MAT-4103-1

TRIGONOMÉTRIE I

sofad

MAT-4103-1

TRIGONOMÉTRIE I

sofad

Ce cours a été produit par le Fonds de la formation à distance du ministère de l'Éducation du Québec en collaboration avec le Service de l'éducation des adultes de la Commission scolaire catholique de Sherbrooke.

Rédactrice : Monique Pagé

Réviseurs du contenu : Jean-Paul Groleau
Daniel Gélineau
Mireille Moisan-Sanscartier

Mise à jour : Jean-Paul Groleau

Réviseures linguistiques : Marie Rose Vianna
Francine Cardinal

Consultant en andragogie : Serge Vallières

Coordonnateur pour la DDFD : Jean-Paul Groleau

Coordonnateur pour la DFGA : Ronald Côté

Photocomposition et montage : Multitexte Plus

Édition électronique de la mise à jour : L'atelier du Mac inc.

Réimpression : 2008

Dépôt légal — 2004

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-2-89493-269-8

TABLE DES MATIÈRES

SOUS-MODULES

PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

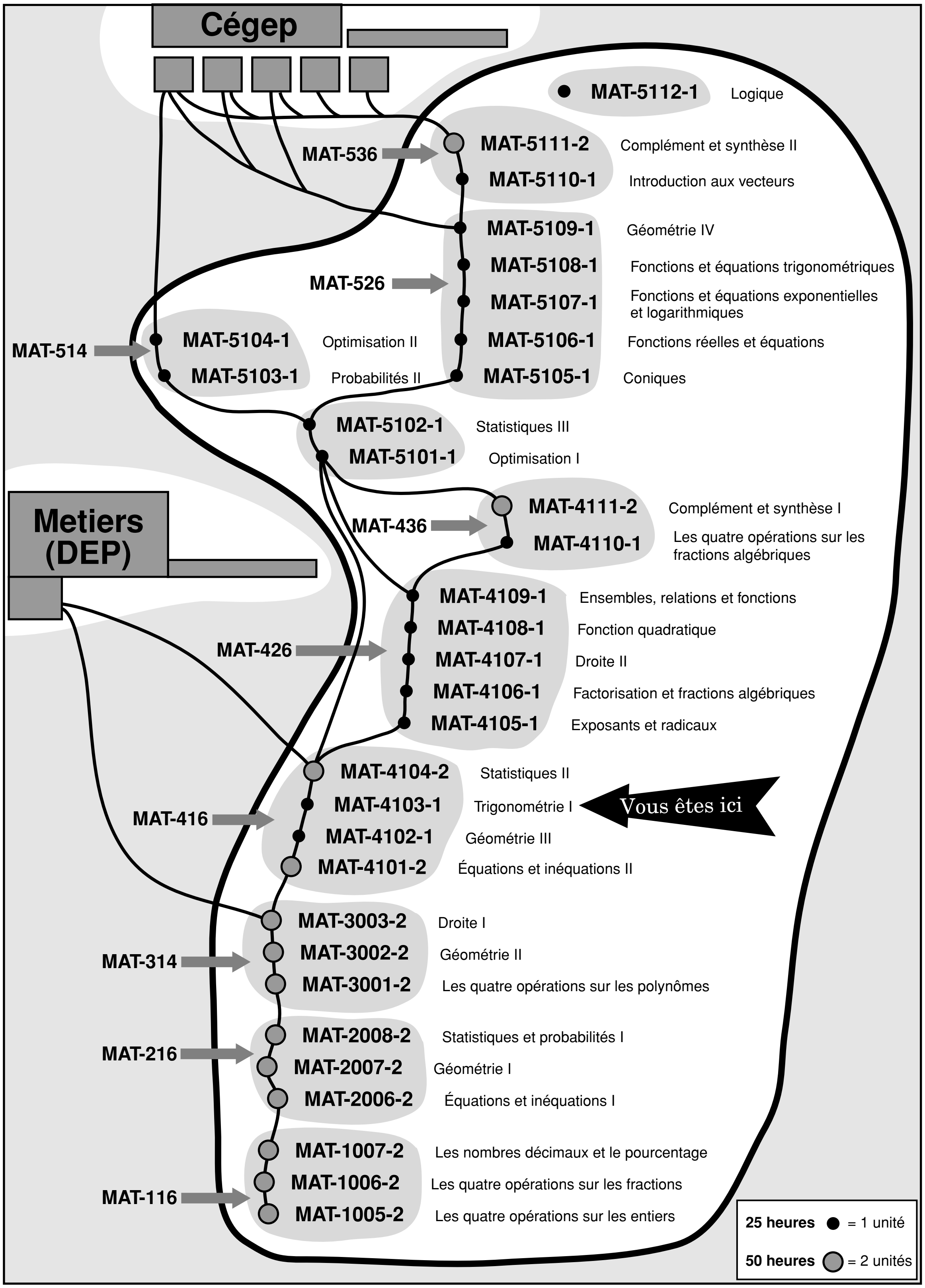
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

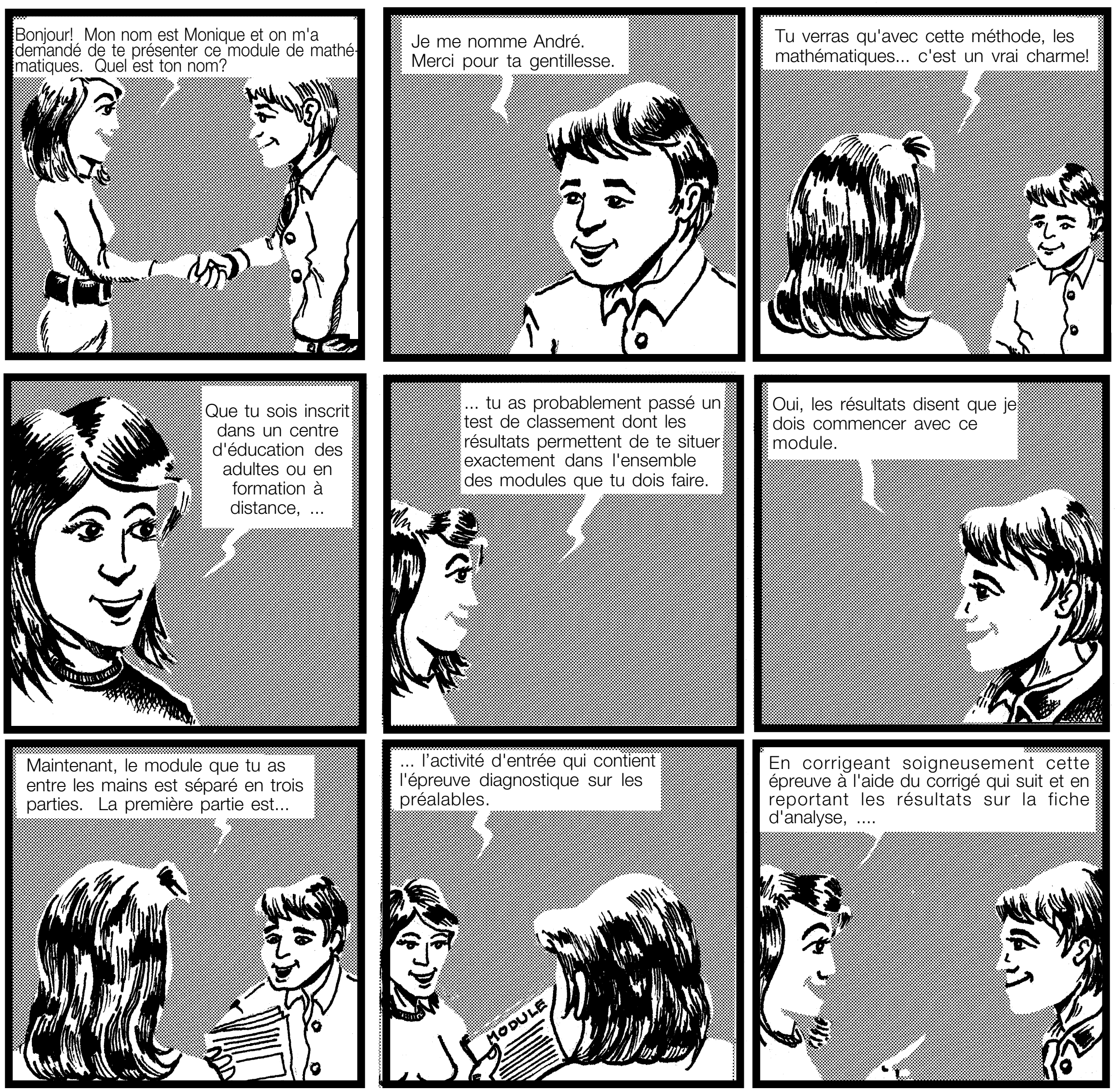
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au collège (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

Si c'est votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la partie intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



COMMENT UTILISER CE GUIDE?



DÉPART

La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

rappel

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

ARRIVÉE

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.


Il y a aussi beaucoup de choses amusantes dans ce module. Par exemple, lorsque tu vois la figure d'un sage, c'est un « Saviez-vous que...? ».
« Saviez-vous que...? »
Oui, par exemple, de petites notes sur l'histoire des mathématiques, des jeux amusants. C'est intéressant et cela te calme en même temps.
Dois-je mémoriser ce que dit le sage?
Non, cela ne fait pas partie de l'apprentissage; c'est un peu comme un moment de détente.
C'est la même chose pour « La page des mathophiles » qui signifie : qui aiment les mathématiques.
C'est tellement stimulant que, même si tu n'es pas obligé de la travailler, tu as envie de la faire.
Et puis, tout au long du module, les auteurs se sont arrangés pour te faciliter la tâche...
... ainsi, les mots en italiques gras apparaissent dans le glossaire à la fin du module...
PARFAIT!
... les passages encadrés t'indiquent qu'il s'agit de points à retenir comme des définitions, des formules, des règles, etc. Je te le dis, c'est plus facile.
Enfin, la troisième partie contient la synthèse finale qui vient faire le lien entre les différentes parties du module.
De plus, tu y trouveras une épreuve d'autoévaluation ainsi que son corrigé. Tu sauras à ce moment-là si tu es prêt pour l'examen final.
Merci, Monique, tu m'as rendu un grand service.
Tout le plaisir est pour moi.
Maintenant, je me sauve. Au revoir!
Plus tard...
C'est fantastique! Je n'aurais jamais cru aimer les mathématiques autant que ça.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

À LA DÉCOUVERTE DES PROPRIÉTÉS DES TRIANGLES

L'arpenteur, chacun le sait, calcule les dimensions des terrains. Comme la plupart des figures géométriques complexes sont faites de la juxtaposition de figures simples, l'arpenteur est donc chargé de mesurer les côtés ou les angles d'un **triangle** pour délimiter avec exactitude les bornes d'un terrain.

Ainsi, des problèmes de partage de terres en lots ou d'évaluation de superficie ont entraîné les peuples de l'Antiquité à développer des techniques permettant de préciser les relations entre les côtés des triangles et les grandeurs de leurs angles. L'astronomie s'est également développée dans le but de permettre aux navigateurs de s'orienter et de se situer en prenant pour repères les positions des étoiles. Une étoile, sa projection sur la surface terrestre et la position d'un observateur constituent un triangle.

Nos prédécesseurs ont donc élaboré un ensemble de connaissances basées sur les r**apports** entre les côtés d'un **triangle rectangle**. Ce faisant, ils donnèrent naissance à la **trigonométrie** (mesure de triangles) qui, poussée plus avant, permit de découvrir les liens qui existent entre les côtés ou les angles d'un triangle quelconque.

Pour atteindre l'objectif de ce module, vous devrez être capable de résoudre des **problèmes de triangulation**, c'est-à-dire des problèmes de mesure d'angles et de longueurs de triangles. Vous devrez également pouvoir évaluer des rapports trigonométriques et résoudre des problèmes de menuiserie ou de navigation en utilisant ces rapports trigonométriques.

Finalement, vous étendrez ces connaissances à l'arpentage en abordant la résolution de problèmes comportant des triangles quelconques. Pour ce faire, vous appliquerez les lois des sinus et des cosinus, outils de choix pour de tels problèmes. Comme vous le constaterez, ces connaissances sont très utiles dans plusieurs secteurs de l'activité humaine : outre l'arpentage, la menuiserie et l'astronomie, citons la couture, la ferblanterie, l'architecture, l'ingénierie.

OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-4103-1 comporte six sous-modules et prévoit une durée d'apprentissage de vingt-cinq heures, réparties tel qu'il est indiqué dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	Nombres d'heures*	% (évaluation)
1 à **4**	7	40 %
5	9	44 %
6	8	16 %

* Une heure est réservée à l'évaluation finale.

1. Triangle rectangle

   Déterminer la mesure des angles et des côtés d'un triangle rectangle au moyen du théorème de Pythagore et de la mesure de certains de ses angles. Deux cas sont possibles :
   - un triangle rectangle dont les mesures d'un angle aigu et de deux côtés sont connues;
   - un triangle rectangle dont l'un des angles mesure soit 30°, soit 45° et dont la mesure d'un côté est connue.

   Les situations sont présentées sous forme de données textuelles et sont empruntées à la vie courante. Les étapes de résolution doivent être décrites.

2. Trigonométrie et rapports trigonométriques

   Calculer la valeur numérique de l'un ou l'autre des trois rapports trigonométriques d'un angle A :
   - sinus A (sin A),
   - cosinus A (cos A),
   - tangente A (tan A),

   étant donné la mesure des trois côtés d'un triangle rectangle ABC rectangle en C.

3. Recherche d'un angle dont l'un des rapports trigonométriques est connu

   Déduire, en appliquant la définition des rapports trigonométriques et à l'aide de la table trigonométrique ou d'une calculatrice scientifique, la mesure des angles aigus d'un triangle rectangle dont les mesures de deux côtés sont connues.

4. **Déduction de la mesure des angles et des côtés d'un triangle rectangle**

   Déterminer la mesure des angles et des côtés d'un triangle rectangle en utilisant la définition des rapports trigonométriques, le théorème de Pythagore et la mesure de certains angles du triangle, selon le cas. Deux situations sont possibles :
   - **les mesures de deux côtés du triangle sont connues;**
   - **les mesures d'un côté et d'un angle aigu du triangle sont connues.**

   La résolution du problème s'effectue en utilisant soit la table trigonométrique, soit une calculatrice scientifique. Les étapes de résolution doivent être décrites.

5. **Problèmes de la vie courante**

Résoudre des problèmes à données textuelles comportant le calcul de la mesure des angles et des côtés d'un triangle rectangle et nécessitant l'application des définitions des trois rapports trigonométriques (sinus, cosinus ou tangente). La ou les mesures demandées peuvent être celles d'angles, de côtés ou d'angles et de côtés d'un triangle rectangle déjà construit ou à construire. L'utilisation de la table trigonométrique ou d'une calculatrice scientifique est requise. Les situations sont empruntées à la vie courante. Les étapes de résolution doivent être décrites.

6. **Déduction de la mesure des angles et des côtés d'un triangle quelconque**

Résoudre des problèmes à données textuelles comportant le calcul de la mesure des angles et des côtés d'un triangle quelconque en appliquant

- **soit la loi des sinus :** $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,
- **soit la loi des cosinus :** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

La ou les mesures demandées peuvent être celles d'angles, de côtés ou d'angles et de côtés d'un triangle quelconque déjà construit ou à construire. L'utilisation de la table trigonométrique ou d'une calculatrice scientifique est requise. Les situations sont empruntées à la vie courante. Les étapes de résolution doivent être décrites.

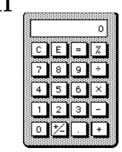
Corrigé

ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

Consignes

1° Répondez autant que possible à toutes les questions de ce test.

2° Pour répondre à ces questions, vous devez avoir en main un rapporteur et une calculatrice.



3° Inscrivez vos réponses directement sur le questionnaire.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez vos réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être considérées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

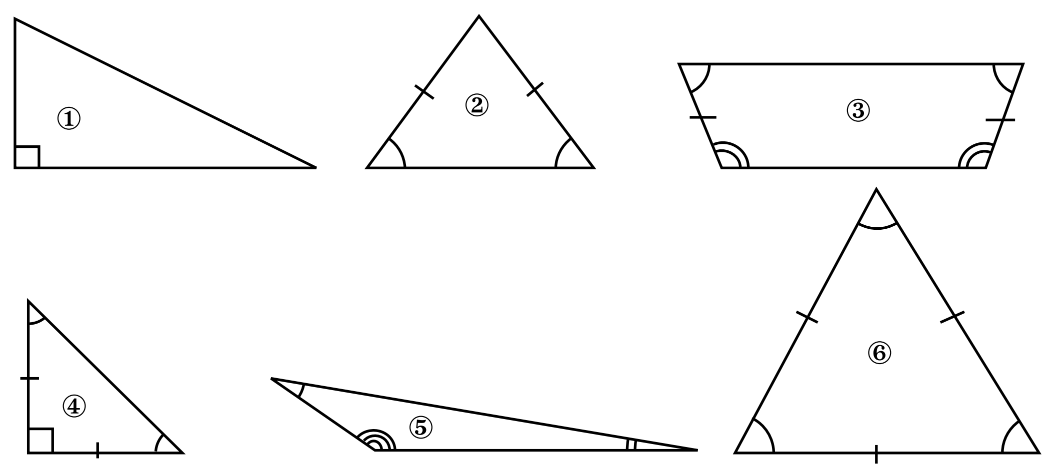
1. Parmi la série de figures géométriques ci-dessous, identifiez par le bon numéro chacune des figures demandées.

   a) Un triangle rectangle isocèle : ....

   b) Un triangle isocèle : ....

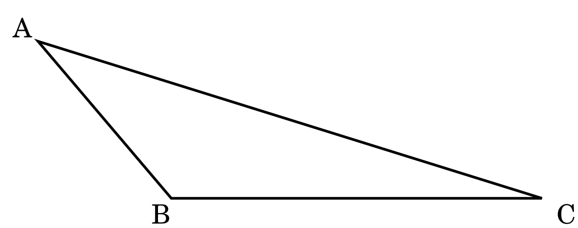
   c) Un triangle scalène : ....

   d) Un triangle équilatéral : ....



2. a) À l'aide d'un rapporteur, trouvez la mesure des trois angles du triangle ci-contre.

   N.B. – Vos mesures doivent être précises à 2° près.



   m∠A = ..., m∠B = ..., m∠C = ...

   b) Quel angle de ce triangle est obtus? ....

3. Dans la figure ci-contre, identifiez

   a) l'hypoténuse : ....

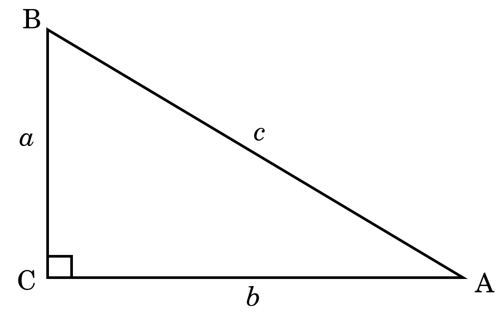
   b) un angle aigu :....................................

   c) les côtés adjacents à l'angle A :

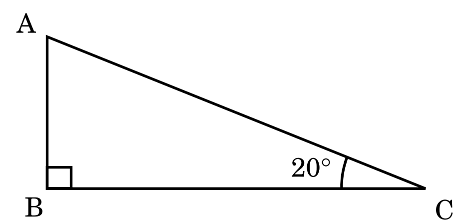
   ....

   d) le côté opposé à l'angle A : ....

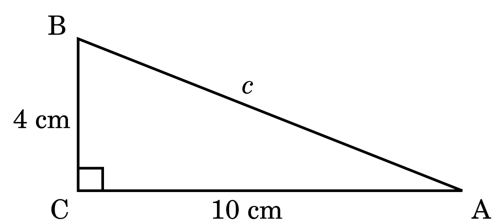
   e) l'angle droit : ....



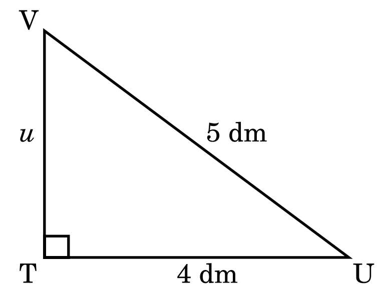
4. Soit le triangle ABC ci-contre. Sans utiliser le rapporteur, trouvez la mesure de l'angle A. La solution complète est exigée.



5. a) En vous référant à la figure ci-contre, calculez la valeur de l'hypoténuse de ce triangle rectangle en appliquant le théorème de Pythagore. Arrondissez votre résultat au centimètre près. La solution complète est exigée.



b) En vous servant du théorème de Pythagore, trouvez la mesure du côté u du triangle rectangle TUV ci-contre. La solution complète est exigée.



6. Transformez chacune des fractions suivantes en un nombre décimal. Vos résultats doivent comporter quatre chiffres à droite de la virgule.

a) $\frac{7}{16}$ = ... b) $\frac{12}{17}$ = ... c) $\frac{4}{9}$ = ...

7. En appliquant la propriété fondamentale des proportions, calculez la valeur de x dans les expressions suivantes. La solution complète est exigée. Donnez votre réponse au centième près, s'il y a lieu.

a) $\frac{725}{x} = \frac{125}{150}$ b) $\frac{x}{210} = \frac{240}{715}$

8. a) Gaétan dépose chaque semaine 75 $ dans un compte d'épargne. Le reste de son salaire hebdomadaire, qui s'élève à 250 $, sert à couvrir diverses dépenses comme le loyer, la nourriture, les transports, etc. Gaétan a décidé d'accumuler de l'argent dans son compte d'épargne en vue d'acheter un nouveau téléviseur et un magnétoscope qui représentent un achat de 925 $. S'il a déjà un montant de 150 $ dans son compte d'épargne, dans combien de semaines aura-t-il atteint la somme nécessaire? La solution complète est exigée.

b) Josiane s'amuse à faire voler un cerf-volant. Ce cerf-volant a la forme d'un quadrilatère ayant deux côtés de quarante centimètres et deux autres côtés de cinquante-cinq centimètres. Josiane se situe à cinquante mètres de sa maison et elle a utilisé toute la corde disponible. Si elle voit le cerf-volant selon un angle de 30° et si la corde qui retient le cerf-volant mesure quarante-cinq mètres de longueur, calculez à quelle hauteur des yeux de Josiane plane le cerf-volant ainsi que la distance horizontale qui la sépare de celui-ci. Les étapes de la résolution du problème et les réponses sont exigées.

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1. a) ④ b) ② ou ④ ou ⑥ c) ⑤ d) ⑥

2. a) m∠A = 32°, m∠B = 130°, m∠C = 18°.
   N.B. – La somme des mesures des trois angles d'un triangle doit égaler 180°.
   b) ∠B

3. a) c ou $\overline{AB}$ b) ∠A ou ∠B c) b et c ou $\overline{AC}$ et $\overline{AB}$
   d) a ou $\overline{BC}$ e) ∠C

4. m∠A = 90° – 20° = 70°

5. a)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 4^2 + 10^2 \\ c^2 &= 16 + 100 \\ c^2 &= 116 \\ c &= \sqrt{116} \\ c &= 10{,}77 \\ c &= 11 \text{ cm} \end{aligned}$$

   b)
$$\begin{aligned} u^2 &= t^2 - v^2 \\ u^2 &= 5^2 - 4^2 \\ u^2 &= 25 - 16 \\ u^2 &= 9 \\ u &= \sqrt{9} \\ u &= 3 \text{ cm} \end{aligned}$$

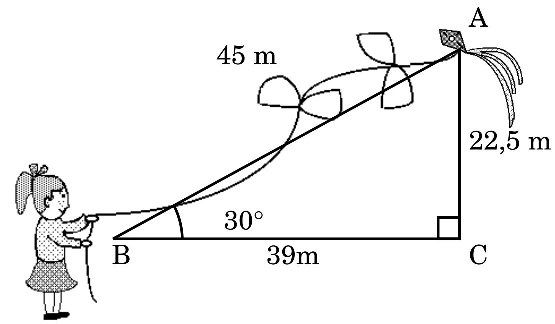
6. a) 0,437 5 b) 0,705 9 c) 0,444 4

7. a)
$$\begin{aligned} \frac{725}{x} &= \frac{125}{150} \\ 125 \times x &= 725 \times 150 \\ x &= \frac{725 \times 150}{125} \\ x &= 870 \end{aligned}$$

   b)
$$\begin{aligned} \frac{x}{210} &= \frac{240}{715} \\ x \times 715 &= 240 \times 210 \\ x &= \frac{240 \times 210}{715} \\ x &= 70{,}49 \end{aligned}$$

8. a) • Nous cherchons à déterminer le nombre de semaines pendant lesquelles Gaétan devra économiser.
- (925 \$ – 150 \$) ÷ 75 \$/sem. = $10,\overline{3}$ sem.
- Gaétan devra économiser pendant 11 semaines.

b)



- Nous cherchons à déterminer à quelle hauteur des yeux de Josiane se trouve le cerf-volant.
- La mesure du côté opposé à un angle de 30° dans un triangle rectangle est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse.

$$b = \frac{45 \text{ m}}{2} = 22{,}5 \text{ m}$$

Le cerf-volant se trouve à 22,5 m de la hauteur des yeux de Josiane.

- Nous cherchons à déterminer à quelle distance horizontale de Josiane se trouve le cerf-volant.
- La distance horizontale se calcule en appliquant le théorème de Pythagore.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$a^2 = c^2 - b^2$$
$$a^2 = 45^2 - 22{,}5^2$$
$$a^2 = 2\ 025 - 506{,}25$$
$$a^2 = 1\ 518{,}75$$
$$a = \sqrt{1\ 518{,}75}$$
$$a = 38{,}97$$

La distance horizontale séparant Josiane du cerf-volant est de 39 m.

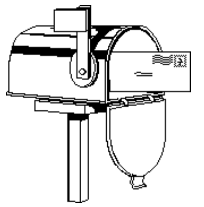
ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1. a)			8.2	8.19	Sous-module 1
b)			8.2	8.19	Sous-module 1
c)			8.2	8.19	Sous-module 1
d)			8.2	8.19	Sous-module 1
2. a)			8.2	8.21	Sous-module 1
b)			8.2	8.21	Sous-module 1
3. a)			8.2	8.25	Sous-module 1
b)			8.2	8.25	Sous-module 1
c)			8.2	8.25	Sous-module 1
d)			8.2	8.25	Sous-module 1
e)			8.2	8.25	Sous-module 1
4.			8.3	8.27	Sous-module 1
5. a)			8.4	8.30	Sous-module 1
b)			8.4	8.30	Sous-module 1
6. a)			8.5	8.36	Sous-module 3
b)			8.5	8.36	Sous-module 3
7. a)			8.6	8.38	Sous-module 4
b)			8.6	8.38	Sous-module 4
8. a)			8.1	8.4	Sous-modules 1, 5 et 6
b)			8.1	8.4	Sous-modules 1, 5 et 6

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités suggérées dans la colonne « **Révision** ». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite « **À faire avant** ».

Corrigé



SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-4103-1 ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.

- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

1° Lisez attentivement le texte et soulignez les points importants.

2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.

3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.

4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.

2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.

3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.

4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

Les devoirs

Le cours MAT-4103-1 comprend trois devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

2° Transcrivez au crayon à mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.

3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.

4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

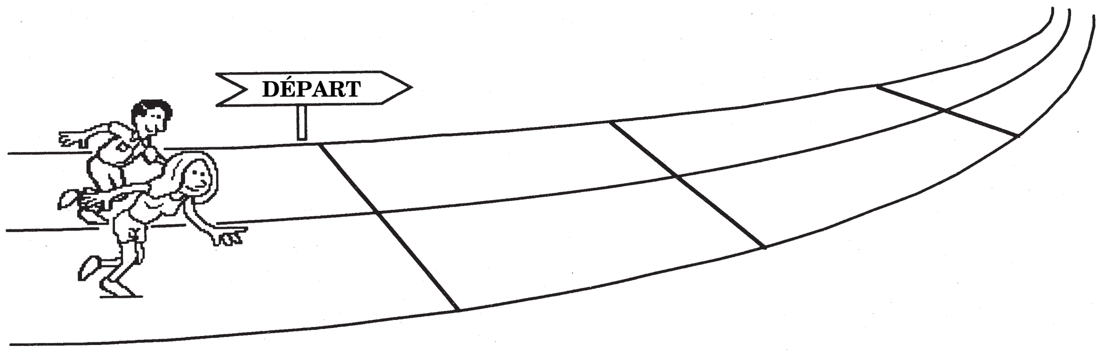
Écrivez, dans la section « Questions de l'élève », les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, si nécessaire.

Dans ce cours

Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 4.
Le devoir 2 porte sur les sous-modules 5 et 6.
Les devoirs 3 porte sur les sous-modules 1 à 6.

SANCTION

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.



SOUS-MODULE 1

TRIANGLE RECTANGLE

1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

Triangles de tous les jours

Le jeune Trigon aime bien les cerfs-volants. Son père, M. Trigon, en profite, lors d'une séance de vol du cerf-volant, pour inculquer à sa progéniture quelques notions de physique.

Il existe deux forces, lui dit-il, qui concourent à empêcher ton cerf-volant de disparaître dans le ciel sous l'effet du vent; l'une provient de la tension que tu exerces avec le bras sur la corde qui retient ton cerf-volant et l'autre est causée par l'attraction terrestre*. Ces deux forces forment avec une droite parallèle à la surface du sol un ***triangle*** rectangle (fig. 1.1).

---

* Tout objet est attiré vers le centre de la Terre. Cette force d'attraction s'exerce donc vers le bas, perpendiculairement à la surface de la Terre.

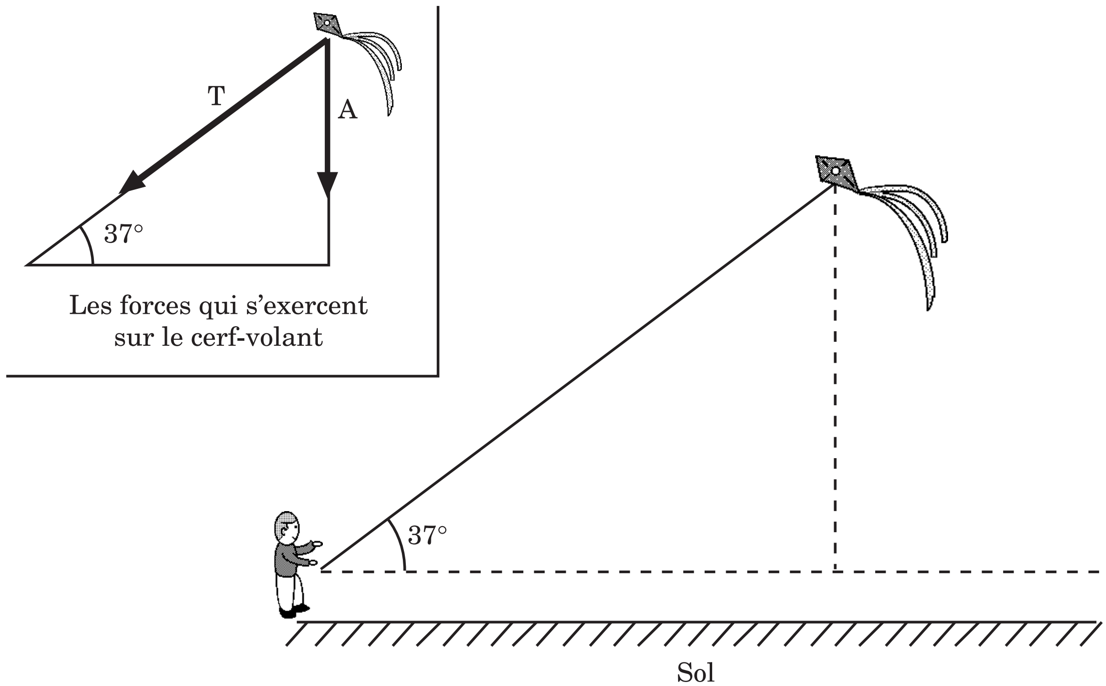


Fig. 1.1 La leçon de physique

Ainsi, nous retrouvons la forme d'un triangle rectangle chaque fois que nous projetons vers le sol une ***perpendiculaire*** et une oblique issues d'un même point au-dessus du sol. Apprendre à mesurer les côtés et les ***angles*** de ce type de triangle se révèle utile dans la vie courante pour mesurer par exemple des distances ou déterminer la mesure de divers angles.

Avez-vous remarqué à quel point les angles droits, ceux dont la mesure est 90°, sont partout présents? Le poteau qui soutient les fils électriques forme un angle droit avec le sol; l'escalier qui relie un étage à un autre s'appuie à angle droit contre le plancher et l'ensemble escalier-mur-sol constitue un triangle rectangle. Observez bien autour de vous : vous découvrirez une multitude d'angles droits et de triangles rectangles.

Le triangle est un polygone à trois côtés et à trois angles dont la somme des mesures est toujours égale à 180°. L'intersection de deux des côtés forme un sommet.
Les triangles se divisent en cinq groupes :

1° les triangles équilatéraux ont trois angles congrus de 60° et trois côtés congrus;
2° les triangles isocèles ont deux côtés et deux angles congrus;
3° les triangles rectangles ont un angle droit;
4° les triangles rectangles isocèles ont un angle droit, deux angles congrus de 45° et deux côtés congrus;
5° les triangles scalènes ont trois côtés et trois angles non congrus.

Nous savons qu'un triangle rectangle est un triangle dont l'un des angles mesure 90°. Il est important de se rappeler que le côté opposé à l'angle droit se nomme ***hypoténuse***.

Le triangle étant le polygone le plus simple qui soit, n'importe quel polygone peut être décomposé en triangles par le tracé de diagonales convenables à l'intérieur de la figure (fig. 1.2). De plus, en abaissant une perpendiculaire d'un sommet de chacun des trois types de triangles (équilatéral, isocèle ou scalène), nous obtenons finalement des triangles rectangles (fig. 1.2).

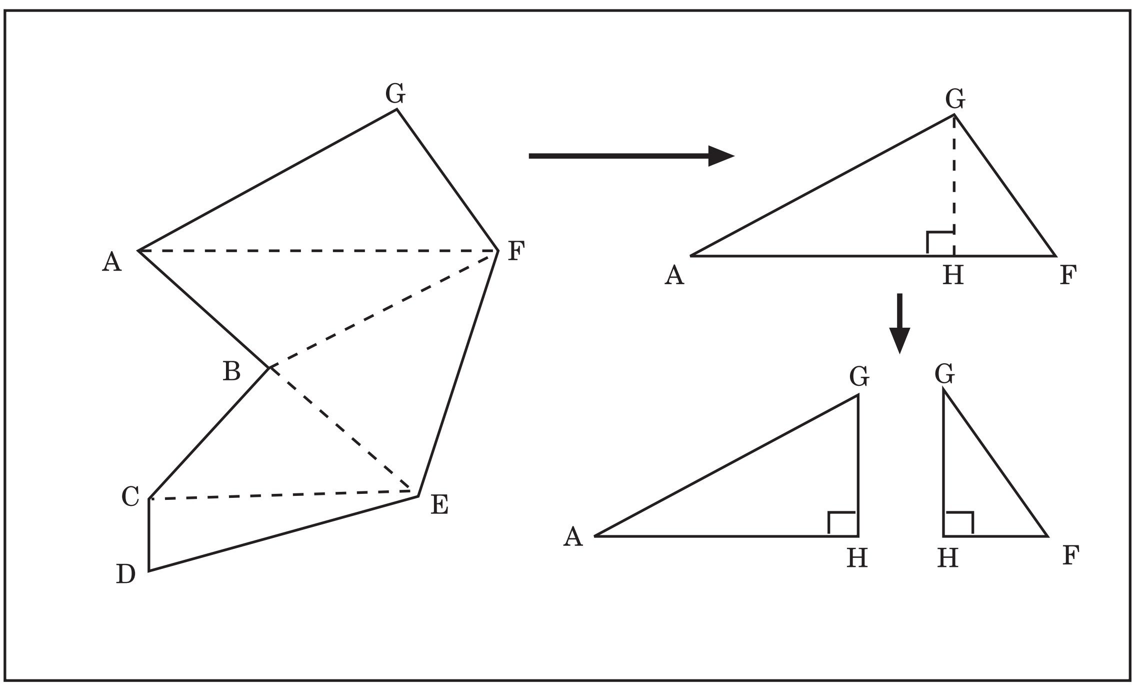


Fig. 1.2 Décomposition de polygones en triangles rectangles

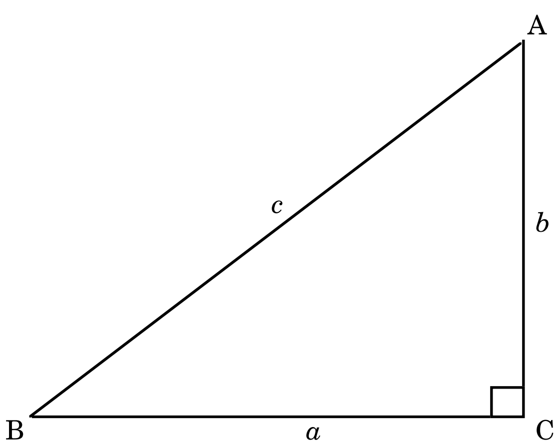
L'étude des diverses formes géométriques, en arpentage ou en aménagement paysager par exemple, se ramène souvent à l'étude du triangle rectangle.

Pour atteindre l'objectif de ce sous-module, vous devrez être capable de résoudre des problèmes renfermant des triangles rectangles dont la mesure d'un angle aigu et celles de deux des côtés sont connues. Dans le cas de triangles rectangles dont l'un des angles aigus mesure 30° ou 45°, vous devrez être capable de résoudre ces problèmes en connaissant uniquement la mesure d'un seul côté du triangle rectangle.

Résoudre des problèmes renfermant des triangles signifie que nous devons trouver la mesure de leurs six éléments, c'est-à-dire la mesure des trois côtés et des trois angles.

rappel

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit du triangle rectangle. C'est le côté le plus long du triangle.
Un angle aigu est un angle dont la mesure est inférieure à 90°.
Le côté opposé à un angle aigu est le côté du triangle situé en face de cet angle.
Le côté de l'angle droit adjacent à un angle est le côté du triangle commun à l'angle droit et à cet angle.



c : *hypoténuse*

a : *côté opposé à l'angle A*
ou
côté adjacent à l'angle B

b : *côté opposé à l'angle B*
ou
côté adjacent à l'angle A

Fig. 1.3 Triangle rectangle en C

Les angles sont mesurés en ***degrés***. Nous devons à Hipparque d'Alexandrie (II[e] siècle avant J.-C.) l'introduction de cette unité de mesure dans le monde occidental. Il divisa un cercle en 360 parties nommées « degrés ». Chacun des degrés est divisible en 60 minutes de 60 secondes chacune. Jusque-là, cette façon de diviser par 60, dite **système sexagésimal**, n'était utilisée que par les Babyloniens. Cette unité de mesure se compare à notre façon de mesurer le temps; la journée est partagée en 24 heures divisibles à leur tour en 60 minutes qui comprennent chacune 60 secondes. Évidemment, la précision est plus grande lorsque nous disons qu'il est 2 heures 4 minutes 30 secondes que lorsque nous disons qu'il est 2 heures. Il s'agit donc d'un système de mesures très précis.

1 degré = $\frac{1}{360}$ de cercle et s'écrit 1°.

1 minute = $\frac{1}{60}$ de degré et s'écrit 1'.

1 seconde = $\frac{1}{60}$ de minute et s'écrit 1".

Exemple 1

L'angle A mesure 22°, soit $\frac{22}{360}$ portions du cercle.

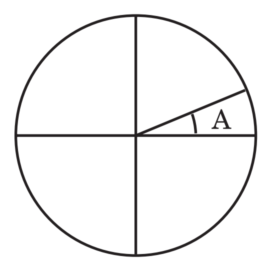


Fig. 1.4 Mesure d'une portion d'un cercle

Les angles peuvent aussi être écrits sous forme décimale. En effet, soit un angle dont la mesure est 20° 15'. Si nous voulons convertir cette mesure sous forme décimale, nous devons faire comme suit :
15' ÷ 60' = 0,25; donc, 20° 15' = 20,25°.

Nous pouvons aussi faire l'opération inverse. Soit un angle de 65,32° à convertir en degrés, minutes, secondes.

- Nous devons d'abord calculer à combien de minutes correspondent 0,32°.
$\frac{32}{100} \times 60' = 19{,}2'$

- Nous conservons les 19' et nous calculons à combien de secondes correspondent 0,2'.
$\frac{2}{10} \times 60'' = 12''$

- Alors, 65,32° = 65° 19' 12''.

Simple, n'est-ce pas? Voyons maintenant si vous êtes capable de faire ces conversions et si vous maîtrisez le vocabulaire qui se rapporte au triangle rectangle.

Exercice 1.1

1. Combien de degrés mesure $\frac{1}{4}$ de cercle? ....

2. Convertissez en degrés et en minutes les mesures des angles suivants exprimées en minutes ou en secondes.

   a) 150' = ... b) 162 000'' = ... c) 1 830' = ...

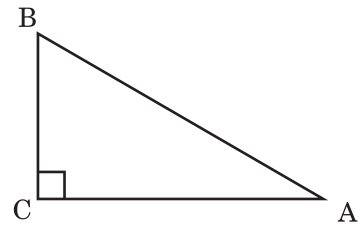
3. Convertissez sous forme décimale les mesures des angles suivants.

   a) 32° 15' = ... b) 53° 32' 24'' = ...

4. Convertissez en degrés, minutes, secondes les mesures d'angles suivants.

   a) 72,2° = ... b) 18,32° = ...

5. À l'aide d'une règle graduée, mesurez :



   a) l'hypoténuse du triangle rectangle ABC. ....

   b) le côté opposé à l'angle de 30°. ....

Il y a bien longtemps que l'humanité s'intéresse aux mesures des éléments du triangle rectangle. Les Babyloniens savaient déjà ce qui fit la renommée de Pythagore : « Si c est la mesure de l'hypoténuse d'un triangle rectangle et si a et b sont les mesures des côtés de l'angle droit, alors $c^2 = a^2 + b^2$. » C'est le célèbre ***théorème de Pythagore.***

Dans un triangle rectangle, le ***carré*** de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des deux autres côtés.
Si $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$, alors :

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$
$$25 = 9 + 16$$
$$25 = 25$$

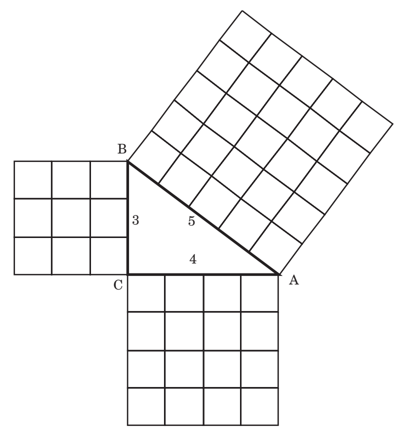


Fig. 1.5 Illustration du théorème de Pythagore

Dans tout triangle ABC, la mesure du segment qui relie le sommet A au sommet B est notée par m$\overline{\text{AB}}$ ou par la lettre minuscule de l'angle qui lui est opposé, c'est-à-dire c.

$$\text{m}\overline{\text{AB}} = \text{m}\overline{\text{BA}} = c$$
$$\text{m}\overline{\text{BC}} = \text{m}\overline{\text{CB}} = a$$
$$\text{m}\overline{\text{AC}} = \text{m}\overline{\text{CA}} = b$$

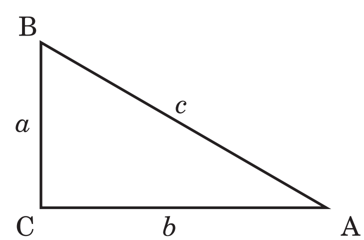


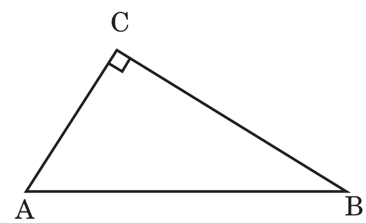
Fig. 1.6 Mesures des côtés d'un triangle rectangle

Nous notons la mesure d'un angle, par exemple l'angle A, par le symbole m∠A qui se lit : mesure de l'angle A. L'utilisation du rapporteur est essentielle en trigonométrie; allons-y donc de quelques petits exercices de mesure pour nous remettre à jour dans l'utilisation de cet instrument.

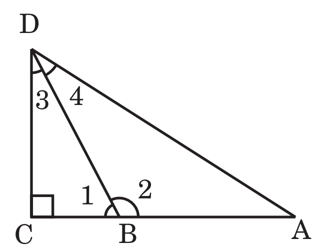
Exercice 1.2

1. À l'aide d'un rapporteur, mesurez les trois angles de chacun des triangles suivants, puis additionnez les mesures de ces angles intérieurs au degré près.

   a) m∠A = ...
   m∠B = ...
   m∠C = ...
   m∠A + m∠B + m∠C = ...



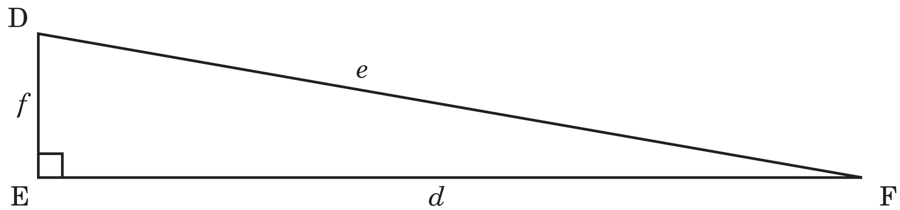
   b) m∠A = ...
   m∠2 = ...
   m∠C = ...
   m∠3 = ...
   m∠4 = ...
   m∠A + m∠2 + m∠4 = ...
   m∠A + m∠C + (m∠3 + m∠4) = ...



2. Combien de minutes y a-t-il dans 0,6° ? ....

3. Mesurez chacun des côtés de ces triangles rectangles et vérifiez le théorème de Pythagore. (Les mesures et le calcul sont considérés comme exacts à la deuxième décimale.)

a)

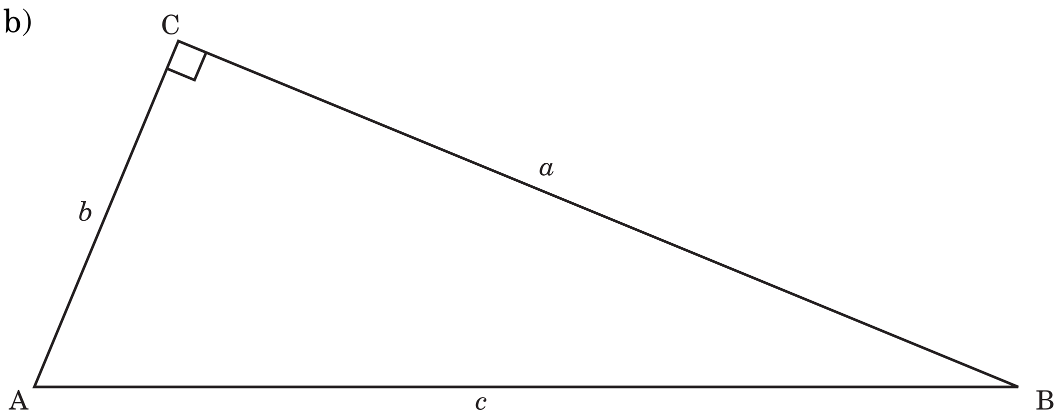


d = ... $e^2 = d^2 + f^2$

e = ...

f = ...

b)



a = ... $c^2 = a^2 + b^2$

b = ...

c = ...

4. Ces trois nombres peuvent-ils être les mesures des côtés d'un triangle rectangle? Dites pourquoi en utilisant le théorème de Pythagore.

   a) 17, 144, 145 b) 8, 10, 15

Le théorème de Pythagore permet de calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle quand les mesures des deux autres côtés sont connues.

Exemple 2

Vous parcourez 25 km en direction de l'est, puis vous tournez à 90° vers le sud et franchissez une distance de 50 km; calculez la distance à vol d'oiseau entre votre point de départ A et le point d'arrivée B.

La figure 1.7 représente votre trajet à une échelle de 1 cm $\triangleq$ 10 km.

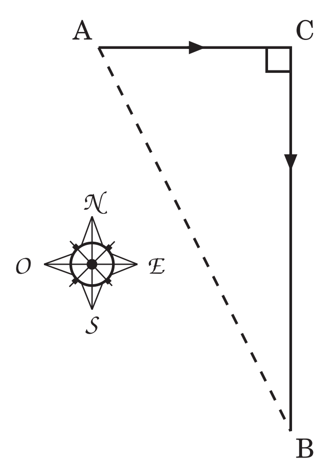


Fig. 1.7 Graphique de votre trajet

La distance entre A et B de ce trajet est en réalité l'hypoténuse d'un triangle rectangle formé par la ligne pointillée unissant votre point de départ au point d'arrivée. Ainsi, nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore au calcul de la distance entre ces deux points.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 25^2 + 50^2$$
$$c^2 = 625 + 2\ 500$$
$$c^2 = 3\ 125$$
$$c = \sqrt{3\ 125}$$
$$c = 55{,}901\ 699\ldots$$

La distance à vol d'oiseau est de 56 km, au kilomètre près.

Voyons si vous avez compris la leçon de Pythagore.

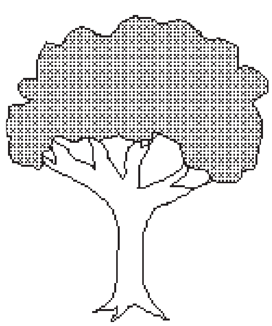
Exercice 1.3

1. Un arbre penché est redressé au moyen d'un hauban fixé au tronc à 1,5 m du sol; l'autre extrémité du hauban est maintenue au sol par un piquet placé à 3 m du tronc.

   a) Tracez un schéma à l'échelle de cette situation.

   b) Déterminez au moyen du théorème de Pythagore la longueur de la corde qui sert à redresser l'arbre. Donnez votre réponse au dixième près.

a)



b)

2. Une porte de verre mesure 3 m de hauteur sur 1 m de largeur. Déterminez la mesure de sa diagonale au centième près.

rappel

L'hypoténuse est le plus long des côtés d'un triangle rectangle puisque ce côté est constitué par la somme des mesures des carrés des deux autres côtés. Ainsi :

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c > a$$
$$c > b$$

De plus, puisque, dans tout triangle, la somme des mesures des angles intérieurs est toujours égale à 180°, les deux angles qui ne sont pas droits sont des angles aigus.

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$$
$$m\angle A + m\angle B + 90° = 180°$$
$$\text{d'où, } m\angle A = 90° - m\angle B$$
$$m\angle B = 90° - m\angle A$$

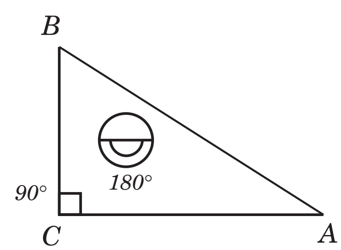


Fig. 1.8 Calculs de la mesure des angles d'un triangle rectangle

Lorsque nous connaissons la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle, nous pouvons déduire la mesure de l'autre angle aigu. Ces deux angles aigus sont dits « complémentaires » : autrement dit, la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Exemple 3

$m\angle A = 90° - m\angle B$

$m\angle A = 90° - 39°$

$m\angle A = 51°$

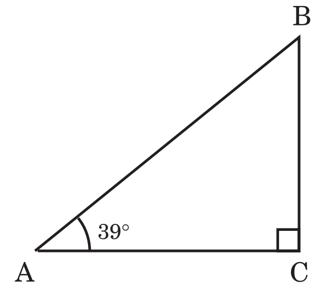


Fig. 1.9 Triangle rectangle ABC

Saurez-vous tracer des triangles rectangles en vous basant sur la mesure de certains de leurs côtés ou de leurs angles? L'exercice suivant démontrera si vous avez acquis cette capacité essentielle à la poursuite de vos apprentissages.

Exercice 1.4

1. a) Les côtés $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ et $\overline{AB}$ d'un triangle rectangle mesurent respectivement 11cm, 60 cm et 61 cm. Construisez ce triangle à l'aide d'une équerre et d'une règle.
   Échelle suggérée : 1 cm $\triangleq$ 10 cm.

   b) Quelles sont les mesures des trois angles du triangle précédent?

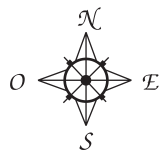
   $m\angle A$ = ... , $m\angle B$ = ... , $m\angle C$ = ...

2. Une échelle $\overline{AB}$ de 6,4 m est posée contre un mur $\overline{BC}$. Le pied A de l'échelle est à 3,2 m du mur. Calculez la hauteur à laquelle s'appuie cette échelle contre le mur, représentez-la à une échelle de 1 cm $\triangleq$ 1 m et mesurez les angles formés par ce triangle.

m∠A = ... , m∠B = ... , m∠C = ...

3. Un cerf-volant B flotte à 14 m au-dessus du sol. La corde $\overline{AB}$ qui le retient mesure 20 m. En abaissant une perpendiculaire du cerf-volant au sol, déterminez la distance qui sépare le point C où cette perpendiculaire touche le sol de la personne A qui retient le cerf-volant en prenant soin de tracer le triangle rectangle représentant cette situation.

4. Deux cyclistes quittent simultanément le même endroit. L'un se dirige plein sud à 10 km/h, l'autre file droit vers l'est à 14 km/h. Déterminez la distance qui les sépare après $2\frac{1}{2}$ heures.



Nous affirmions au début de ce sous-module que les triangles rectangles sont présents un peu partout. Voici donc deux triangles rectangles que nous rencontrons souvent en construction.

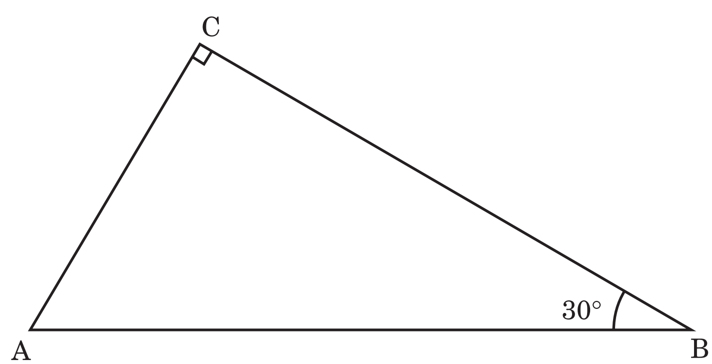


Fig. 1.10 Triangle rectangle dont l'un des angles aigus mesure 30°

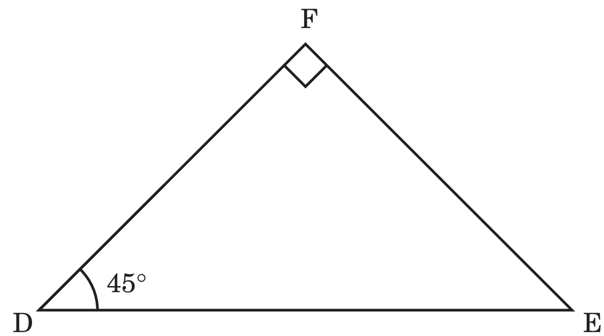


Fig. 1.11 Triangle rectangle dont l'un des angles aigus mesure 45°

Ces triangles rectangles sont d'une utilisation si fréquente que vous les retrouvez dans vos ensembles de géométrie sous forme d'équerres.

Observez attentivement les mesures des côtés et des angles de ces triangles et écrivez dans les espaces laissés en blanc les mesures manquantes.

m∠A = ... , m∠B = 30°, m∠C = ...

a = ... , b = ... , c = ...

$\left.\right\} \dfrac{b}{c}$ = ...

m∠D = 45°, m∠E = ... , m∠F = ...

d = ... , e = ... , f = ...

$\left.\right\} \dfrac{d}{e}$ = ...

Que déduisez-vous de l'observation de ces mesures?

....

....

Vous pourrez vérifier dans les exercices suivants si vos déductions sont exactes.

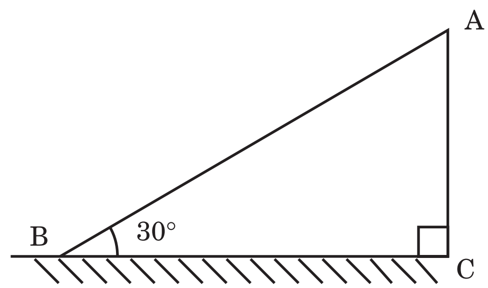
Exercice 1.5

1. a) Mesurez les angles et les côtés du triangle rectangle de la figure ci-dessous.

m∠A = ... , a = ...

m∠B = 30° , b = ...

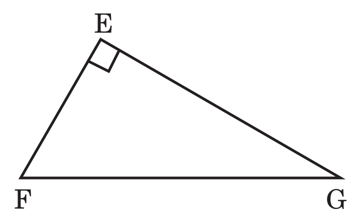
m∠C = ... , c = ...



b) Quel est le rapport du côté opposé à l'angle de 30° avec l'hypoténuse?

$\frac{b}{c}$ =

2. a) Mesurez les angles et les côtés de ce triangle.



m∠E = ... , e = ...

m∠F = ... , f = ...

m∠G = ... , g = ...

b) Calculez $\frac{g}{e}$ =

3. Quel lien établissez-vous entre la mesure du côté opposé à l'angle de 30° dans un triangle rectangle et la mesure de l'hypoténuse?

....

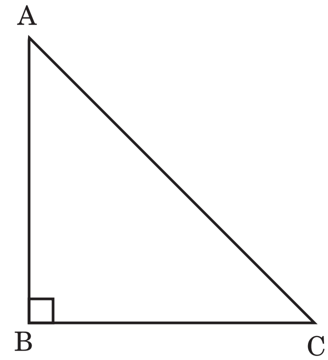
....

4. a) Mesurez les angles et les côtés de ce triangle.

m∠A = ... , a = ...

m∠B = ... , b = ...

m∠C = ... , c = ...



b) Quel lien établissez-vous entre les angles aigus de ce triangle et les côtés opposés à ses angles?

....

....

Complétons ce sous-module par une étude plus approfondie des différentes relations qui peuvent exister entre les côtés de ces deux triangles rectangles particuliers.

Considérons le triangle équilatéral suivant dont la mesure des côtés est 1 unité.

rappel

Tout triangle équilatéral a trois côtés congrus. Les trois côtés congrus sont opposés à des angles congrus qui mesurent 60°.

$a = b = c = 1$

m∠A = m∠B = m∠C = 60°

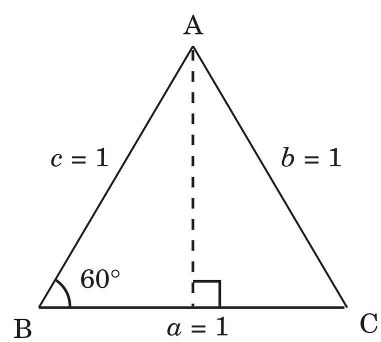


Fig. 1.12 Triangle équilatéral ABC

D'un sommet du triangle équilatéral ABC, prenons A, abaissons une perpendiculaire sur le côté opposé. Soit $\overline{AD}$ cette perpendiculaire. Nous obtenons ainsi les deux triangles rectangles ABD et ADC. Ces deux triangles sont congrus par A-C-A.

rappel

Deux triangles sont congrus s'ils ont un côté congrus compris entre deux angles congrus deux à deux.

1° $b = c = 1$

2° $m\angle B = m\angle C = 60°$, par définition;

3° $m\angle BAD = m\angle DAC = 90° - 60° = 30°$, car les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

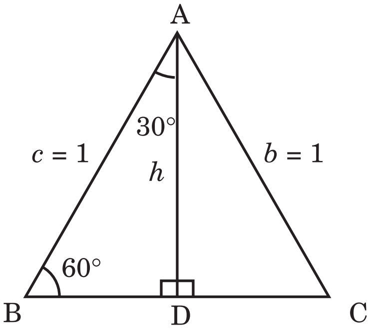


Fig. 1.13 Triangle équilatéral ABC divisé en deux triangles rectangles

Trouvons maintenant les mesures des côtés du triangle rectangle ABD.

1° $\overline{AB}$ est l'hypoténuse du triangle rectangle et $m\overline{AB} = 1$;

2° $m\overline{BD} = \frac{1}{2}$, car $m\overline{BD} = m\overline{DC} = \frac{1}{2}\, m\overline{BC}$ et $m\overline{BC} = 1$;

3° $m\overline{AD}^2 = m\overline{AB}^2 - m\overline{BD}^2$ (Théorème de Pythagore)

$$m\overline{AD}^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$m\overline{AD}^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$m\overline{AD}^2 = \frac{3}{4}$$

$$m\overline{AD} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$$

$$m\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } 0{,}866$$

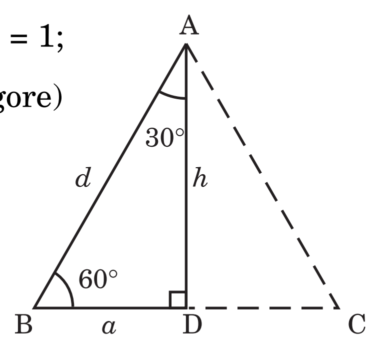
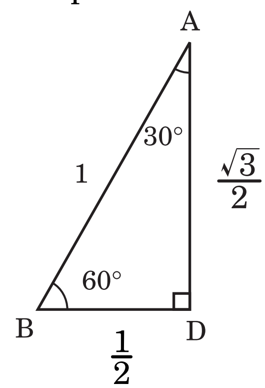


Fig. 1.14 Triangle rectangle ABD issu du triangle équilatéral ABC

Les mesures des côtés des deux triangles rectangles engendrés par la division du triangle équilatéral sont donc 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



- Le côté opposé à l'angle de 30° mesure $\frac{1}{2}$.
- Le côté adjacent à l'angle de 30° mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Le côté opposé à l'angle de 60° mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Le côté adjacent à l'angle de 60° mesure $\frac{1}{2}$.

Fig. 1.15 Mesures des côtés du triangle rectangle ABD issu du triangle équilatéral ABC

Ainsi, à partir de l'observation de la division de ce triangle équilatéral, nous pouvons formuler un premier théorème sur les triangles.

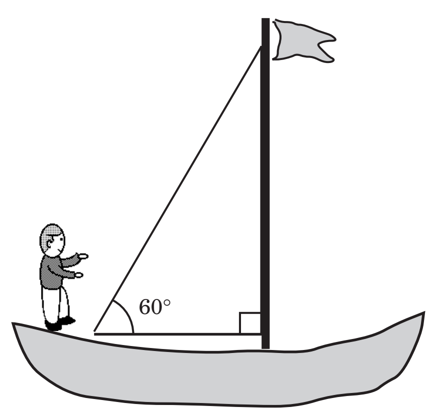
Théorème 1

Dans tout triangle rectangle, la mesure du côté opposé à l'angle de 30° est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse et la mesure du côté adjacent est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × la mesure de l'hypoténuse.

Appliquez ce théorème à la résolution des problèmes suivants.

Exercice 1.6

1. Lorsque Martin est à 2,2 m du pied du mât de son voilier, il mesure un angle de 60° de sa position par rapport à l'extrémité du mât.



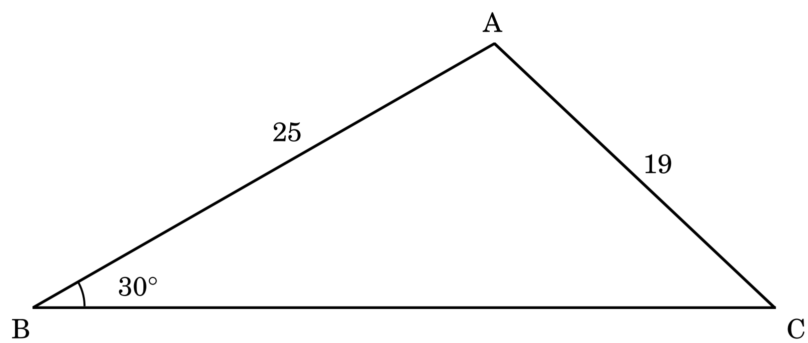
a) Quelle est la mesure du troisième angle formé par le segment de droite qui relie l'extrémité du mât et la position de Martin? ....

b) Quelle est la mesure de l'hypoténuse de ce triangle rectangle?

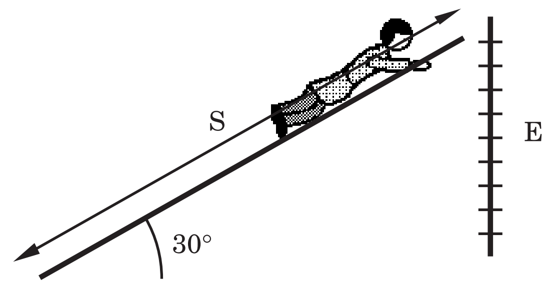
....

c) Quelle est la hauteur du mât du voilier? ....

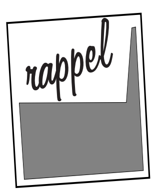
2. Calculez la mesure du troisième côté BC du triangle quelconque ci-dessous. Suggestion : vous pouvez décomposer la figure en deux triangles rectangles.



3. D'après les normes de sécurité, la pente d'une glissade ne doit pas dépasser un angle de 30°. Pour que ces normes soient respectées, quelle sera la hauteur de l'échelle E si la surface S doit avoir une longueur de 50 m?



Considérons maintenant le triangle rectangle **isocèle** de la figure 1.16 dont l'hypoténuse mesure *c*.



Tout triangle isocèle a deux côtés congrus.
Les deux côtés congrus sont opposés à des angles congrus.

$a = b$

$m\angle A = m\angle B = \dfrac{180° - 90°}{2} = 45°$

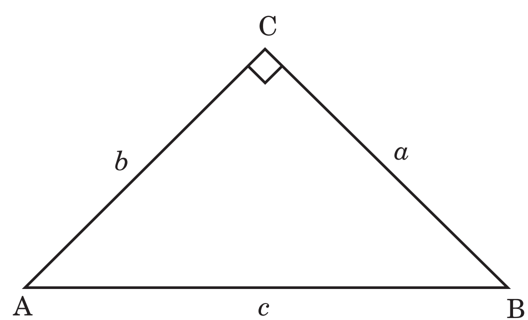


Fig. 1.16 Triangle rectangle isocèle ABC

Appliquons le théorème de Pythagore à ce triangle.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 + a^2 = c^2$$
$$2a^2 = c^2$$
$$a^2 = \frac{c^2}{2}$$
$$a = \sqrt{\frac{c^2}{2}}$$
$$a = \frac{c}{\sqrt{2}}$$
$$a = \frac{c}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$a = \frac{c\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \frac{\sqrt{2}}{2}c$$

N.B. – Nous avons multiplié par $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ afin de rendre le dénominateur rationnel, car il est plus facile de diviser par 2 que par $\sqrt{2}$ qui égale 1,414... .

- Le côté opposé à l'angle de 45° mesure $\frac{\sqrt{2}}{2}c$.

  Nous pouvons faire la même déduction pour la mesure de l'hypoténuse.Ainsi:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = a^2 + a^2$$
$$c^2 = 2a^2$$
$$c = \sqrt{2a^2}$$
$$c = \sqrt{2} \times a$$

- L'hypoténuse mesure $\sqrt{2} \times a$ ou $\sqrt{2} \times b$.

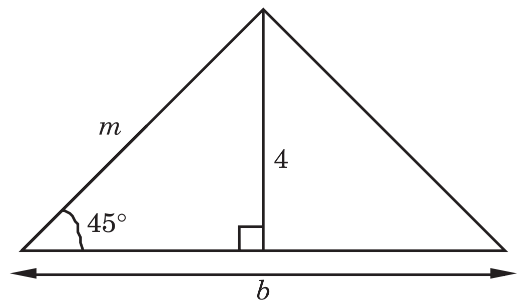
Théorème 2

Dans tout triangle rectangle isocèle, la mesure du côté opposé à l'angle de 45° est égale à $\frac{\sqrt{2}}{2} \times$ la mesure de l'hypoténuse et la mesure de l'hypoténuse est égale à $\sqrt{2} \times$ la mesure du côté opposé à l'angle de 45°.

Vite un petit problème qui nous permettra d'appliquer immédiatement ce deuxième théorème sur les triangles rectangles!

Exercice 1.7

Le pignon de votre maison a une inclinaison de 45°. Si la hauteur de ce pignon est de 4 m, quelle sera la mesure de la base *b* et de la ***pente*** *m* du toit?



Ainsi, nous pouvons conclure que, lorsque nous nous trouvons devant un triangle rectangle dont nous connaissons la mesure d'un seul côté, il nous est possible de déterminer la mesure de ses deux autres côtés si l'un des angles aigus mesure 30° ou 45°. Observons l'exemple suivant.

Exemple 4

Trouvons les mesures manquantes dans le triangle ci-contre.

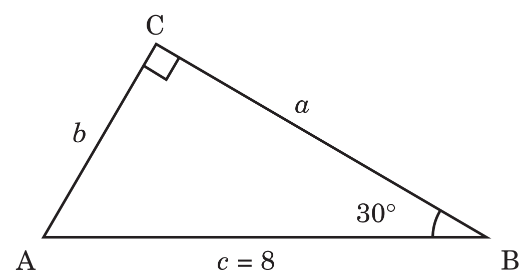


Fig. 1.17 Triangle rectangle dont un angle aigu mesure 30°

1° Nous savons que m∠B = 30° et m∠C = 90°; alors :
m∠A = 90° – 30° = 60°.

2° b est égal à la moitié de la mesure de l'hypoténuse; alors :
$$b = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

3° a est égal à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × mesure de l'hypoténuse; alors :
$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 \approx 6{,}93$$
a = 6,93.

N.B. – Nous arrondissons en fonction du contexte du problème. Par exemple, si la mesure d'un côté est donnée en mètres, nous arrondissons généralement au centimètre près (au centième près). Par contre, si la mesure est donnée en centimètres, nous arrondissons généralement au millimètre près (au dixième près). Toutefois, lorsque une grande précision n'est pas requise, nous pouvons arrondir à l'unité près.

La même démarche peut s'appliquer à un triangle affecté d'un angle aigu de 45°.

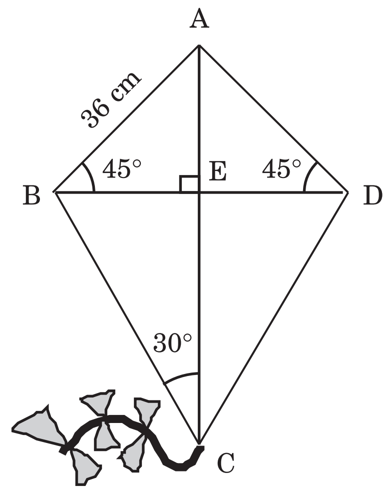
Voilà, vous avez fait en quelque sorte le tour du triangle rectangle. Vous êtes prêt à aborder des problèmes plus costauds? Si un doute quelconque se glisse dans votre esprit au cours des exercices de consolidation qui suivent, n'hésitez pas à revoir les notions précédentes.

Saviez-vous que...

... les Égyptiens furent de bons arpenteurs? L'impôt prélevé par les pharaons étant fixé d'après la grandeur du champ cultivé, il fallait mesurer les terrains avec précision et en calculer la superficie. C'est donc par le moyen de l'arpentage que les Égyptiens apprirent les rudiments de la géométrie.

1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Voici un cerf-volant dont la forme est donnée par le quadrilatère ABCD. Si la mesure du segment AB de ce cerf-volant est de 36 cm, déterminez les mesures des segments ci-dessous.
   N.B. – Arrondissez vos réponses au dixième de centimètre près.



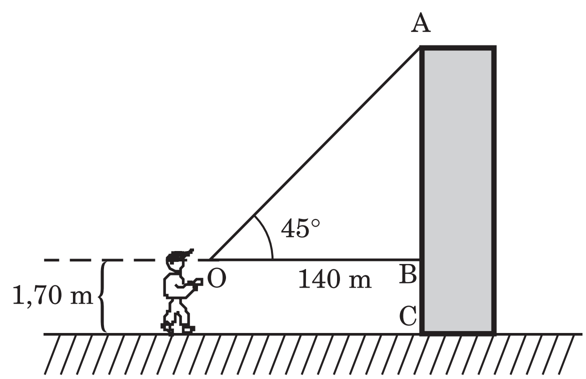
m$\overline{AE}$ = ...

m$\overline{BE}$ = ...

m$\overline{BC}$ = ...

m$\overline{EC}$ = ...

2. L'angle sous lequel on observe le sommet d'une tour est de 45° et la distance entre l'observateur et la base de la tour est de 140 m.
   N.B. – Donnez vos réponses au dixième de mètre près.

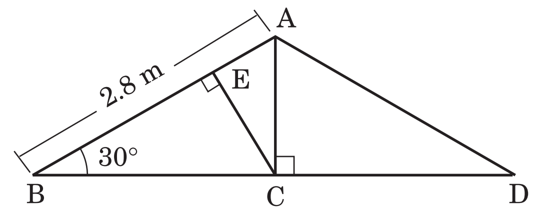


   a) Quelle est la hauteur de cette tour? ....

   b) Quelle est la distance entre l'oeil de l'observateur et le sommet de la tour?

   ....

3. Un menuisier fabrique des chevrons pour le toit d'une remise qui a un angle d'inclinaison de 30°.
   N.B. – Donnez vos réponses au dixième de mètre près.



a) Quelle est la mesure de la hauteur $\overline{AC}$ du toit?

....

b) Quelle est la mesure de la largeur $\overline{BD}$ de la remise?

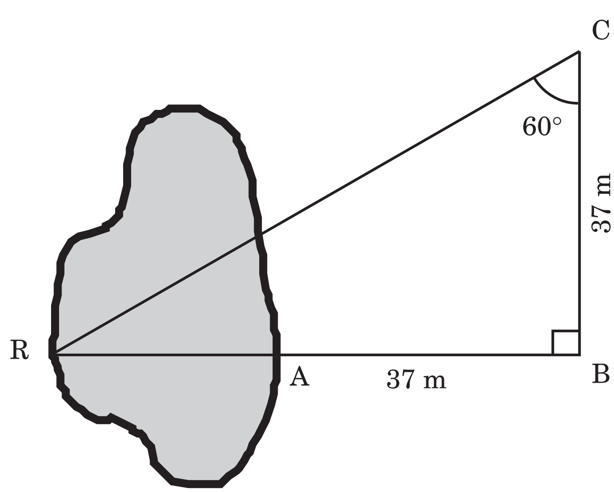
....

....

c) Quelle est la mesure de $\overline{CE}$?

....

4. Un étudiant en arpentage veut connaître la largeur $\overline{RA}$ d'un marais. Pour ce faire, il se place en un point A vis-à-vis d'un repère R situé sur la berge opposée du marais. Il recule ensuite de 37 m jusqu'en B, puis pivote de 90° et continue son trajet sur 37 m. Le voici au point C d'où il calcule que la mesure de l'angle RCB est 60°. Déterminez la largeur du marais au mètre près.



m$\overline{RA}$ = ...

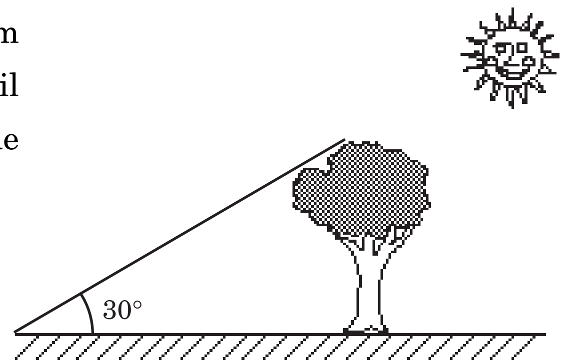
1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

1. Que signifie résoudre un problème basé sur un triangle?

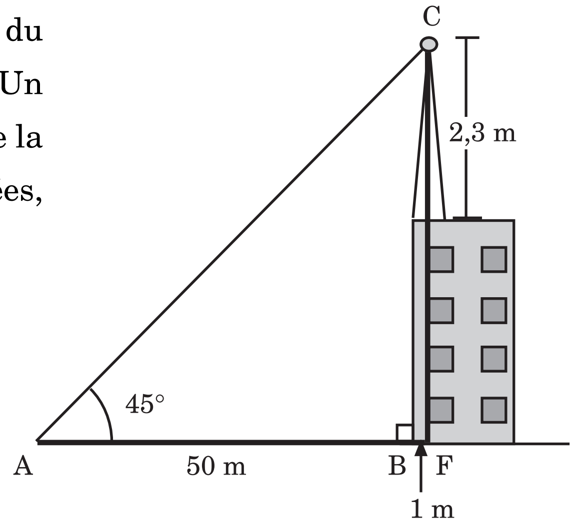
   ....

   ....

2. Un arbre projette une ombre de 6 m lorsque l'angle d'élévation du soleil est 30°. Quelle est la hauteur de l'arbre?



3. L'antenne placée à 1 m du bord du toit d'une maison mesure 2,3 m. Un observateur A est placé à 50 m de la maison. Connaissant ces données, pouvez-vous l'aider...



a) à déterminer la hauteur de l'édifice?

b) à déterminer au dixième de mètre près à quelle distance il se trouve du sommet de l'antenne, soit la mesure de $\overline{AC}$?

1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

Quartiers de lune

Voici un petit défi pour les arpenteurs-géomètres en herbe.

Sur les côtés opposés à l'hypoténuse d'un triangle rectangle, nous construisons deux demi-cercles.

À quoi est égale l'aire ombrée?

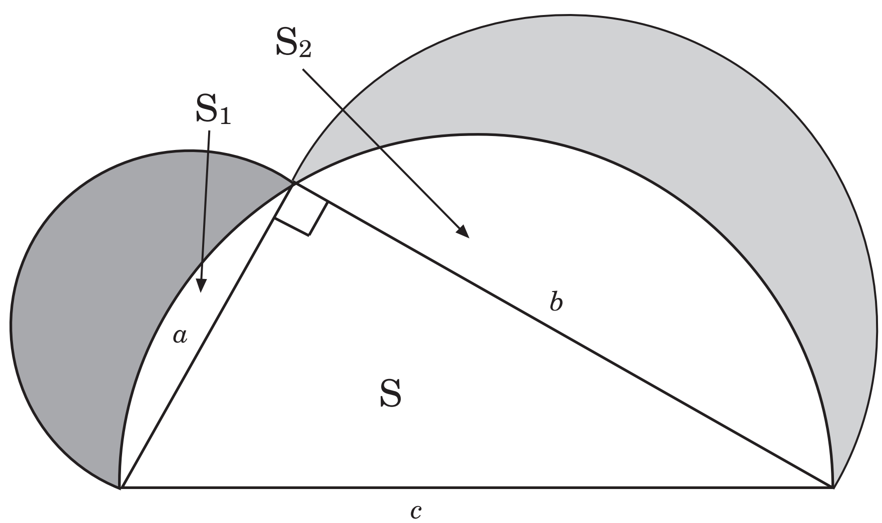


Fig. 1.18 Demi-cercles construits sur les côtés formant l'angle droit d'un triangle rectangle.

