros : $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} =$ ....

$x = 1 \Rightarrow y =$ ....

$x = -3 \Rightarrow y =$ ....

x				
y				

- Placez les points dans le même plan cartésien que la droite précédente et tracez la parabole.

3° Les couples-solutions du système sont ....

Solution

L'équation $2x - y + 9 = 0$ devient $y = 2x + 9$. $\left(-\frac{9}{2}, 0\right)$, $(-2, 5)$ et $(0, 9)$ sont trois points de la droite.

Quant à l'équation $y = x^2 + 4x + 9$, $a = 1$, $b = 4$ et $c = 9$.

$\Delta = (4)^2 - 4(1)(9) = 16 - 36 = -20 < 0$, ce qui veut dire qu'il n'y a aucun zéro.

Les coordonnées du sommet sont $\left(\frac{-4}{2(1)}, \frac{-(-20)}{4(1)}\right) = (-2, 5)$ et l'ordonnée à l'origine est $y = (0)^2 + 4(0) + 9 = 9$. Enfin, deux autres points de la parabole sont $(1, 14)$ et $(-3, 6)$.

La représentation graphique du système est la suivante.

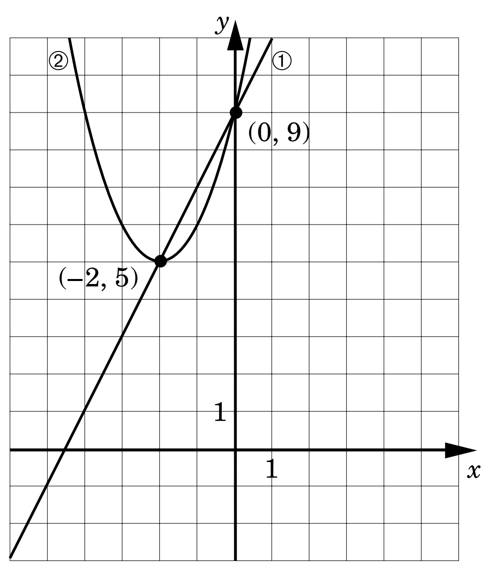


Fig 1.4 Système d'équations $2x - y + 9 = 0$ et $y = x^2 + 4x + 9$

Les solutions du système sont les couples $(0, 9)$ et $(-2, 5)$.

En traçant le graphique de la parabole et celui de la droite, nous avons obtenu deux couples-solutions. Nous pouvons donc affirmer qu'une parabole et une droite ***sécante*** (non verticale) nous donnent deux solutions.

Exemple 2

Soit le système d'équations suivant.

$$① \; y + 4 = 0$$

$$② \; y = -x^2 - 4x - 8$$

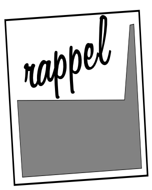
Représentons graphiquement chacune des équations.

1° Commençons par représenter l'équation $y + 4 = 0$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = mx + b$.

$$y + 4 = 0$$

$$y = -4$$



Toutes les équations de la forme y = b, c'est-à-dire où la variable x n'apparaît pas, sont représentées graphiquement par une ***droite horizontale*** *parallèle à l'axe des x passant par le point (0, b).*

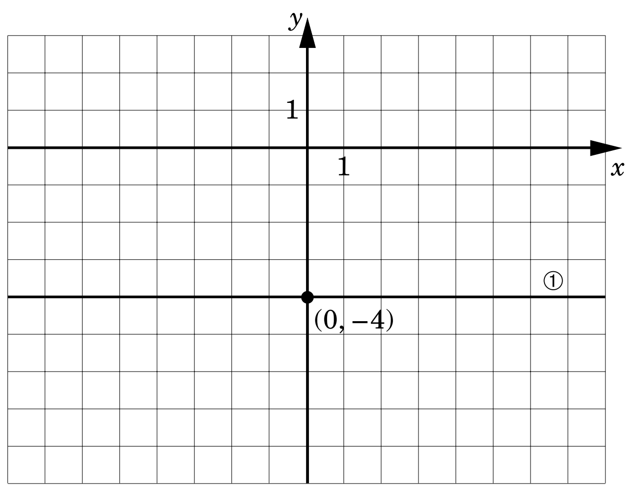


Fig. 1.5 Droite d'équation $y + 4 = 0$

2° Représentons graphiquement l'équation $y = -x^2 - 4x - 8$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ et déterminons a, b et c.

$$y = -x^2 - 4x - 8$$

Alors, $a = -1$, $b = -4$ et $c = -8$.

- Calculons la valeur du discriminant.
$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(-1)(-8) = 16 - 32 = -16 < 0$, alors il n'y a aucun zéro.

- Calculons les coordonnées du sommet, l'ordonnée à l'origine et complétons une table de valeurs.

Sommet : $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) = \left(\frac{-(-4)}{2(-1)}, \frac{-(-16)}{4(-1)}\right) = \left(\frac{4}{-2}, \frac{16}{-4}\right) = (-2, -4)$

Ordonnée à l'origine : $(0, -8)$.

$x = -3 \Rightarrow y = -(-3)^2 - 4(-3) - 8 = -9 + 12 - 8 = -5$
$x = -1 \Rightarrow y = -(-1)^2 - 4(-1) - 8 = -1 + 4 - 8 = -5$
$x = 1 \Rightarrow y = -(1)^2 - 4(1) - 8 = -1 - 4 - 8 = -13$

x	-3	-2	-1	0	1
y	-5	-4	-5	-8	-13

- Plaçons les points dans le même plan cartésien que la droite précédente et traçons la parabole.

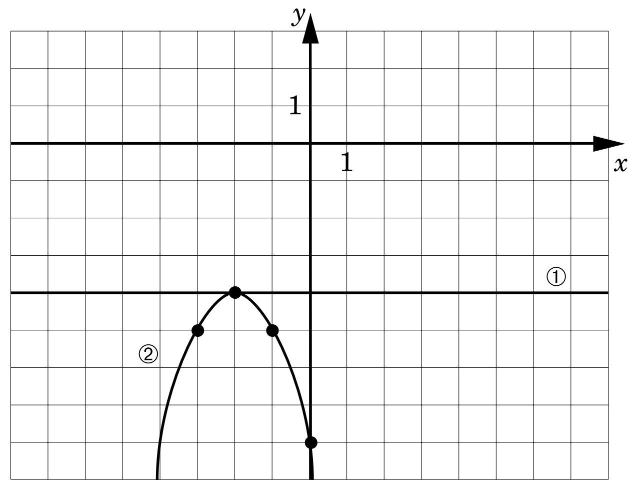


Fig. 1.6 Système d'équations $y + 4 = 0$ et $y = -x^2 - 4x - 8$

3° Donnons la ou les solutions du système sous forme de couple.

Le couple-solution est $(-2,-4)$.

En traçant le graphique de la parabole et de la droite, nous avons obtenu une seule solution. Nous pouvons donc affirmer qu'une parabole et une droite ***tangente*** nous donnent une seule solution.

Voyons maintenant un dernier exemple pour un cas où nous ne pouvons trouver de solution.

Exemple 3

Soit le système d'équations suivants.

$$① \ y + 6 = 0$$
$$② \ y - 2x^2 + 4 = -3x$$

Représentons graphiquement chacune des équations.

1° Commençons par représenter l'équation $y + 6 = 0$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = mx + b$.

$$y + 6 = 0$$
$$y = -6$$

- Traçons la droite.

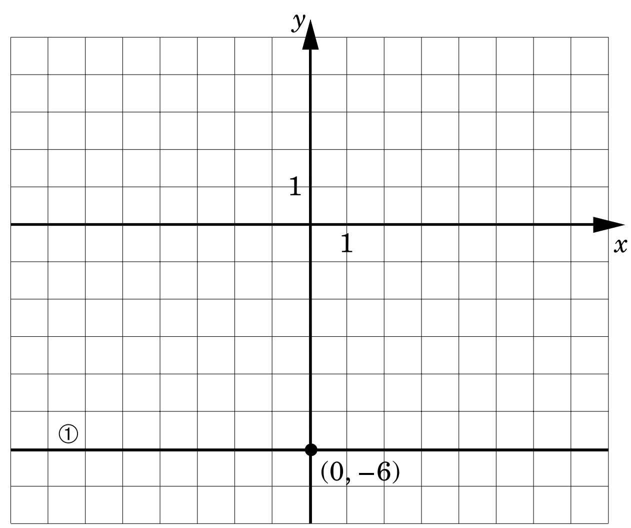


Fig. 1.7 Droite d'équation $y + 6 = 0$

2° Représentons graphiquement l'équation $y - 2x^2 + 4 = -3x$.

- Transformons l'équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.

$$y = 2x^2 - 3x - 4$$

Alors, $a = 2$, $b = -3$ et $c = -4$.

- Calculons la valeur du discriminant.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(-4) = 9 + 32 = 41 > 0$, alors il y a deux zéros.

- Calculons les coordonnées du sommet, l'ordonnée à l'origine, les zéros et complétons une table de valeurs.

Sommet : $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) = \left(\frac{-(-3)}{2(2)}, \frac{-41}{4(2)}\right) = \left(\frac{3}{4}, \frac{-41}{8}\right) = (0{,}75; -5{,}125)$

Ordonnée à l'origine : (0, −4).

Zéros : $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{41}}{2(2)} = \frac{3 \pm 6{,}40}{4}$

$x' = \frac{3 + 6{,}40}{4} = \frac{9{,}40}{4} = 2{,}35$; $x'' = \frac{3 - 6{,}40}{4} = \frac{-3{,}40}{4} = -0{,}85$

$x = -1 \Rightarrow y = 2(-1)^2 - 3(-1) - 4 = 2 + 3 - 4 = 1$
$x = 1 \Rightarrow y = 2(1)^2 - 3(1) - 4 = 2 - 3 - 4 = -5$

x	−1	−0,85	0	0,75	1	2,35
y	1	0	−4	−5,125	−5	0

- Plaçons les points dans le même plan cartésien que la droite précédente et traçons la parabole.

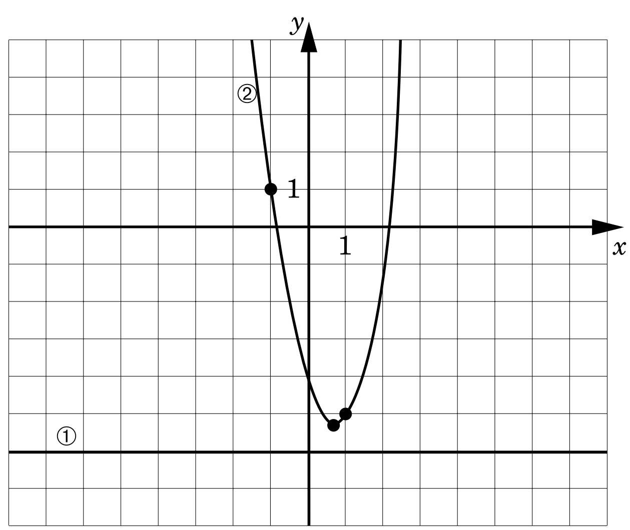


Fig. 1.8 Système d'équations $y + 6 = 0$ et $y - 2x^2 + 4 = -3x$

3° Donnons la ou les solutions du système sous forme de couple.

Il n'y a aucune solution.

Nous n'avons pas obtenu de point d'intersection en traçant le graphique de la parabole et de la droite, les deux courbes sont donc ***disjointes***.

D'après les exemples que nous avons vus, nous pouvons constater que trois situations peuvent se présenter.

En voici un résumé.

Dans la résolution graphique d'un système d'équations à deux variables dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2, trois situations peuvent se présenter :

1° la droite est sécante (non verticale) à la parabole, alors le système admet deux couples-solutions;

2° la droite est tangente à la parabole, alors le système admet un couple-solution;

3° la droite est disjointe à la parabole, alors le système n'admet aucune solution.

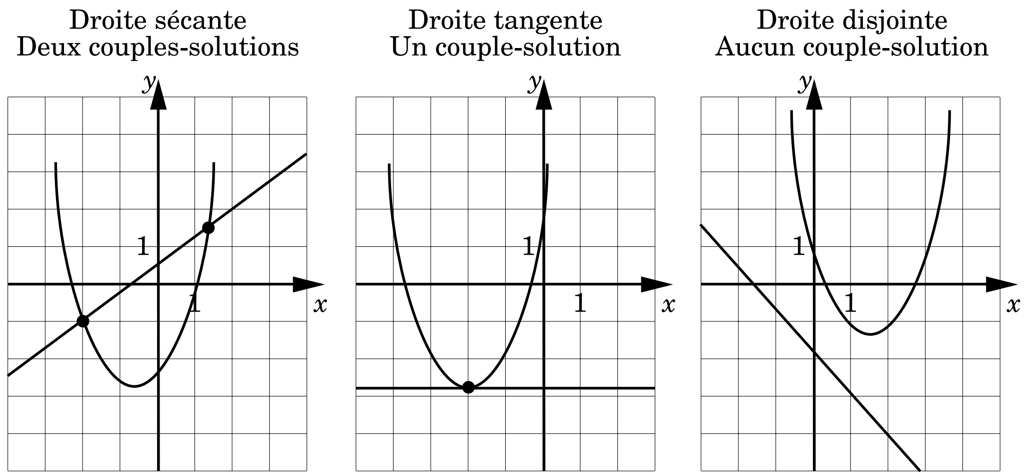


Fig. 1.9 Illustration des trois situations différentes d'une droite par rapport à une parabole

Maintenant à vous de travailler pour bien maîtriser la résolution graphique d'un système de deux équations à deux variables dont l'une est de degré 0 ou 1 et l'autre de degré 2.

Exercice 1.1

Résolvez graphiquement les systèmes d'équations suivants et donnez la position de la droite par rapport à la parabole.

1. ① $y + x - 5 = 0$

   ....

   ①

x			
y			

   ② $y = 2x^2 - x - 3$

   ....

   ....

   ....

   ....

....

....

....

....

....

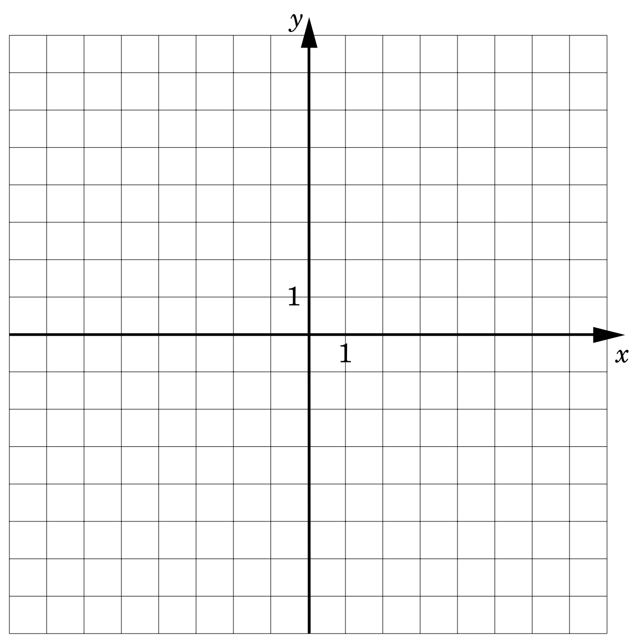
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

2. ① $y + 6 = 0$

....

② $y = x^2 - 8x + 10$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

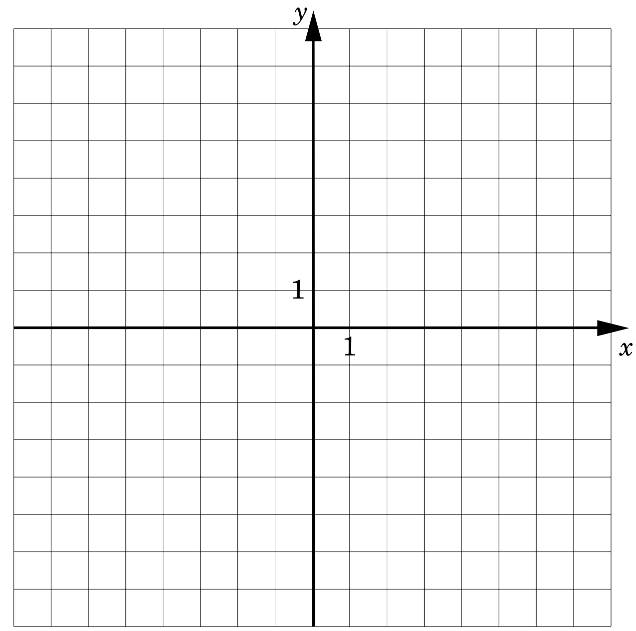
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

3. ① $-y + 3 = 0$

....

② $y = -2x^2 + 6x - 1$

....

....

....

....

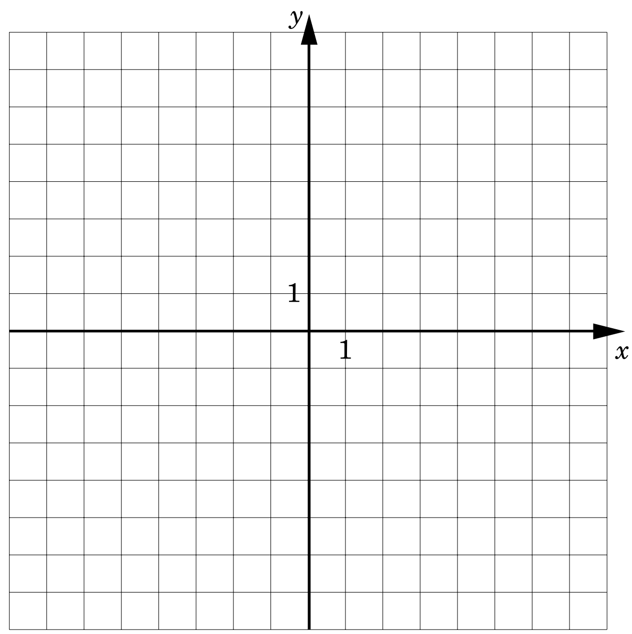
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

4. ① $2x + y = 0$

....

①

x			
y			

② $y = 3x^2 + 2x + 2$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

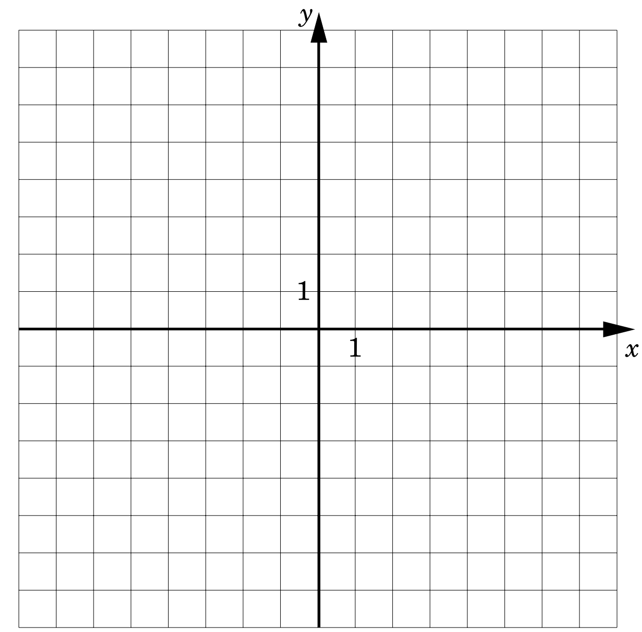
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

5. ① $2x + y = 4$

....

①

x			
y			

② $y = 4 - 2x - 3x^2$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

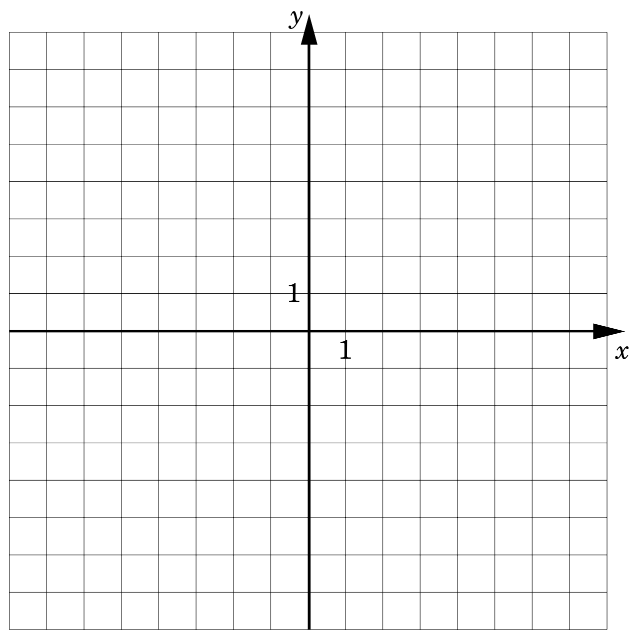
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

6. ① $2x - y - 1 = 0$

....

①

x			
y			

② $y = x^2 - 4$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

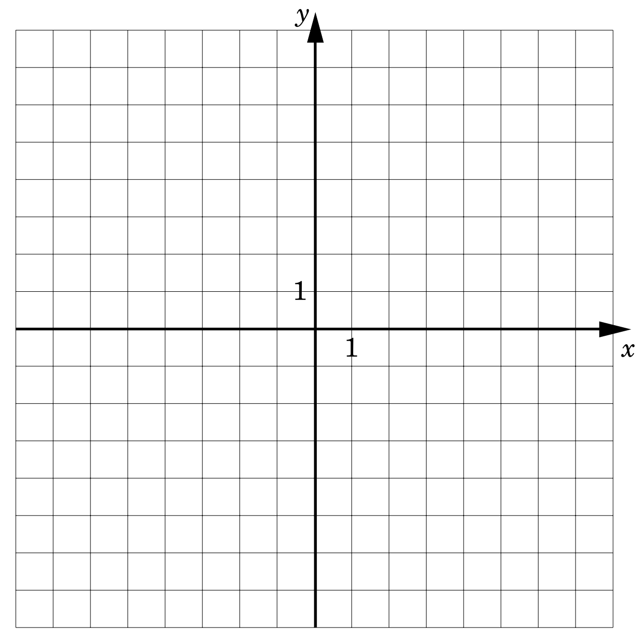
....

....

....

②

x						
y						



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....

- Couple(s)-solution(s) : ....

7. ① $x - 2y - 3 = 0$

....

....

①	x			
	y			

② $y = -x^2 + 4x - 7$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

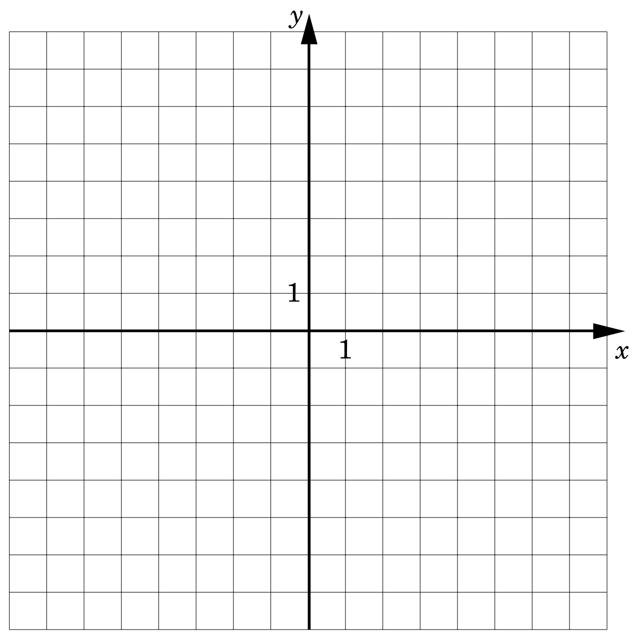
....

....

....

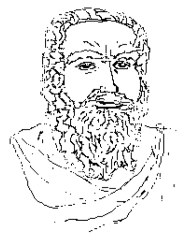
②

x					
y					



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

Avant d'aborder l'utilisation de la calculatrice graphique comme outil pratique afin de trouver plus rapidement et plus précisément le ou les couples-solutions d'un système d'équations, lisez ce qui suit.

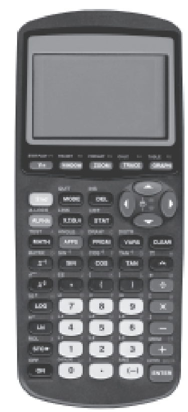


Saviez-vous que...

... François Viète (Français, 1540-1603) résolut complètement l'équation du deuxième degré $ax^2 + bx = c$. Il affirma pouvoir ramener les problèmes de son époque à la résolution d'équations.

Exemple 4

À l'aide de la calculatrice graphique, trouvons le ou les couples-solutions du système d'équations suivant.



① $4x - y + 1 = 0$

② $y = 2x^2 + 2x - 3$

N.B. – Dans un premier temps, il faut s'assurer d'isoler la variable y dans le membre de gauche.

La procédure à suivre est celle-ci.

$\boxed{\text{ON}}$

$\boxed{\text{Y =}}$

- Effacez toutes les entrées s'il y en a.
- Allez à \Y1 = et pressez $\boxed{\text{CLEAR}}$.
- Servez-vous de la touche $\boxed{\blacktriangledown}$ pour l'équation suivante.
  \Y2 = et pressez $\boxed{\text{CLEAR}}$.
- Répétez l'opération autant de fois qu'il est nécessaire.
- Entrez $4x - y + 1 = 0$, c'est-à-dire $y = 4x + 1$,
  \Y1 = $\boxed{4}\boxed{\text{X, T, }\theta\text{, n}}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\text{ENTER}}$ ou $\boxed{\blacktriangledown}$.
- Entrez $y = 2x^2 + 2x - 3$.
  \Y2 = $\boxed{2}\boxed{\text{X, T, }\theta\text{, n}}\boxed{x^2}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{\text{X, T, }\theta\text{, n}}\boxed{-}\boxed{3}$.
- $\boxed{\text{GRAPH}}$.

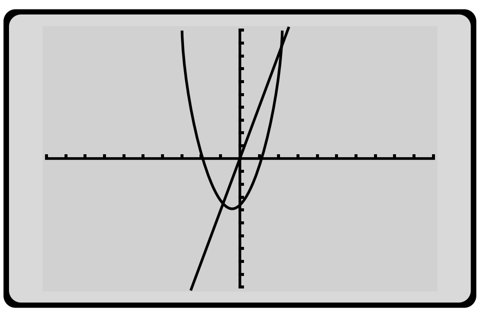
N.B. – Selon les paramètres définis par votre calculatrice, vous ne voyez peut être pas votre graphique ou qu'une partie seulement, alors faites ce qui suit.

WINDOW

Entrez vos données afin d'avoir les mêmes paramètres que dans la fenêtre suivante.

```
WINDOW
 Xmin=-10
 Xmax=10
 Xscl=1
 Ymin=-10
 Ymax=10
 Yscl=1
 Xres=1
```

GRAPH



Cherchons maintenant les points d'intersection.

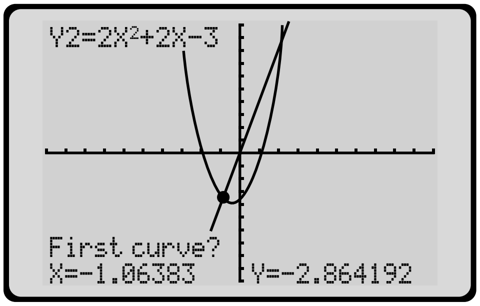
2nd CALC (TRACE) 5 (intersect)

Vous allez voir un point qui clignote.

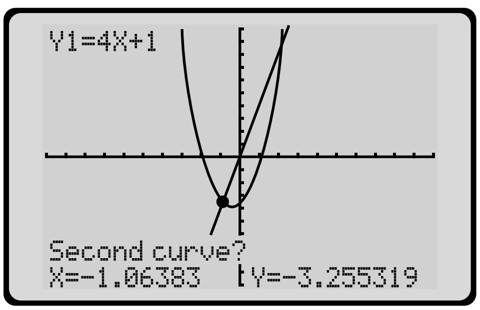
À l'aide des touches ◀ ▼ ▲ ▶, nous allons trouver les points d'intersection.

1[er] point

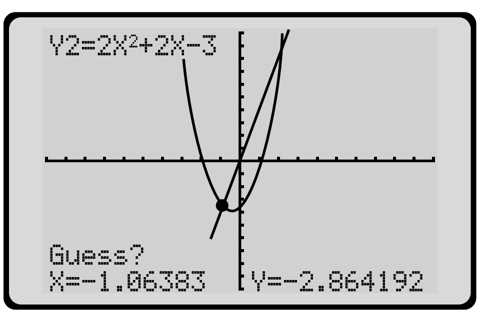
Déplacez votre curseur sur le point d'intersection situé dans le quadrant III.



ENTER



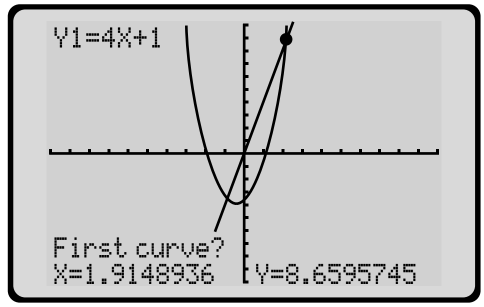
ENTER



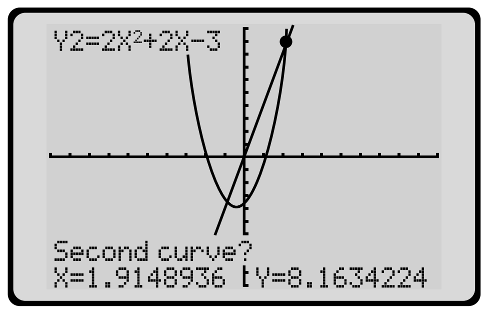
ENTER

2[e] point

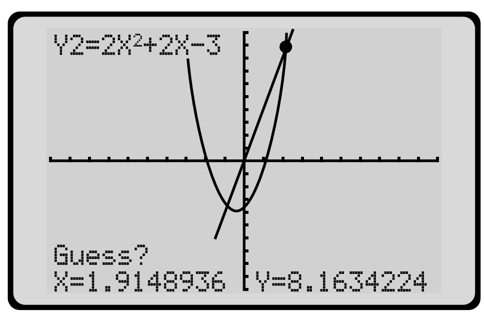
Déplacez votre curseur sur le point d'intersection situé dans le quadrant I.



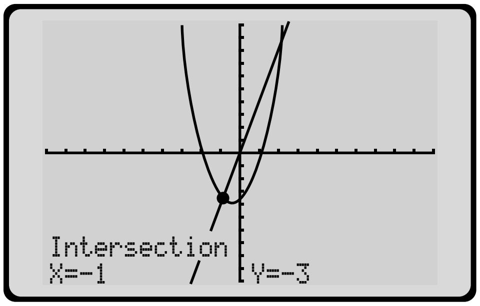
ENTER



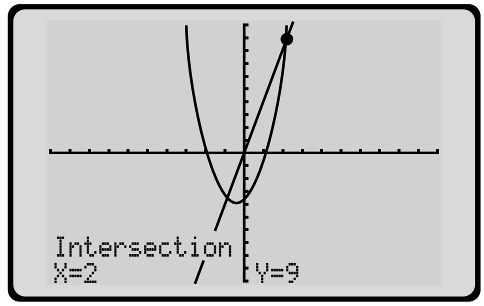
ENTER



ENTER



ENTER



ENTER

Couples-solutions : (–1, –3) et (2, 9).

Nous pouvons vérifier ces couples-solutions à partir du tableau de valeurs.

2nd TABLE (GRAPH)

X	Y_1	Y_2
-1.000	-3.000	-3.000
-.5000	-1.000	-3.500
0.0000	1.0000	-3.000
.50000	3.0000	-1.500
1.0000	5.0000	1.0000
1.5000	7.0000	4.5000
2.0000	9.0000	9.0000

X=-1

X	Y_1	Y_2
-1.000	-3.000	-3.000
-.5000	-1.000	-3.500
0.0000	1.0000	-3.000
.50000	3.0000	-1.500
1.0000	5.0000	1.0000
1.5000	7.0000	4.5000
2.0000	9.0000	9.0000

X=2

Comme vous pouvez le constater, si X = –1, alors $Y_1 = Y_2 = -3$ et si X = 2, alors $Y_1 = Y_2 = 9$.

1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Résolvez graphiquement les systèmes d'équations suivants et donnez la position de la droite par rapport à la courbe et le nombre de solutions.

a) ① $x - 2y + 7 = 0$

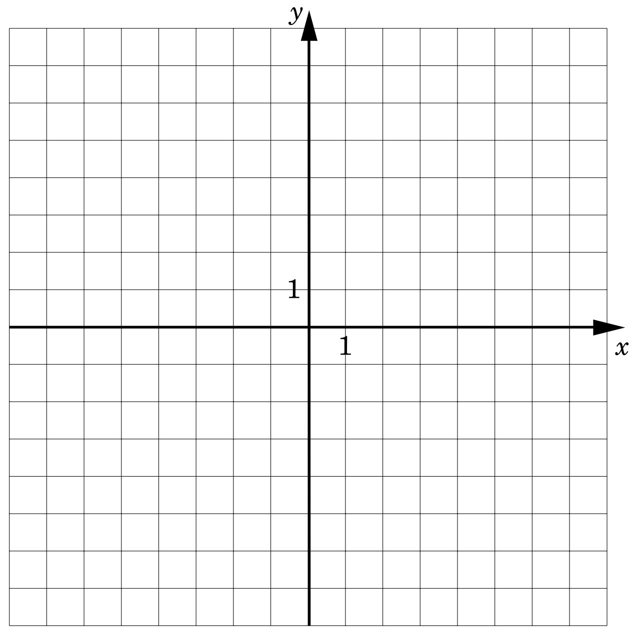
①

x			
y			

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$

②

x							
y							



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

b) ① $x + 2y = 8$

....

①

x			
y			

② $y = x^2 - \frac{1}{2}x$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

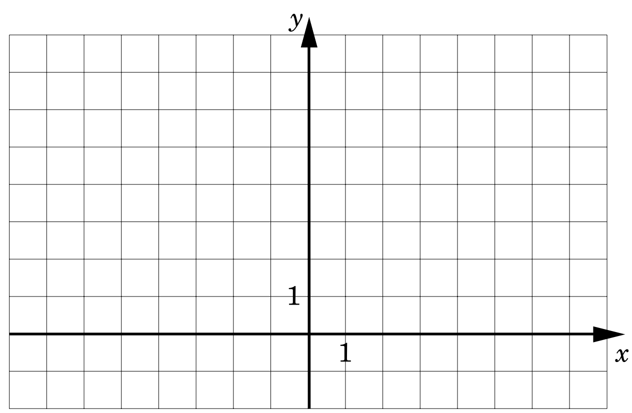
....

....

....

②

x					
y					



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

c) ① $y = -5$

② $y = 2x^2 + x - 4$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

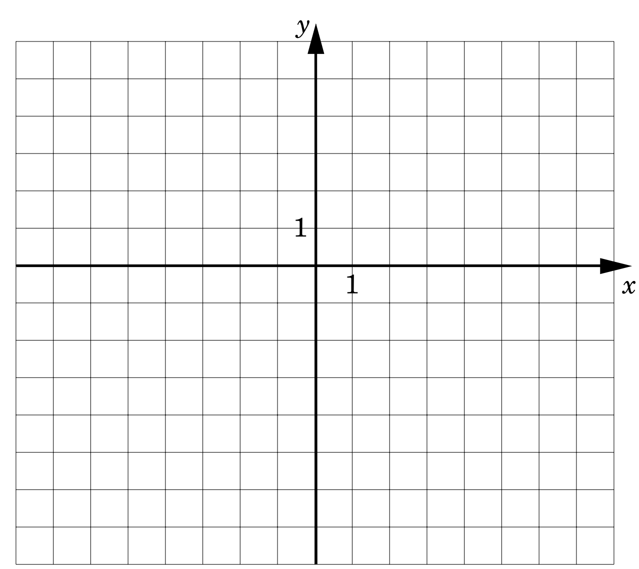
....

....

....

②

x					
y					



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

d) ① $4y - 1 = 0$

....

② $y = -x^2 + x$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

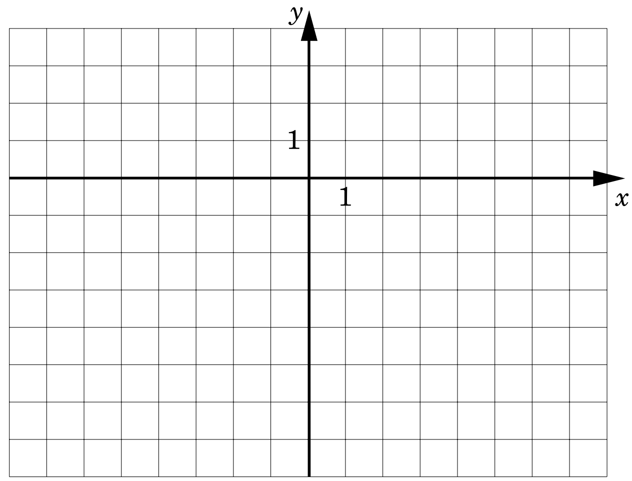
....

....

....

②

x					
y					



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

e) ① $6x + y - 5 = 0$

....

①

x			
y			

② $y = -3x^2 + 3x - 1$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

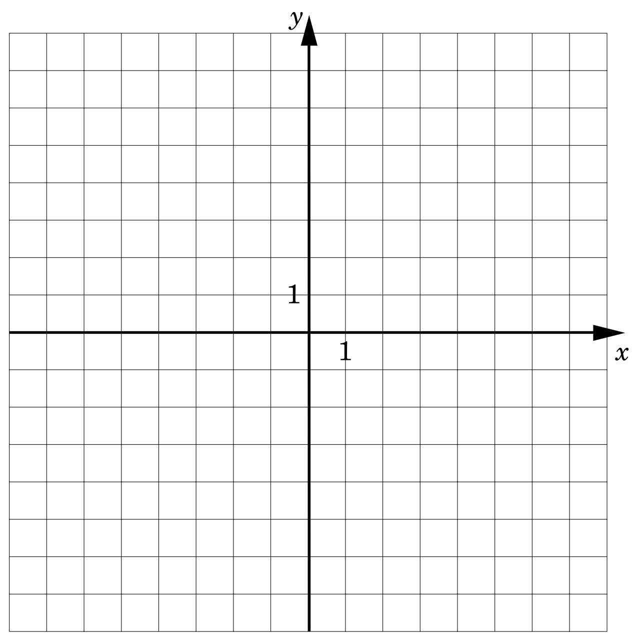
....

....

....

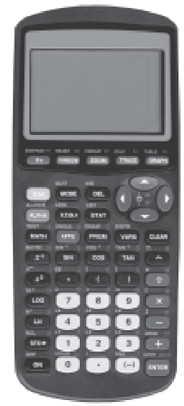
②

x				
y				



- Position de la droite par rapport à la parabole : ....
- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

2. Résolvez les systèmes d'équations à l'aide de la calculatrice graphique.



a) ① $2y + 10 = 0$
② $y = 2x^2 - 12x + 13$

- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

b) ① $x = y + 1$
② $y = -x^2 + 5x - 3$

- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

c) ① $y = x$
② $y = -5x^2 + x - 3$

- Nombre de solutions : ....
- Couple(s)-solution(s) : ....

1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

1. Complétez les phrases suivantes en inscrivant les mots appropriés dans chacun des espaces vides.

   a) Une droite sécante à une .... admet .... solutions.

   b) Une droite .... à une courbe n'admet .... solution.

   c) Une .... tangente à une courbe admet .... solution.

   d) Pour résoudre graphiquement un système de deux équations, nous devons :

   1° représenter .... chacune des .... ;

   2° déterminer .... , s'il y a lieu;

   3° donner .... du système sous .... de ....

2. Lequel des énoncés se rapportant au système ci-dessous est faux?

$$① \quad 3x = 2y + 6$$

$$② \quad y = \frac{1}{4}x^2 + x - 3$$

   A. Le système possède deux couples-solutions.

   B. La droite est sécante à la courbe.

   C. Les couples-solutions sont (0, –3) et (2, 0).

   D. Les couples-solutions sont (0, –3) et (2, –1).

....

1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

Corde à linge

Sophie s'amuse dans la cour avec sa balle. Elle aimerait que sa balle touche la corde à linge du voisin. La trajectoire de la balle suit la règle suivante : $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$ tandis que l'équation de la position de la corde à linge est $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$.

Êtes-vous capable de prédire à quel endroit sa balle touchera la corde à linge?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

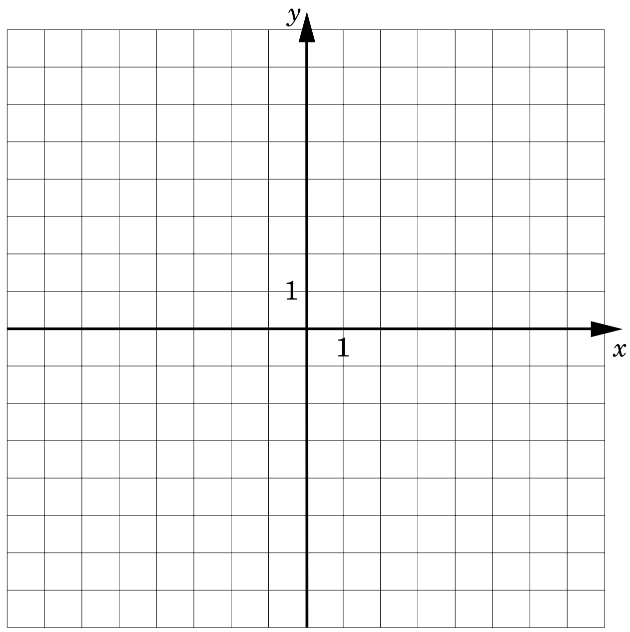
....

①

x						
y						

②

x				
y				



- Couple(s)-solutions : ....