

# LES NOMBRES DÉCIMAUX ET LE POURCENTAGE

MAT-1007-2



sofad



**MAT-1007-2**

**LES NOMBRES**

**DÉCIMAUX**

**ET LE**

**POURCENTAGE**

**sofad**

*Rédactrice : Suzie Asselin*

*Réviseurs du contenu : Jean-Paul Groleau*

*Daniel Gélineau*

*Mireille Moisan-Sanscartier*

*Mise à jour : Jean-Paul Groleau*

*Réviseuses linguistiques : Marie Rose Vianna*

*Francine Cardinal*

*Consultant en andragogie : Serge Vallières*

*Coordonnateur pour la DGRDFD : Jean-Paul Groleau*

*Coordonnateur pour la DFGA : Ronald Côté*

*Photocomposition et montage : Multitexte Plus*

*Édition électronique de la mise à jour : L'atelier du Mac inc.*

*Réimpression : 2000*

© Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec

Tous droits de traduction et d'adaptation, en totalité ou en partie, réservés pour tous pays. Toute reproduction, par procédé mécanique ou électronique, y compris la micro-reproduction, est interdite sans l'autorisation écrite d'un représentant dûment autorisé de la Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec (SOFAD).

Dépôt légal – 1997

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-2-89493-115-8

## TABLE DES MATIÈRES

Présentation de l'ordinogramme .....	0.6
Ordinogramme du programme .....	0.7
Comment utiliser ce guide? .....	0.8
Introduction générale .....	0.11
Objectifs intermédiaires et terminaux du module.....	0.13
Épreuve diagnostique sur les préalables .....	0.19
Corrigé de l'épreuve diagnostique sur les préalables .....	0.25
Analyse des résultats de l'épreuve diagnostique .....	0.27
Suivez-vous ce cours en formation à distance? .....	0.29

### SOUS-MODULES

1. Équivalence entre une fraction ou un nombre fractionnaire et un nombre décimal .....	1.1
2. Arrondir un nombre décimal .....	2.1
3. Multiplication ou division d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000 ou 10 000 .....	3.1
4. Somme de deux nombres décimaux .....	4.1
5. Différence entre deux nombres décimaux .....	5.1
6. Produit de deux nombres décimaux .....	6.1
7. Quotient de deux nombres décimaux .....	7.1
8. Priorité des opérations sur les nombres décimaux et les nombres fractionnaires .....	8.1
9. Résolution de problèmes de la vie courante axés sur des calculs renfermant des nombres décimaux et des nombres fractionnaires .....	9.1
10. Conversion d'un pourcentage donné en un rapport sur 100 .....	10.1
11. Transformation d'un pourcentage en un nombre décimal et vice versa .....	11.1

---

12. Transformation d'un pourcentage en une fraction et vice versa .....	12.1
13. Résolution de problèmes de la vie courante axés sur des calculs de pourcentage .....	13.1
Synthèse finale .....	14.1
Corrigé de la synthèse finale .....	14.4
Ojectifs terminaux .....	14.6
Épreuve d'autoévaluation .....	14.9
Corrigé de l'épreuve d'autoévaluation .....	14.15
Analyse des résultats de l'épreuve d'autoévaluation .....	14.19
Évaluation finale .....	14.20
Corrigé des exercices .....	14.21
Glossaire .....	14.75
Liste des symboles .....	14.81
Bibliographie .....	14.82
Activités de révision .....	15.1



## PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

### BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, trois voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

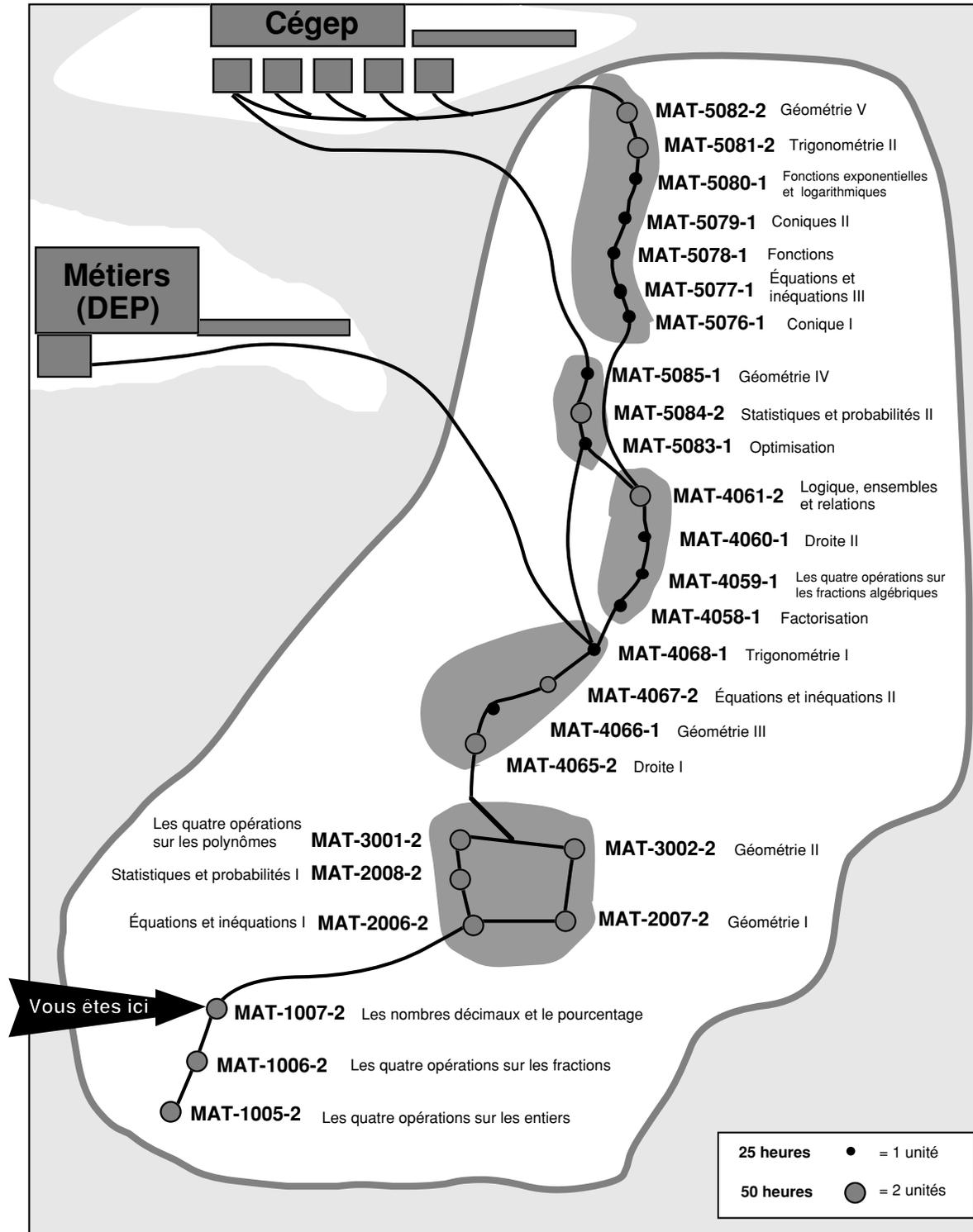
La première voie, la route MAT-4068-1 (GSM-144), vous permet d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

La seconde, la route MAT-5085-1 (GSM-153), vous permet d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

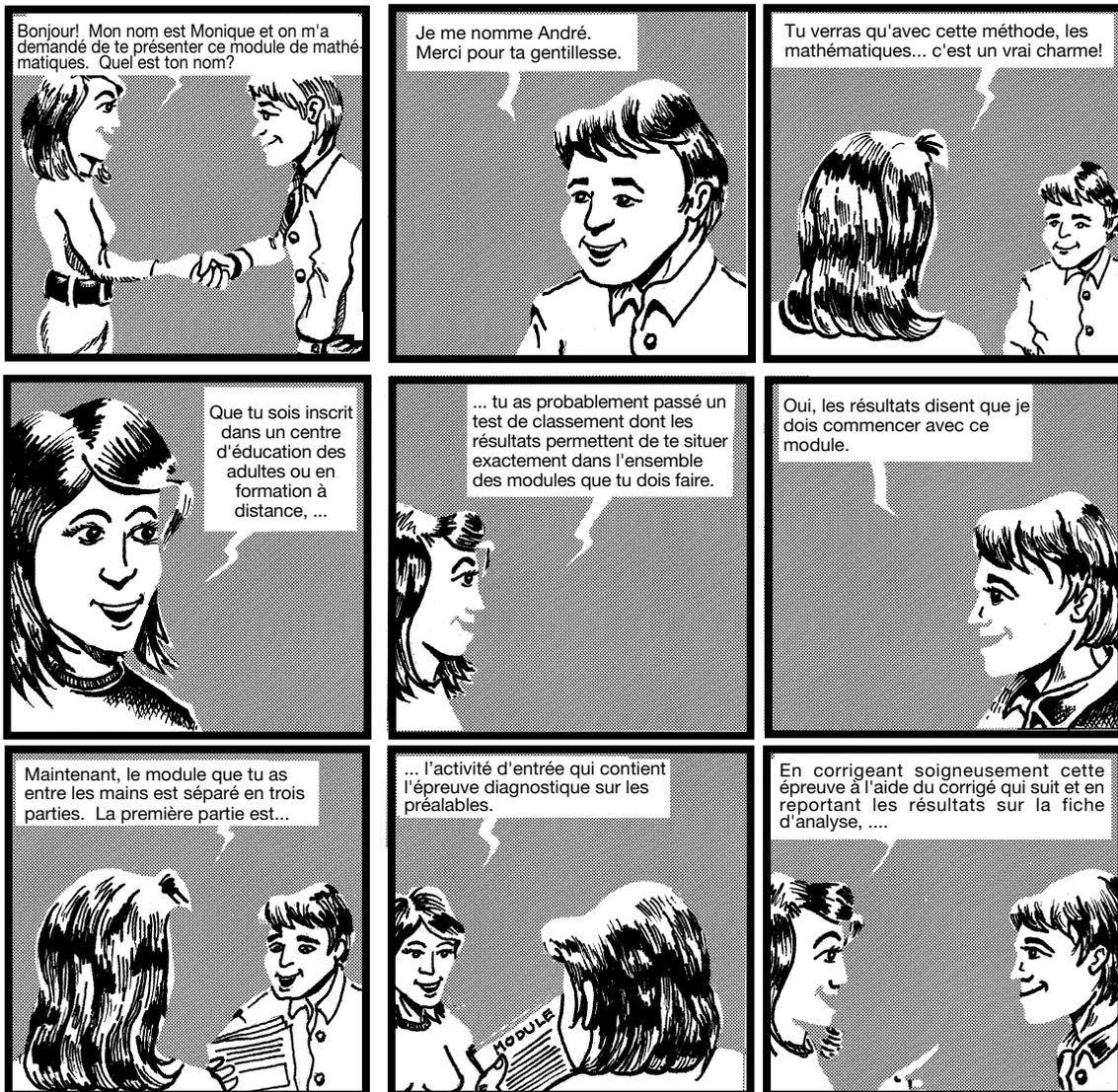
Finalement, une combinaison des routes GMO-4061-2 (GMO-144) et MAT-5082-2 (GMO-157) vous permet d'accéder au collège (cégep) dans des programmes qui exigent de sérieuses connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

Si c'est votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez «Comment utiliser ce guide»; sinon, passez directement à la partie intitulée «Introduction générale». Bon travail!

## ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



# COMMENT UTILISER CE GUIDE?





La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

? Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

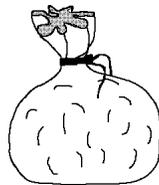
Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.



## INTRODUCTION GÉNÉRALE

### TOUT CE QUE VOUS AVEZ TOUJOURS VOULU SAVOIR SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX ET LES POURCENTAGES

«Tremblement de terre à San Francisco, **5,3** sur l'échelle Richter...», «Vous écoutez en ce moment CHTT **103,6** MF...», «Hypothèque à  **$9\frac{3}{4}$**  % ... », «Hausse de **13** % des incendies mortels au Québec...», «Le Dow Jones a clôturé à la baisse à **2 640,18**. Cela représente une perte de **0,81** point...», «L'érection du Stade olympique a coûté aux contribuables canadiens **1,8** milliard de dollars...», «Réduction de **15** % sur toute la marchandise en magasin...», «Réduisez vos impôts de **20** % en adhérant à un REÉR...», etc. Les **nombres décimaux** et les **pourcentages** font partie du quotidien. Il est donc essentiel que vous puissiez effectuer des calculs avec les nombres décimaux et les pourcentages. Souvenez-vous qu'ils entrent en jeu dans toutes les transactions financières que vous effectuez!



Dans ce module, vous vous familiariserez d'abord avec la structure des nombres décimaux. (Tous les montants d'argent sont représentés par un nombre décimal. Ex. : 15,37 \$.). Vous apprendrez également à lire les nombres décimaux en prononçant le nom de la position occupée par le dernier chiffre qui compose le nombre décimal. Cela vous permettra de transformer ce nombre en une fraction ou un nombre fractionnaire. Vous apprendrez aussi par quel procédé transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal.

Après avoir fait connaissance avec les nombres décimaux, vous apprendrez à effectuer diverses opérations sur ces nombres. Vous les arrondirez au **dixième**, au **centième** ou au **millième** près en appliquant la même règle que pour les nombres entiers. Vous les multipliez ou les diviserez par 10, 100, 1 000 ou 10 000 sans effectuer aucun calcul détaillé. Ensuite, vous apprendrez à effectuer les quatre opérations de base (+, -, ×, ÷) sur les nombres décimaux.

Quand vous saurez effectuer ces opérations, vous devrez ensuite résoudre des **expressions arithmétiques** complexes comportant des nombres décimaux, des nombres fractionnaires (ou des fractions), des parenthèses ainsi que plusieurs types d'opérations. Vous devrez appliquer les règles de priorité des opérations que vous connaissez déjà. En outre, vous devrez résoudre des problèmes de la vie courante basés sur des nombres décimaux et des nombres fractionnaires en énumérant les étapes du raisonnement que vous avez suivi.

Vous aborderez ensuite les pourcentages. Vous apprendrez la signification du symbole % (qui se lit «pour cent») et vous serez ainsi en mesure de convertir un pourcentage donné en un rapport sur 100. Vous verrez également comment transformer un nombre décimal ou une fraction en un pourcentage et vice versa. Enfin, lorsque vous aurez bien assimilé le concept de pourcentage, vous effectuerez la résolution de problèmes de la vie courante qui renferment le calcul du pourcentage. Vous devrez spécifier, outre la réponse exacte, toutes les étapes de la résolution.

Les apprentissages que vous ferez par le biais de ce module vous seront très utiles dans la vie courante. Ils vous permettront de partager une somme d'argent entre plusieurs personnes, de calculer le montant d'argent que vous devrez verser lors de l'achat de devises étrangères, de vérifier une facture ou la monnaie qui vous est rendue, d'évaluer le prix d'une marchandise vendue au kilogramme, de déterminer l'achat qui serait le plus économique, de vérifier votre salaire, d'évaluer la consommation d'essence d'un véhicule, d'évaluer le prix d'un article soldé, de calculer le montant annuel des intérêts que vous rapporte un dépôt à terme de un an, de convertir une note d'examen en pourcentage, de calculer le montant de la taxe de vente à payer sur un article donné, de savoir quel pourboire laisser au restaurant, etc. À vous de découvrir d'autres applications lorsque vous aurez atteint les objectifs visés par le présent module!



## OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-1007-2 (GSM\*-113) comporte treize objectifs et prévoit une durée d'apprentissage de cinquante heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	Nombre d'heures **	% (évaluation)
GSM-113-01 à <b>GSM-113-08</b>	25	40 %
<b>GSM-113-09</b>	8	30 %
GSM-113-10 à <b>GSM-113-13</b>	15	30 %

\* GSM signifie «Général, Secondaire, Mathématiques».

\*\* Deux heures sont réservées à l'évaluation finale.

**GSM-113-01** Équivalence entre une fraction ou un nombre fractionnaire et un nombre décimal

Transformer un nombre décimal limité aux millièmes en une fraction ou en un nombre fractionnaire réduit à sa plus simple expression; transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal limité aux millièmes. Lorsque le nombre décimal obtenu est un nombre à développement décimal périodique, la notation caractéristique est requise. Les nombres à transformer représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

- GSM-113-02 Arrondir un nombre décimal
- Arrondir au dixième près, au centième près ou au millième près un nombre décimal limité aux dix-millièmes.
- GSM-113-03 Multiplication ou division d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000 ou 10 000
- Multiplier et diviser par 10, par 100, par 1 000 et par 10 000 un nombre décimal limité aux dix-millièmes. Les nombres décimaux donnés représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.
- GSM-113-04 Somme de deux nombres décimaux
- Trouver la somme de deux nombres décimaux positifs ou négatifs limités aux millièmes. Les situations sont présentées sous forme d'énoncé ou d'expression arithmétique.
- GSM-113-05 Différence entre deux nombres décimaux
- Trouver la différence entre deux nombres décimaux positifs ou négatifs limités aux millièmes. Les situations sont présentées sous forme d'énoncé ou d'expression arithmétique.
- GSM-113-06 Produit de deux nombres décimaux
- Trouver le produit de deux nombres décimaux positifs ou négatifs limités aux millièmes. Le produit doit être généralement arrondi au millième près si la partie décimale comporte plus de trois chiffres. Les nombres décimaux représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

## GSM-113-07 Quotient de deux nombres décimaux

Trouver le quotient de deux nombres décimaux positifs ou négatifs limités aux millièmes. Le quotient doit être arrondi au millième près si la partie décimale comporte plus de trois chiffres. Les nombres décimaux représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

**GSM-113-08 Priorité des opérations sur les nombres décimaux et les nombres fractionnaires**

**Résoudre une expression arithmétique contenant au plus quatre nombres décimaux et deux nombres fractionnaires positifs ou négatifs en effectuant les opérations appropriées, en respectant la priorité des opérations et la loi des signes. L'expression arithmétique renferme au plus trois jeux de parenthèses ou crochets et comporte au plus trois types d'opérations parmi l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Les nombres décimaux sont limités aux millièmes et les nombres fractionnaires ont un dénominateur inférieur à treize. Les étapes de résolution de l'expression arithmétique doivent être décrites. La solution doit être présentée sous forme de nombre décimal arrondi au millième près.**

**GSM-113-09 Résolution de problèmes de la vie courante axés sur des calculs renfermant des nombres décimaux et des nombres fractionnaires**

**Résoudre, en respectant la priorité des opérations et la loi des signes, des problèmes à données textuelles convertibles en expressions arithmétiques renfermant des nombres décimaux et des nombres fractionnaires. Les nombres décimaux sont limités aux millièmes et les nombres fractionnaires ont un dénominateur inférieur à treize. La résolution de l'expression arithmétique requiert au plus cinq opérations de trois types choisis parmi l'addition, la soustraction, la multiplication et la**

---

**division. Les étapes de résolution de l'expression arithmétique doivent être décrites. La solution doit être présentée sous forme de nombre décimal arrondi au millième près.**

GSM-113-10 Conversion d'un pourcentage donné en un rapport sur 100

Transformer un pourcentage donné en un rapport dont le dénominateur est 100. Le pourcentage donné est limité aux dixièmes de pour cent. Les énoncés s'inspirent de situations empruntées à la vie courante.

GSM-113-11 Transformation d'un pourcentage en un nombre décimal et vice versa

Transformer en un nombre décimal un pourcentage limité aux dixièmes de pour cent et transformer en un pourcentage un nombre décimal limité aux millièmes. Les énoncés s'inspirent de situations empruntées à la vie courante.

GSM-113-12 Transformation d'un pourcentage en une fraction et vice versa

Transformer un pourcentage en une fraction réduite à sa plus simple expression et transformer une fraction en un pourcentage. Le pourcentage est généralement limité aux dixièmes de pour cent. Les énoncés s'inspirent de situations empruntées à la vie courante.

**GSM-113-13 Résolution de problèmes de la vie courante axés sur des calculs de pourcentage**

**Résoudre des problèmes à données textuelles convertibles en expressions arithmétiques renfermant des nombres entiers, des nombres décimaux, des nombres fractionnaires et des pourcentages. La résolution du problème nécessite :**

- le calcul de la partie du tout lorsque le rapport est donné sous forme de pourcentage,
- ou le calcul du rapport de la partie sur le tout, exprimé sous forme de pourcentage, lorsque la partie et le tout sont donnés.

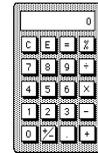
La résolution du problème requiert au plus cinq opérations de trois types choisis parmi l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Les nombres décimaux sont limités aux millièmes. Les situations présentées sont empruntées à la vie courante. Les étapes de résolution du problème doivent être décrites.



**ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES****Consignes**

1° Répondez autant que possible à toutes les questions.

2° L'utilisation de la calculatrice est permise.



3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.

4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.

5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez les réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.

6° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.

7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.

8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.

9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

- 
1. Réduisez la fraction  $\frac{12}{40}$  à sa plus simple expression. Votre réponse doit expliquer le cheminement que vous avez suivi pour parvenir au résultat.
  2. Arrondissez le nombre 17 216 à la dizaine près. ....
  3. Calculez la valeur de l'expression arithmétique ci-dessous en respectant la priorité des opérations. Vous devez inscrire, en plus du résultat exact, chacune des étapes de la résolution.

$$\frac{[(17 - 15) \times 3 + (-6 \div (-3))] \times 7}{-4 + 2 \times (-5)} =$$

4. Résolvez les problèmes suivants en détaillant chacune des étapes de la résolution et donnez le résultat exact.
  - a) À l'épicerie, 3 cubes de bouillon de légumes se vendent 39 ¢. Combien devrez-vous déboursier si vous en achetez 5?
  - b) Il a fallu 6 tasses de farine pour faire 3 tartes aux pommes. Si Luigi veut faire 8 tartes, combien devra-t-il prévoir de farine?

5. Claudine a fait paraître une annonce dans un journal pour sous-louer son appartement. Elle a inscrit dans un carnet le nombre d'appels reçus chaque jour de la semaine.

Jour	Nombre d'appels
lundi	3
mardi	2
mercredi	3
jeudi	1
vendredi	0
samedi	5
dimanche	0

Combien d'appels a-t-elle reçus en moyenne chaque jour? Votre réponse doit traduire le cheminement que vous avez suivi pour parvenir au résultat.

6. Exprimez «17 par rapport à 100» sous forme de fraction. ....

7. Trouvez 3 fractions équivalentes à la fraction  $\frac{5}{20}$ . ....

8. Énumérez tous les facteurs ou diviseurs de 100. ....

9. Résolvez les problèmes ci-dessous. Écrivez l'opération à effectuer et calculez le résultat.

a) Guy aime beaucoup la lecture. Avec les 25 \$ qu'il a économisés, Guy a décidé d'acquérir quelques ouvrages. À la librairie, il a acheté 3 romans au coût de 5 \$ chacun ainsi qu'un livre d'histoire qu'il a payé 6 \$. Combien lui reste-t-il en poche?

b) Jeanine a 3 \$ dans son sac. Elle se rend à la banque pour effectuer un retrait de 30 \$. Avec cet argent, elle s'est offert un dîner au restaurant. Cela lui a coûté 5 \$. De plus, elle a acheté de nouveaux souliers qu'elle a payés 22 \$. Combien d'argent lui reste-t-il?

c) Patrick a trouvé un emploi pour l'été. Il participe à un plan de reboisement. La semaine dernière, il a complété 160 rangées de 25 arbres et 20 rangées de 50 arbres. Combien d'arbres Patrick a-t-il repiqués la semaine dernière?

- d) Une pharmacienne conserve 370 ml de sirop dans une bouteille. Dans un autre flacon qui contenait également 370 ml du même sirop, il ne reste que 60 ml. La pharmacienne utilise tout le sirop pour préparer 5 bouteilles plus petites remplies de la même quantité de sirop. Combien de millilitres de sirop contient chacune des petites bouteilles préparées par la pharmacienne?



## CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

$$1. \frac{12}{40} = \frac{12 \div 4}{40 \div 4} = \frac{3}{10}$$

$$2. 17\,220$$

$$3. \frac{[(17 - 15) \times 3 + (-6 \div (-3))] \times 7}{-4 + 2 \times (-5)} = \frac{[2 \times 3 + 2] \times 7}{-4 + (-10)} =$$

$$\frac{[6 + 2] \times 7}{-14} = \frac{8 \times 7}{-14} = \frac{56}{-14} = -4$$

$$4. \text{ a) } (39 \div 3) \times 5 = 13 \times 5 = 65 \text{ ou } \frac{5 \text{ cubes} \times 39 \text{ ¢}}{3 \text{ cubes}} = 65 \text{ ¢}$$

Nous devons déboursier 65 ¢.

$$\text{ b) } (6 \div 3) \times 8 = 2 \times 8 = 16 \text{ ou } \frac{6 \text{ tasses} \times 8 \text{ tartes}}{3 \text{ tartes}} = 16 \text{ tasses}$$

Luigi aura besoin de 16 tasses de farine.

$$5. \frac{3 + 2 + 3 + 1 + 0 + 5 + 0}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

2 appels par jour en moyenne.

$$6. \frac{17}{100}$$

$$7. \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{6}{24} = \dots$$

$$8. D(100) = \{ 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 \}$$

$$\begin{array}{rcl}
 9. \text{ a) } 25 - 3 \times 5 - 6 & \text{ou} & 25 - (3 \times 5 + 6) \\
 25 - 15 - 6 & & 25 - (15 + 6) \\
 10 - 6 & & 25 - 21 \\
 4 & & 4
 \end{array}$$

Il lui reste 4 \$.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{b) } 3 + 30 - 5 - 22 & \text{ou} & (3 + 30) - (5 + 22) \\
 33 - 5 - 22 & & 33 - 27 \\
 28 - 22 & & 6 \\
 6 & & 
 \end{array}$$

Il lui reste 6 \$.

$$\text{c) } (160 \times 25) + (20 \times 50) = 4\,000 + 1\,000 = 5\,000$$

Patrick a repiqué 5 000 arbres.

$$\text{d) } (370 + 60) \div 5 = 430 \div 5 = 86$$

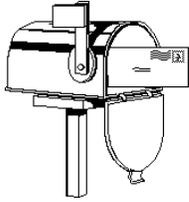
86 ml par petite bouteille

## ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1.			15.2	15.19	Sous-module 1
2.			15.3	15.23	Sous-module 2
3.			15.4	15.25	Sous-module 8
4. a)			15.5	15.31	Sous-module 9
b)			15.5	15.31	Sous-module 9
5.			15.6	15.35	Sous-modules 9 et 13
6.			15.7	15.38	Sous-module 10
7.			15.8	15.40	Sous-module 12
8.			15.9	15.43	Sous-module 12
9. a)			15.1	15.4	Sous-modules 1, 9 et 13
b)			15.1	15.4	Sous-modules 1, 9 et 13
c)			15.1	15.4	Sous-modules 1, 9 et 13

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.
- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités suggérées dans la colonne «**Révision**». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite «**À faire avant**».





## **SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE ?**

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-1007-2 (GSM-113) ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

### **UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL**

L'enseignement à distance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permet d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.
- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

---

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices et les devoirs.

### La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

- 1° Lisez attentivement le texte et surlignez les points importants.
- 2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.
- 3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.
- 4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

### Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

## Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

- 1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.
- 2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.
- 3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.
- 4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

## Les devoirs

Le cours MAT-1007-2 (GSM-113) comprend trois devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

- 1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

- 
- 2° Transcrivez au crayon à mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.
- 3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.
- 4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

Écrivez, dans la section «Questions de l'élève», les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter, si nécessaire.

**Dans ce cours**

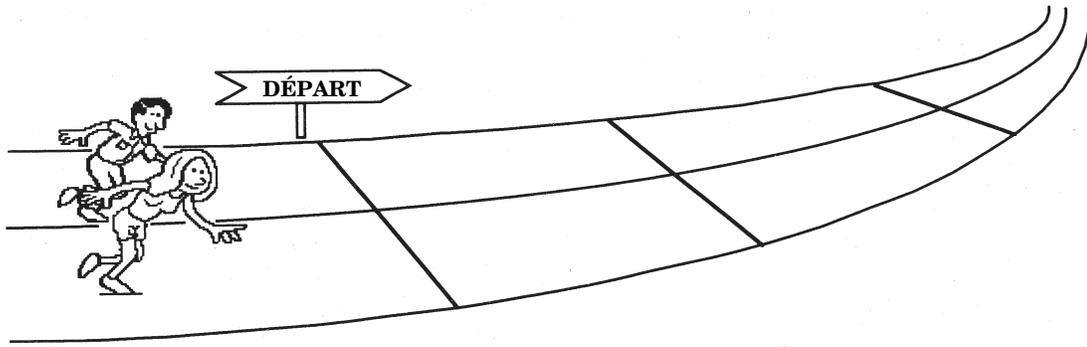
Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 9.

Le devoir 2 porte sur les sous-modules 9 à 13.

Le devoir 3 porte sur les sous-modules 1 à 13

**SANCTION**

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne d'au moins 60 %, vous serez autorisé à passer l'examen.



## SOUS-MODULE 1

# ÉQUIVALENCE ENTRE UNE FRACTION OU UN NOMBRE FRACTIONNAIRE ET UN NOMBRE DÉCIMAL

## 1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

### Parlons d'argent

Lorsqu'il est question d'argent, nous associons machinalement des *fractions* à des nombres décimaux. Par exemple, nous savons que :

La moitié de un dollar ou  $\frac{1}{2}$  dollar vaut 50 ¢ ou 0,50 \$; nous associons donc la fraction  $\frac{1}{2}$  au nombre décimal 0,50.

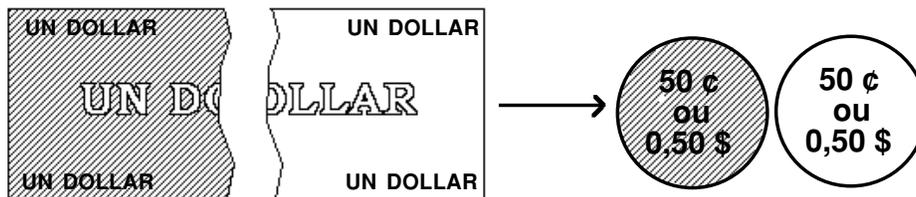


Fig. 1.1 Équivalence entre la fraction  $\frac{1}{2}$  et le nombre décimal 0,50

25 ¢ ou **0,25 \$** équivaut au quart de un dollar ou  $\frac{1}{4}$  de dollar; nous associons donc le nombre décimal 0,25 à la fraction  $\frac{1}{4}$ .

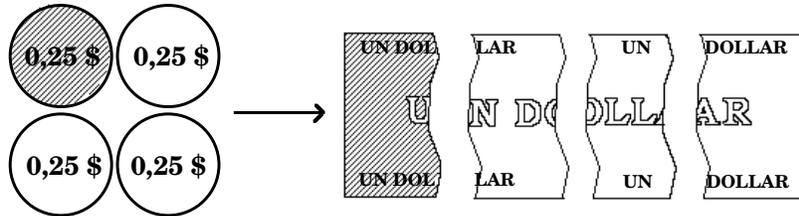


Fig. 1.2 Équivalence entre le nombre décimal 0,25 et la fraction  $\frac{1}{4}$

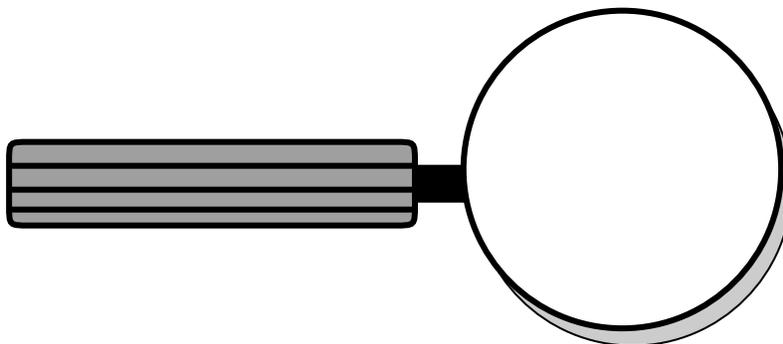
10 ¢ ou **0,10 \$** représente la dixième partie de un dollar ou  $\frac{1}{10}$  de dollar; il y a donc équivalence entre le nombre décimal 0,10 et la fraction  $\frac{1}{10}$ .

Mais sauriez-vous dire combien d'argent représente le huitième de un dollar? Autrement dit, pouvez-vous trouver le nombre décimal qui est l'équivalent de la fraction  $\frac{1}{8}$ ?

**Pour atteindre les objectifs de ce sous-module, vous devez être capable de transformer un nombre décimal donné en une fraction ou un nombre fractionnaire. Vous devez aussi pouvoir transformer une fraction ou un nombre fractionnaire donné en un nombre décimal.**



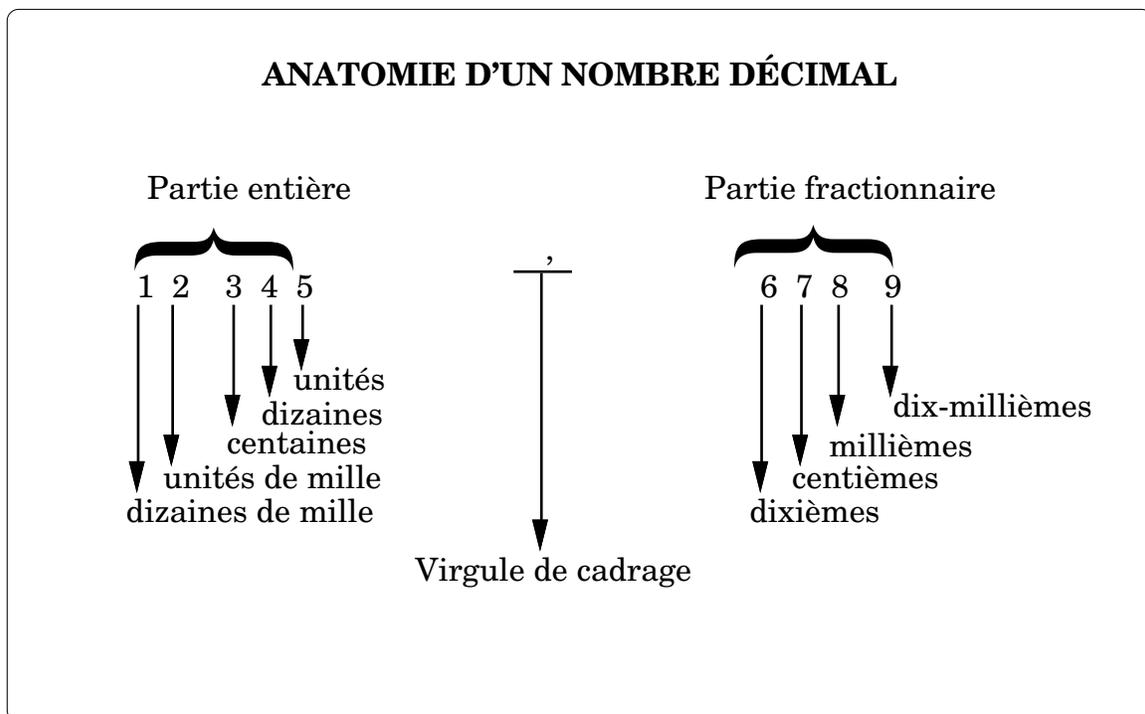
Mais avant de nous aventurer plus loin, examinons un nombre décimal de plus près.



**Un nombre décimal comporte :**

- une **partie entière** située à gauche de la **virgule de cadrage**,
- une **partie fractionnaire** située à droite de la virgule de cadrage.

Comme pour la partie entière d'un nombre, nous associons une **valeur de position** à chacun des chiffres composant la partie fractionnaire. Observez attentivement le tableau suivant identifiant la valeur de position de chaque chiffre dans le nombre décimal 12 345,678 9.



Que remarquons-nous dans ce tableau?

- Le nom de chacune des positions de la partie fractionnaire se termine par le suffixe «**ième**».
- Les **dizaines** occupent la **2<sup>e</sup> position** à gauche de la virgule de cadrage, tandis que les **dixièmes** figurent en **1<sup>re</sup> position** à droite de la virgule.
- Nous laissons un **espace** après chaque tranche de trois chiffres afin de faciliter la lecture du nombre.
- Nous utilisons une **virgule** pour séparer la partie entière de la partie fractionnaire d'un nombre décimal.

Connaissant le nom associé à chacune des positions de la partie fractionnaire, nous pouvons désormais lire les nombres décimaux.

**Pour lire correctement un nombre décimal, nous devons :**

- 1° lire la partie entière du nombre décimal;
- 2° prononcer «et» lorsque nous rencontrons la virgule de cadrage;
- 3° lire la partie fractionnaire en mentionnant à la fin le nom de la position occupée par le dernier chiffre.

### Exemples 1

- a) Le nombre décimal **34,5** se lit : **trente-quatre et cinq dixièmes**, car le chiffre 5 se trouve à la position des dixièmes.

- b) Le nombre décimal **0,5** se lit : **cinq dixièmes**. Nous omettons de lire le «zéro» lorsque la partie entière est nulle.
- c) Le nombre décimal **10,02** se lit : **dix et deux centièmes** puisque le chiffre 2 occupe la position des centièmes.
- d) Le nombre décimal **12,045** se lit : **douze et quarante-cinq millièmes** puisque le dernier chiffre se situe à la position des millièmes.

Saurez-vous lire les nombres décimaux suivants? (Reportez-vous à la marche à suivre présentée plus haut.)

? Comment lisons-nous le nombre décimal 0,25 ?

.....

? Comment lisons-nous le nombre décimal 0,125 ?

.....

? Comment lisons-nous le nombre décimal 4,50 ?

.....

? Comment lisons-nous le nombre décimal 12 345,678 9?

.....

Si vos réponses sont **vingt-cinq centièmes, cent vingt-cinq millièmes, quatre et cinquante centièmes** et **douze mille trois cent quarante-cinq et six mille sept cent quatre-vingt-neuf dix-millièmes**, vous avez compris qu'il faut mentionner à la fin seulement le nom de la position qu'occupe le dernier chiffre de la partie fractionnaire!

Maintenant que nous savons lire un nombre décimal, il sera facile de transformer ces nombres en fractions ou en nombres fractionnaires.



Une fraction est un **rapport** inférieur à 1 qui comporte un **numérateur** et un **dénominateur**. Exemples :  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{10}$  se lisent un quart, un dixième.

Un nombre fractionnaire désigne une expression formée d'un nombre entier suivi d'une fraction. Exemples :  $3\frac{1}{4}$ ,  $5\frac{3}{100}$  se lisent trois et un quart, cinq et trois centièmes.

Nous pouvons donc dire que si la lecture du nombre décimal se termine par :

- dixièmes, le dénominateur de la fraction sera 10;
- centièmes, le dénominateur de la fraction sera 100;
- millièmes, le dénominateur de la fraction sera 1 000;
- etc.

### Exemples 2

- a) Le nombre décimal 0,5 se lit «cinq dixièmes» et l'expression «cinq dixièmes» peut être représentée par la fraction  $\frac{5}{10}$ . Nous en concluons que la fraction  $\frac{5}{10}$  équivaut au nombre décimal 0,5.
- b) Le nombre décimal 3,02 se lit «trois et deux centièmes». Cette expression désigne le nombre fractionnaire  $3\frac{2}{100}$ . Le nombre fractionnaire  $3\frac{2}{100}$  est donc l'équivalent du nombre décimal 3,02.

Lorsque nous transformons un nombre décimal en une fraction ou un nombre fractionnaire, nous recherchons la **plus simple expression de la fraction** obtenue par le procédé de la **simplification**.



Une fraction est à sa plus simple expression s'il n'y a pas de **diviseur commun** au numérateur et au dénominateur.

Nous avons vu que le nombre décimal 0,5 est l'équivalent de la fraction  $\frac{5}{10}$ . Cependant, cette fraction peut être simplifiée. En effet, nous pouvons diviser le numérateur et le dénominateur par 5. Nous observons ainsi que :  $0,5 = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$ . La fraction  $\frac{1}{2}$  équivaut donc au nombre décimal 0,5.

Le nombre décimal 3,02 est l'équivalent du nombre fractionnaire  $3\frac{2}{100}$ . Réduite à sa plus simple expression, la fraction devient  $\frac{1}{50}$ . Nous avons donc  $3,02 = 3\frac{1}{50}$ .

? Quelle est la fraction simplifiée équivaut à 0,25? .....

Bravo! si vous avez trouvé  $\frac{1}{4}$ ! Pour y arriver, il fallait faire le cheminement suivant : 0,25 se lit «25 centièmes» et cela s'écrit « $\frac{25}{100}$ » sous forme de fraction. En divisant le numérateur et le dénominateur par 25, nous obtenons la fraction  $\frac{1}{4}$ . La fraction simplifiée  $\frac{1}{4}$  est donc l'équivalent du nombre décimal 0,25.

L'**algorithme** qui permet de transformer un nombre décimal en une fraction ou en un nombre fractionnaire est résumé ci-dessous. Il comporte trois étapes. Assurez-vous de bien le comprendre. C'est à lui que vous vous référerez lorsque vous aurez à trouver la fraction ou le nombre fractionnaire équivaut à un nombre décimal donné.

**Pour transformer un nombre décimal en une fraction ou en un nombre fractionnaire, nous devons :**

- 1° lire le nombre décimal en mentionnant le nom de la position occupée par le dernier chiffre de la partie fractionnaire;
- 2° écrire ce nombre sous forme de fraction ou de nombre fractionnaire;
- 3° réduire la fraction à sa plus simple expression.

**Exemples 3**

a) Transformez le nombre décimal 0,75 en fraction.

1° 0,75 se lit soixante-quinze centièmes;

2° soixante-quinze centièmes s'écrit  $\frac{75}{100}$  ;

3°  $\frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$ ;  $\frac{3}{4}$  est équivalent à 0,75.

b) Transformez le nombre décimal 4,125 en nombre fractionnaire.

1° 4,125 se lit quatre et cent vingt-cinq millièmes;

2° quatre et cent vingt-cinq millièmes s'écrit  $4\frac{125}{1\,000}$  ;

3°  $\frac{125 \div 125}{1\,000 \div 125} = \frac{1}{8}$ ;  $4\frac{1}{8}$  est équivalent à 4,125.

**Exercice 1.1**

1. Représentez les nombres décimaux ci-dessous par une fraction ou un nombre fractionnaire et simplifiez, s'il y a lieu.

a) 0,4

b) 9,12

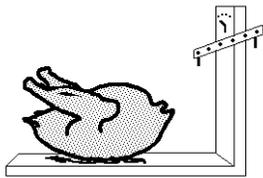
c) 2,005

d) 0,800

2. Un quincaillier vend des rondelles de métal. Il estime qu'il fait  $0,125$  \$ (ou  $12\frac{1}{2}$  ¢) de profit sur chaque rondelle vendue. À quelle fraction d'un dollar ce profit correspond-il?



3. Judith a acheté un poulet de 2,35 kg. Par quel nombre fractionnaire exprimeriez-vous ce nombre décimal?



*Saviez-vous que...*

... les nombres décimaux n'ont fait leur apparition qu'au XVI<sup>e</sup> siècle?

C'est au mathématicien Simon Stevin (1548-1620) qu'en revient la paternité. Cependant, il avait une façon d'écrire les nombres décimaux très différente de celle que nous connaissons aujourd'hui. Par exemple, il écrivait le nombre décimal  $0,375$  de la façon suivante :  $3_1 7_2 5_3$ . Le point décimal aurait été introduit un peu plus tard par le baron John Napier (1550-1617). Récemment, avec l'adoption du Système international, le point décimal a été remplacé par une virgule.

Vous savez maintenant transformer un nombre décimal en une fraction ou en un nombre fractionnaire... mais pouvez-vous faire l'inverse?

À quel nombre décimal correspond chacune des fractions suivantes?

$$? \quad \frac{5}{10} = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{100} = \dots\dots\dots \quad \frac{17}{1\,000} = \dots\dots\dots$$

Si vous avez obtenu **0,5**, **0,03** et **0,017**, vous êtes très perspicace! Vous avez découvert qu'il faut faire coïncider le dernier chiffre du numérateur avec la position désignée par le dénominateur de la fraction.

Pour transformer la fraction  $\frac{5}{10}$  en un nombre décimal, nous devons placer le chiffre **5** à la position des **dixièmes**. Nous obtenons ainsi le nombre décimal **0,5**. Le nombre décimal correspondant à la fraction  $\frac{3}{100}$  s'obtient en plaçant le chiffre **3** à la position des centièmes : **0,03**. Le nombre décimal équivalent à la fraction  $\frac{17}{1\,000}$  s'obtient en plaçant le dernier chiffre, soit le chiffre **7**, à la position des millièmes : **0,017**.

Et que ferez-vous si l'on vous demande de transformer des fractions telles que  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{4}$  en un nombre décimal? L'astuce serait de trouver des **fractions équivalentes** dont le dénominateur vaut 10, 100 ou 1 000.



*Nous pouvons obtenir une fraction équivalente à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de celle-ci par la même quantité.*

#### Exemples 4

- a) Si nous désirons transformer la fraction  $\frac{1}{2}$  en un nombre décimal, il faut rechercher une fraction équivalente dont le dénominateur désigne l'une des positions de la partie fractionnaire. Ici, en multipliant le numérateur

et le dénominateur par 5, nous obtenons la fraction équivalente  $\frac{5}{10}$ . En plaçant le chiffre 5 à la position des dixièmes, nous trouvons le nombre décimal correspondant à la fraction  $\frac{1}{2}$  soit **0,5**.

- b) La fraction  $\frac{1}{4}$  est l'équivalent de la fraction  $\frac{25}{100}$  puisque  $\frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$ . Le nombre décimal associé à la fraction  $\frac{1}{4}$  est donc «vingt-cinq centièmes» qui s'écrit : **0,25**.

Quel nombre décimal correspond à chacune des fractions suivantes?

?  $\frac{3}{5} = \dots\dots\dots$        $\frac{1}{8} = \dots\dots\dots$

Vos réponses devraient être 0,6 et 0,125. Mais peut-être avez-vous eu du mal à trouver le nombre décimal représentant la fraction  $\frac{1}{8}$  en utilisant la méthode proposée? En effet, il fallait penser que  $8 \times 125 = 1\ 000$ !

Heureusement, il existe une façon de procéder qui nous permet d'obtenir directement le nombre décimal recherché. Il suffit de diviser le numérateur de la fraction donnée par le dénominateur. Examinez attentivement les exemples qui suivent mais rappelez-vous d'abord les notions suivantes.



Le **dividende** est le nombre que nous divisons.

Le **diviseur** est le nombre par lequel nous divisons.

Le **quotient** est le résultat de la division.

### Exemples 5

- a) Cherchons le nombre décimal correspondant à la fraction  $\frac{3}{5}$ .

1° Nous devons donc effectuer la division suivante :

$$3 \overline{)5}$$

Combien de fois le nombre 5 est-il compris dans le nombre 3?

→ **0 fois**. Nous inscrivons donc le zéro à l'endroit réservé au quotient :

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)5} \\ \underline{0} \end{array}$$

2° Pour pouvoir poursuivre cette division sans qu'il y ait de reste, nous plaçons une virgule à côté du zéro. Cela nous permet d'ajouter un zéro au dividende :

$$\begin{array}{r} 30 \overline{)5} \\ \underline{0,} \end{array}$$

3° Nous poursuivons maintenant la division.

Combien de fois le nombre 5 est-il compris dans le nombre 30?

→ **6 fois**. Nous inscrivons ce chiffre à droite de la virgule.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{)5} \\ - \underline{30} \quad \mathbf{0,6} \\ \underline{\phantom{0}} \end{array}$$

Comme le reste est nul, nous arrêtons la division. Le nombre décimal équivalant à la fraction  $\frac{3}{5}$  est donc : **0,6**.

b) Nous pouvons déterminer combien d'argent représente  $\frac{1}{8}$  de dollar en appliquant cette méthode :

$$1^\circ \quad \begin{array}{r} 1 \overline{)8} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$2^\circ \quad \begin{array}{r} 10 \overline{)8} \\ \underline{0,} \end{array}$$

$$3^\circ \quad \begin{array}{r} 10 \overline{)8} \\ - \underline{8} \quad \mathbf{0,1} \\ \underline{\phantom{0}} \quad \mathbf{2} \end{array}$$

Nous devons poursuivre la division puisque le reste n'est pas nul. Il suffit d'ajouter un zéro au reste sans modifier le quotient. Cela est permis puisque nous avons déjà placé une virgule au quotient.

$$4^\circ \quad \begin{array}{r} 10 \overline{)8} \\ - \underline{8} \quad \mathbf{0,1} \\ \underline{\phantom{0}} \quad \mathbf{20} \end{array}$$

Combien de fois le nombre 8 est-il compris dans le nombre 20? → **2 fois**. Nous reportons ce chiffre au quotient.

$$\begin{array}{r}
 5^\circ \quad 10 \overline{)8} \\
 - \quad 8 \quad 0,12 \\
 \hline
 20 \\
 - \quad \mathbf{16} \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6^\circ \quad 10 \overline{)8} \\
 - \quad 8 \quad 0,12 \\
 \hline
 20 \\
 - \quad \mathbf{16} \\
 \hline
 40
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7^\circ \quad 10 \overline{)8} \\
 - \quad 8 \quad 0,125 \\
 \hline
 20 \\
 - \quad \mathbf{16} \\
 \hline
 40 \\
 - \quad \mathbf{40} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Combien de fois le nombre 8 est-il compris dans le nombre 40? → **5 fois**.

La division se termine à la septième étape puisque nous obtenons un reste nul. Le nombre décimal correspondant à  $\frac{1}{8}$  de dollar est donc 0,125 \$. Cela équivaut à 12,5 ¢ (ou  $12\frac{1}{2}$  ¢).

- c) Voyons un dernier cas, celui où il faut transformer un nombre fractionnaire en un nombre décimal. Soit le nombre fractionnaire  $3\frac{1}{20}$  à transformer en un nombre décimal. Nous laissons la partie entière de côté pour le moment et cherchons le nombre décimal équivalant à la fraction  $\frac{1}{20}$  :

$$\begin{array}{r}
 1^\circ \quad 1 \overline{)20} \\
 \mathbf{0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2^\circ \quad 10 \overline{)20} \\
 \mathbf{0},
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3^\circ \quad 10 \overline{)20} \\
 \mathbf{0,0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4^\circ \quad 100 \overline{)20} \\
 \mathbf{0,0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5^\circ \quad 100 \overline{)20} \\
 - \quad \mathbf{100} \quad \mathbf{0,05} \\
 \hline
 \mathbf{0}
 \end{array}$$

*N.B.* – À la troisième étape, nous devons inscrire 0 au quotient puisque le nombre 20 «est inclus **0 fois**» dans le nombre 10. Pour poursuivre la division, nous ajoutons un autre zéro au dividende (étape 4).

Nous obtenons ainsi le nombre décimal correspondant à la fraction  $\frac{1}{20}$  : **0,05**.  
Nous inscrivons ensuite la partie entière à gauche de la virgule de cadrage :  
3,05.

Résumons maintenant notre «méthode de la division».

**Pour transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal, nous devons :**

- 1° laisser la partie entière de côté, s'il y a lieu;
- 2° diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur jusqu'à ce que le reste soit nul;
- 3° écrire la partie entière à gauche de la virgule de cadrage du quotient, s'il y a lieu.

Pour diviser le numérateur d'une fraction par son dénominateur jusqu'à ce que le reste soit nul, nous vous proposons d'appliquer l'algorithme ci-dessous.

**Pour diviser le numérateur d'une fraction par son dénominateur, nous devons :**

- 1° inscrire un zéro suivi d'une virgule au quotient **et** ajouter un zéro au dividende;
- 2° chercher combien de fois le diviseur est inclus dans le dividende (ou le reste) **et** inscrire ce chiffre au quotient;
- 3° si le chiffre placé au quotient est zéro, ajouter un autre zéro au dividende (ou au reste) et retourner à 2°;
- 4° multiplier le dernier chiffre du quotient par le diviseur, inscrire ce produit sous le dividende et faire la soustraction de ces 2 nombres;
- 5° si le reste n'est pas nul, ajouter un zéro au reste et retourner à 2°;
- 6° si le reste est nul, la division est terminée.

Passons à l'action maintenant! Voici quelques petits exercices pour vous permettre d'intégrer les notions que vous venez d'étudier, mais prenez d'abord connaissance de ce dernier exemple où toutes les étapes se suivent sans interruption.

### Exemple 6

Soit  $\frac{4}{25}$  à transformer en nombre décimal.

$$\begin{array}{r} 40 \quad | 25 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ - 25 \quad 0,16 \\ \hline 150 \\ - 150 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{4}{25} = 0,16$$

### Exercice 1.2

Trouvez les nombres décimaux équivalant aux fractions et aux nombres fractionnaires suivants en appliquant la «méthode de la division».

1.  $30\frac{4}{5} =$

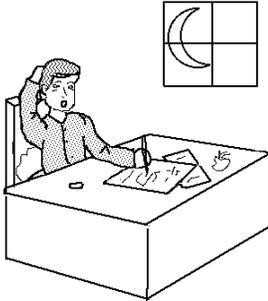
2.  $\frac{2}{25} =$

3.  $4\frac{7}{8} =$

4.  $\frac{61}{200} =$

Si vous avez réussi cet exercice, vous êtes en mesure de passer à l'activité suivante. Sinon, vous devriez faire une révision approfondie des exemples proposés précédemment.

? Transformez à présent la fraction  $\frac{1}{3}$  en un nombre décimal. Qu'obtenez-vous comme résultat?



Si vous avez bien compris le début de ce sous-module, vous aurez trouvé **0,333 333...** Dans cette division, nous ne pouvons jamais obtenir de reste nul, car le chiffre 3 se répète **sans cesse** dans le quotient! Ce type de nombre décimal se nomme ***nombre à développement décimal périodique***.

Un **nombre à développement décimal périodique** est un nombre décimal dont la partie fractionnaire est formée de un ou plusieurs chiffres qui se répètent sans cesse.

Le ou les chiffres qui se répètent sans cesse dans la partie fractionnaire d'un tel nombre se nomment la ***période***.

Les mathématiciens ont conçu un symbole particulier pour transcrire les nombres à développement décimal périodique : ils tracent un **trait horizontal au-dessus de la période** pour indiquer que celle-ci se répète indéfiniment.

**Exemples 7**

- a) Pour représenter le nombre décimal correspondant à la fraction  $\frac{1}{3}$ , nous écrivons :  $0,\overline{3}$ . Cela signifie que le nombre exact est : 0,333 333...

De plus, nous disons que la *longueur de la période est 1*, car celle-ci ne comporte qu'un seul chiffre.

- b) Pour transformer la fraction  $\frac{4}{11}$  en un nombre décimal, il faut appliquer la «méthode de la division». Ainsi,

$$\begin{array}{r}
 40 \quad | \quad 11 \\
 - 33 \quad 0,363 \ 6\dots \\
 \hline
 70 \\
 - 66 \\
 \hline
 40 \\
 - 33 \\
 \hline
 70 \\
 - 66 \\
 \hline
 4 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot
 \end{array}$$

Nous obtenons  $\frac{4}{11} = 0,363 \ 636\dots = 0,\overline{36}$ .

La période de ce nombre décimal est **36**, car cette suite de deux chiffres se répète sans cesse. Puisque la période est formée de deux chiffres, nous disons que **la longueur de la période est 2**.

c) Transformons la fraction  $\frac{1}{6}$  en un nombre décimal.

$$\begin{array}{r}
 10 \quad | \quad 6 \\
 - \quad 6 \quad | \quad 0,166\dots \\
 \hline
 40 \\
 - \quad 36 \\
 \hline
 40 \\
 - \quad 36 \\
 \hline
 4 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot
 \end{array}$$

Ainsi,  $\frac{1}{6} = 0,166\ 666\dots = \mathbf{0,1\overline{6}}$ .

Vous aurez remarqué que le trait horizontal n'affecte que le chiffre 6! En effet, dans ce cas, c'est seulement le 6 qui se répète. Ce nombre à développement décimal périodique a une **longueur de période de 1** qui débute au deuxième chiffre à droite de la virgule de cadrage.

Le nombre de chiffres que contient la période d'un nombre à développement décimal périodique détermine la **longueur de la période**.

- Un nombre dont la période n'a qu'**un chiffre** a une **longueur de période de 1**.
- Un nombre dont la période comporte **2 chiffres** a une **longueur de période de 2**.

**Exercice 1.3**

Pour chacune des fractions suivantes, déterminez :

1° la période,

2° la longueur de la période,

3° le nombre à développement décimal périodique équivalent.

1.  $\frac{1}{11}$

2.  $\frac{4}{37}$

3.  $\frac{5}{12}$

1° .....

1° .....

1° .....

2° .....

2° .....

2° .....

3° .....

3° .....

3° .....

**Exemple 8**

Quel est le nombre décimal équivalant au nombre fractionnaire  $3\frac{2}{3}$  ?

Pour le connaître, nous devons laisser la partie entière de côté et trouver le nombre décimal équivalant à la fraction  $\frac{2}{3}$ . En appliquant la «méthode de la division», nous trouvons :

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 3 \\ - 18 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 0,66\dots \\ \quad 20 \\ - 18 \\ \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 2 \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \end{array}$$

La fraction  $\frac{2}{3}$  correspond au nombre décimal  $0,\overline{6}$ . Mais puisqu'il est question du nombre fractionnaire  $3\frac{2}{3}$ , nous devons ajouter le chiffre 3 à gauche de la virgule de cadrage. Nous obtenons alors le nombre décimal  $3,\overline{6}$ .

Vous pouvez désormais transformer n'importe quelle fraction ou n'importe quel nombre fractionnaire en un nombre décimal. L'algorithme à suivre pour y parvenir est résumé ci-dessous.

**Pour transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal, nous devons :**

- 1° laisser la partie entière de côté, s'il y a lieu;
- 2° diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur jusqu'à ce que le reste soit nul  
**ou**  
jusqu'à ce que nous puissions identifier la période;
- 3° écrire le nombre décimal en ajoutant la partie entière à gauche de la virgule de cadrage, s'il y a lieu.

### Exemple 9

Soit  $17\frac{5}{6}$  à transformer en nombre décimal.

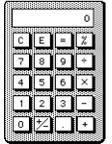
1° Transformons  $\frac{5}{6}$ .

$$\begin{array}{r}
 2^\circ \quad \begin{array}{r} 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 6 \\ \hline 0,8333 \end{array}
 \end{array}$$

Le quotient est  $0,8\overline{3}$  et la longueur de la période est 1 puisque seul le chiffre 3 se répète.

3°  $17,8\overline{3}$

Évidemment, vous pouvez aussi utiliser une calculatrice pour transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal. La façon de procéder est résumée dans l'algorithme ci-dessous.



**Pour transformer une fraction ou un nombre fractionnaire en un nombre décimal à l'aide d'une calculatrice, nous devons :**

- 1° laissez la partie entière de côté, s'il y a lieu;
- 2° diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur;
- 3° identifier la période, s'il y a lieu;
- 4° écrire le nombre décimal en y ajoutant la partie entière à gauche de la virgule de cadrage, s'il y a lieu.

### Exemples 10

- a) Transformons le nombre fractionnaire  $4\frac{1}{12}$  en un nombre décimal à l'aide de la calculatrice.

1° Laissons 4 de côté.

2° Divisons le numérateur de la fraction par son dénominateur à l'aide de la calculatrice :

$$1 \div 12 = 0.0833333$$

3° Identifions la période. Ici, **la période est 3**. En effet, seul le chiffre 3 se répète.

4° Écrivons le nombre décimal obtenu :  $4,0\overline{83}$ .



*Il faut utiliser la virgule et non le point pour séparer la partie entière de la partie fractionnaire d'un nombre décimal.*

- b) Utilisons notre calculatrice pour transformer la fraction  $\frac{23}{40}$  en un nombre décimal.

$$\boxed{23} \boxed{\div} \boxed{40} \boxed{=} 0.575$$

Comme ce nombre décimal n'a pas de développement décimal périodique apparent, le nombre décimal recherché est **0,575**.

*N.B.* – Nous disons ici que le développement décimal n'est pas apparent parce qu'il n'est pas affiché sur la plupart des calculatrices. En réalité, si nous effectuons la division de 23 par 40, le résultat est 0,575 000 000... . La période est donc 0. Dans ce cas, nous ne la nommons pas.

À vous d'essayer! Transformez les fractions et nombres fractionnaires suivants en nombres décimaux à l'aide de la calculatrice.



?  $11\frac{1}{15}$  .....  $33\frac{1}{3}$  .....

?  $7\frac{7}{18}$  .....  $\frac{1}{22}$  .....

En appliquant l'algorithme proposé plus haut, nous trouvons les nombres décimaux suivants :  **$11,0\overline{6}$**  ;  **$33,\overline{3}$**  ;  **$7,3\overline{8}$**  et  **$0,0\overline{45}$** . Si vous avez réussi ces exercices, vous pouvez passer à l'activité suivante. Sinon, vous devriez relire attentivement les exemples 10.

*N.B.* – Certaines calculatrices **arrondissent** le dernier chiffre d'un nombre à développement décimal périodique. Par exemple, dans le cas du nombre fractionnaire  $11\frac{1}{15}$ , il est possible que le résultat de la division du numérateur par le dénominateur de la fraction  $\frac{1}{15}$  soit affiché ainsi : 0.0666667 (au lieu de 0.066666). Nous devons alors en déduire que la période est 6.



*Saviez-vous que...*

... si nous sommes observateurs, nous pouvons **deviner** le nombre décimal correspondant à certaines fractions?

À l'aide de la calculatrice, transformez les fractions données en un nombre décimal :

$$\frac{1}{9} = \dots\dots\dots \quad \frac{2}{9} = \dots\dots\dots \quad \frac{3}{9} = \dots\dots\dots \quad \frac{4}{9} = \dots\dots\dots$$

Ensuite, sans effectuer aucun calcul, écrivez le nombre décimal correspondant à la fraction suivante :

$$\frac{8}{9} = \dots\dots\dots$$

De la même façon, évaluez le nombre à développement décimal périodique équivalant à :

$$\frac{1}{99} = \dots\dots\dots \quad \frac{2}{99} = \dots\dots\dots$$

Avez-vous découvert la règle? Si oui, donnez (sans le calculer) le nombre décimal associé à :

$$\frac{17}{99} = \dots\dots\dots \quad \frac{98}{99} = \dots\dots\dots$$

Vous pouvez procéder de la même façon pour trouver la règle permettant de deviner le nombre décimal correspondant aux fractions dont le dénominateur est 999.

Ouf! nous voici à la fin des explications. Que de choses à retenir!

À y regarder de plus près, tout cela se résume à quelques algorithmes : transformer un nombre décimal en une fraction ou un nombre fractionnaire et vice versa, diviser le numérateur d'une fraction par son dénominateur, identifier la période d'un nombre décimal, se servir de la calculatrice pour exécuter ces opérations. Quelques exercices nous permettront d'assimiler tout cela.



## 1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Écrivez chaque nombre décimal en toutes lettres, traduisez-le ensuite en fraction ou en nombre fractionnaire et simplifiez, s'il y a lieu.

a) 0,03 .....

b) 0,015 .....

c) 2,75 .....

2. Déchiffrez le message codé suivant.

0,625	1,750	0,875	0,050	6,200

Sous chacun des carrés ci-dessus, se retrouve un nombre décimal. Pour décrypter le message, vous devez transformer chacun de ces nombres décimaux en une fraction simplifiée ou un nombre fractionnaire simplifié. Vous pourrez alors inscrire les lettres adéquates dans chacun des carrés en utilisant le code qui suit.

$$A = \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{5}{8}$$

$$C = \frac{3}{8}$$

$$D = \frac{1}{8}$$

$$E = 1\frac{7}{8}$$

$$F = 1\frac{5}{8}$$

$$G = 1\frac{3}{8}$$

$$H = 1\frac{1}{8}$$

$$I = 6\frac{7}{8}$$

$$J = 6\frac{1}{2}$$

$$K = 6\frac{3}{4}$$

$$L = 6\frac{1}{25}$$

$$M = 6\frac{2}{25}$$

$$N = 6\frac{1}{20}$$

$$O = 6\frac{1}{5}$$

$$P = 1\frac{1}{4}$$

$$Q = 1\frac{1}{2}$$

$$R = 1\frac{3}{4}$$

$$S = \frac{1}{50}$$

$$T = \frac{1}{5}$$

$$U = \frac{1}{25}$$

$$V = \frac{1}{20}$$

$$W = \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{3}{4}$$

$$Y = \frac{1}{75}$$

$$Z = 1\frac{1}{75}$$

Le message est : .....

3. À quelle fraction de un dollar correspond 0,80 \$ (c'est-à-dire 80 ¢)? (Vous devez convertir la fraction à sa plus simple expression.)
4. L'indice Dow Jones a clôturé le marché en hausse de 0,14 point. À quelle fraction de point cette hausse correspond-elle? (Donnez la fraction simplifiée.)

5. Sans l'aide de la calculatrice, transformez les fractions et les nombres fractionnaires donnés en nombres décimaux.

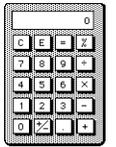
a)  $\frac{7}{8} =$

b)  $3\frac{3}{4} =$

c)  $16\frac{2}{3} =$

d)  $10\frac{5}{9} =$

6. Transformez les nombres suivants en nombres décimaux à l'aide de la calculatrice.



a)  $\frac{1}{6} =$

b)  $31\frac{2}{5} =$

c)  $17\frac{2}{9} =$

7. En utilisant la méthode de votre choix, exprimez les quantités suivantes par des nombres décimaux.

a)  $1\frac{1}{4} \text{ l} =$

b)  $10\frac{1}{2} \text{ cm} =$

8. M. Lamarre en a marre! Les oiseaux ont pillé les  $\frac{3}{25}$  de sa récolte. Quel nombre décimal équivaut à cette fraction?

9. Eugenia-Paula a travaillé pendant  $43\frac{7}{12}$  h, la semaine dernière. À quel nombre décimal ce nombre fractionnaire correspond-il?

10. Frédéric achète  $\frac{1}{8}$  kg de gorgonzola au rayon des fromages. Quel nombre décimal la balance affichera-t-elle?



### 1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

Pour effectuer l'activité suivante, vous pouvez vous reporter aux notions théoriques exposées dans ce sous-module.

1. Donnez les trois étapes de l'algorithme à suivre pour transformer un nombre décimal en une fraction ou un nombre fractionnaire.

.....

.....

.....

2. Quelle est la définition des mots ou expressions suivantes.

- a) Nombre à développement décimal périodique?

.....

.....

- b) Période?

.....

.....

- c) Longueur d'une période?

.....

.....

3. Illustrez l'algorithme ci-dessous par un exemple en utilisant le nombre fractionnaire  $8\frac{4}{5}$ .

### Exemple

LAISSER la partie entière de côté.

DIVISER le numérateur de la fraction par son dénominateur jusqu'à ce que le reste soit nul  
ou  
jusqu'à ce que nous puissions identifier la période.

### Réponse

ÉCRIRE le nombre décimal en ajoutant la partie entière à gauche de la virgule de cadrage.

4. a) Comment indiquer qu'un ou plusieurs chiffres se répètent indéfiniment dans un nombre à développement décimal périodique?

.....

- b) Quel symbole utilisons-nous pour séparer la partie entière de la partie fractionnaire d'un nombre décimal?

.....

## 1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

### Labyrinthe à obstacles

Vous voulez quitter la plage polluée où vous êtes (plage Détritus) pour vous rendre à la plage bien entretenue située sur l'autre rive du lac Péril (plage du Soleil Radieux). Mais de nombreux dangers vous guettent! Quel trajet devrez-vous suivre?

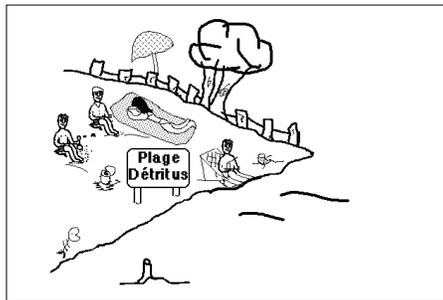
Vous avez en main la carte du lac Péril illustrée à la page suivante. Pour connaître le trajet, il faut suivre les indications suivantes.

- **Colorier en rouge** les cases dans lesquelles les nombres décimaux sont **compris entre 0,00 et 2,50**. Ces cases représentent des zones infestées de piranhas. Elles sont à éviter absolument!
- **Colorier en vert** les cases contenant un nombre décimal **compris entre 3,50 et 5,50**. Elles représentent des roches recouvertes d'algues sur lesquelles vous risquez de perdre pied. Elles sont à éviter!
- **Noircir** les cases dans lesquelles sont notés des nombres décimaux **compris entre 7,50 et 9,50**. Il s'agit de zones où le fond du lac est couvert de débris de verre. Vous risquez de vous couper et d'attirer les piranhas! Danger!

En ce qui concerne les fractions et les nombres fractionnaires contenus dans certaines cases, vous aurez à transformer ces quantités en un nombre décimal afin de déterminer la nature de la case.

Quand vous aurez terminé, vous verrez apparaître en blanc le trajet à suivre pour atteindre la plage du Soleil Radieux en toute quiétude.

Bonne chance et amusez-vous bien!



Carte du lac Péril

			7,72	4,89	$\frac{19}{20}$
			$5\frac{3}{4}$	8,34	9,06
	1,47	3,51	$3\frac{9}{20}$	3,87	$1\frac{1}{50}$
	$4\frac{24}{25}$	8,75	9,53	0,33	7,96
	$8\frac{14}{100}$	$6\frac{3}{50}$	3,99	$5\frac{7}{25}$	4,77
	2,75	4,38	2,14	7,59	$2\frac{3}{100}$
	9,47	$7\frac{7}{20}$	9,22	0,78	3,82
	3,05	8,81	1,42	$4\frac{1}{4}$	2,12
	5,68	$2\frac{47}{100}$	5,31		
	$9\frac{19}{25}$	7,26	2,91		

**Légende**

- ROUGE : entre 0,00 et 2,50 = DANGER
- VERT : entre 3,50 et 5,50 = DANGER
- NOIR : entre 7,50 et 9,50 = DANGER
- BLANC : entre 2,51 et 3,49; entre 5,51 et 7,49; au-delà de 9,50
- BLANC : VOIE SÉCURITAIRE