

LES QUATRE OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES ENTIERS

MAT-1005-2



sofad

MAT-1005-2

**LES QUATRE
OPÉRATIONS
SUR LES
NOMBRES
ENTIERS**

sofad

Rédactrice : Marie-Reine Rouillard

*Révisure du contenu : Jean-Paul Groleau
Diane Vigneux
Mireille Moisan-Sanscartier*

Mise à jour : Mireille Moisan-Sanscartier

*Révisures linguistiques : Marie Rose Vianna
Francine Cardinal*

Consultant en andragogie : Serge Vallières

Coordonnateur pour la DGRDFD : Jean-Paul Groleau

Coordonnateur pour la DFGA : Ronald Côté

Photocomposition et montage : Multitexte Plus

Édition électronique de la mise à jour : L'atelier du Mac inc.

Réimpression : 2006

© Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec

Tous droits de traduction et d'adaptation, en totalité ou en partie, réservés pour tous pays. Toute reproduction, par procédé mécanique ou électronique, y compris la micro-reproduction, est interdite sans l'autorisation écrite d'un représentant dûment autorisé de la Société de formation à distance des commissions scolaires du Québec (SOFAD).

Dépôt légal — 1997

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-2-89493-046-5

TABLE DES MATIÈRES

Présentation de l'ordinogramme	0.4
Ordinogramme du programme	0.5
Comment utiliser ce guide?	0.6
Introduction générale	0.9
Objectifs intermédiaires et terminaux du module.....	0.10
Épreuve diagnostique sur les préalables	0.13
Corrigé de l'épreuve diagnostique sur les préalables	0.17
Analyse des résultats de l'épreuve diagnostique	0.19
Suivez-vous ce cours en formation à distance?	0.21

SOUS-MODULES

1. Comparaison de deux nombres entiers	1.1
2. Somme de deux nombres entiers	2.1
3. Différence entre deux nombres entiers	3.1
4. Produit de deux nombres entiers	4.1
5. Quotient de deux nombres entiers	5.1
6. Priorité des opérations sur les nombres entiers	6.1
7. Problèmes de la vie courante	7.1
Synthèse finale	8.1
Objectifs terminaux.....	8.4
Épreuve d'autoévaluation	8.5
Corrigé de l'épreuve d'autoévaluation.....	8.9
Analyse des résultats de l'épreuve d'autoévaluation	8.11
Évaluation finale	8.12
Corrigé des exercices	8.13
Glossaire	8.37
Liste des symboles.....	8.41
Bibliographie	8.42
Activités de révision	9.1

PRÉSENTATION DE L'ORDINOGRAMME

BIENVENUE AU ROYAUME DES MATHÉMATIQUES!

Ce programme de mathématiques a été élaboré pour la clientèle adulte des Services d'éducation des adultes des commissions scolaires et de la formation à distance. Les activités d'apprentissage qu'il contient ont été conçues pour être réalisées en apprentissage individualisé. Toutefois, si vous éprouvez des difficultés, n'hésitez pas à consulter votre formatrice ou votre formateur ou à téléphoner à la personne-ressource qui vous a été assignée. Le tableau qui suit situe dans le programme le module que vous avez entre les mains. Il vous permet de visualiser le chemin parcouru ou qui vous reste à parcourir selon l'objectif professionnel que vous poursuivez. Suivant les exigences de votre objectif professionnel, plusieurs voies de sortie du royaume des mathématiques sont prévues.

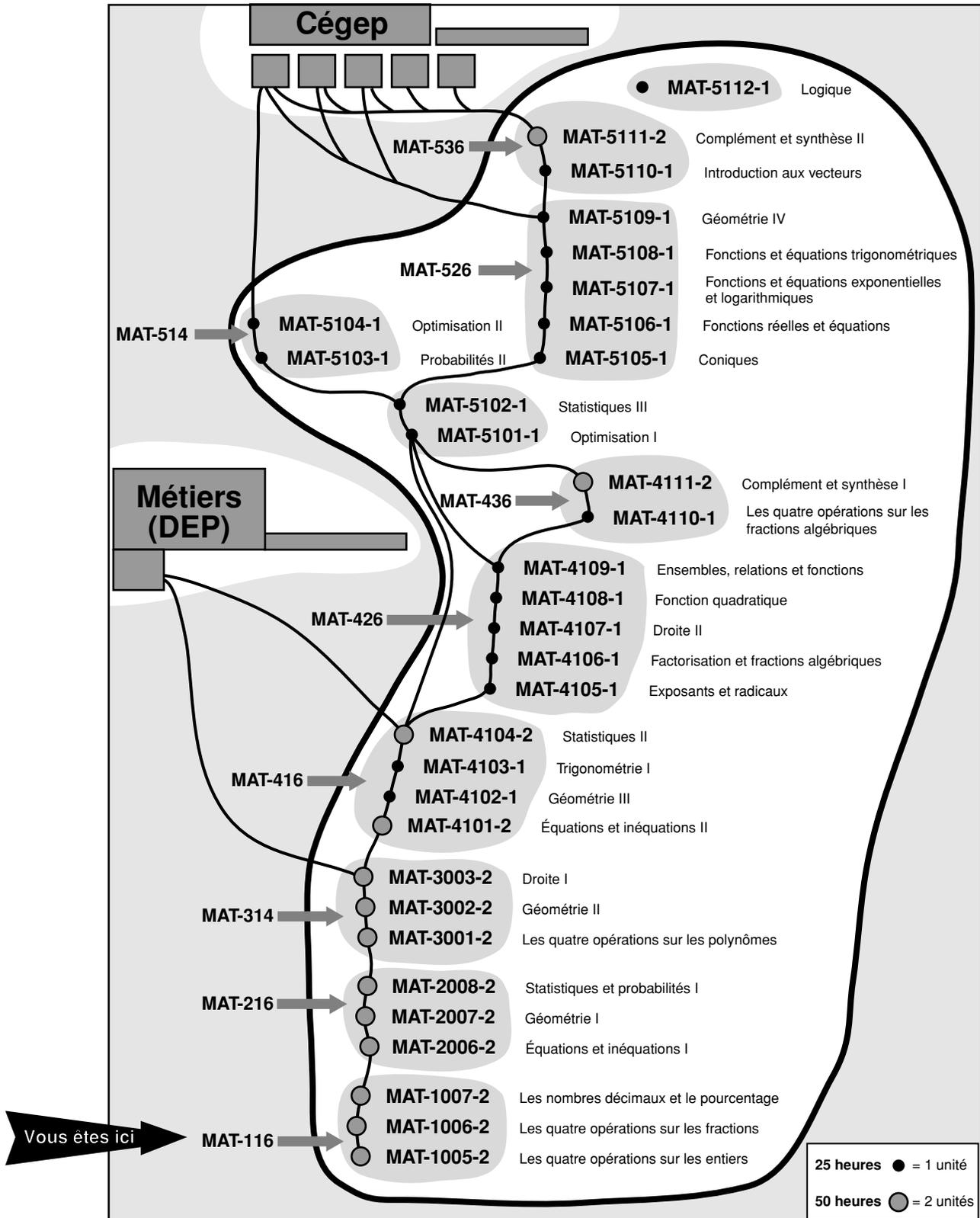
Les premières voies, les routes MAT-3003-2 (MAT-314) et MAT-4104-2 (MAT-416), vous permettent d'entreprendre des études menant à un diplôme d'études professionnelles (DEP).

Les routes MAT-4109-1 (MAT-426), MAT-4111-2 (MAT-436) et MAT-5104-1 (MAT-514), vous permettent d'obtenir un diplôme d'études secondaires (DES) qui donne accès à certains programmes d'études collégiales (cégep) n'exigeant pas de compétences particulières en mathématiques avancées.

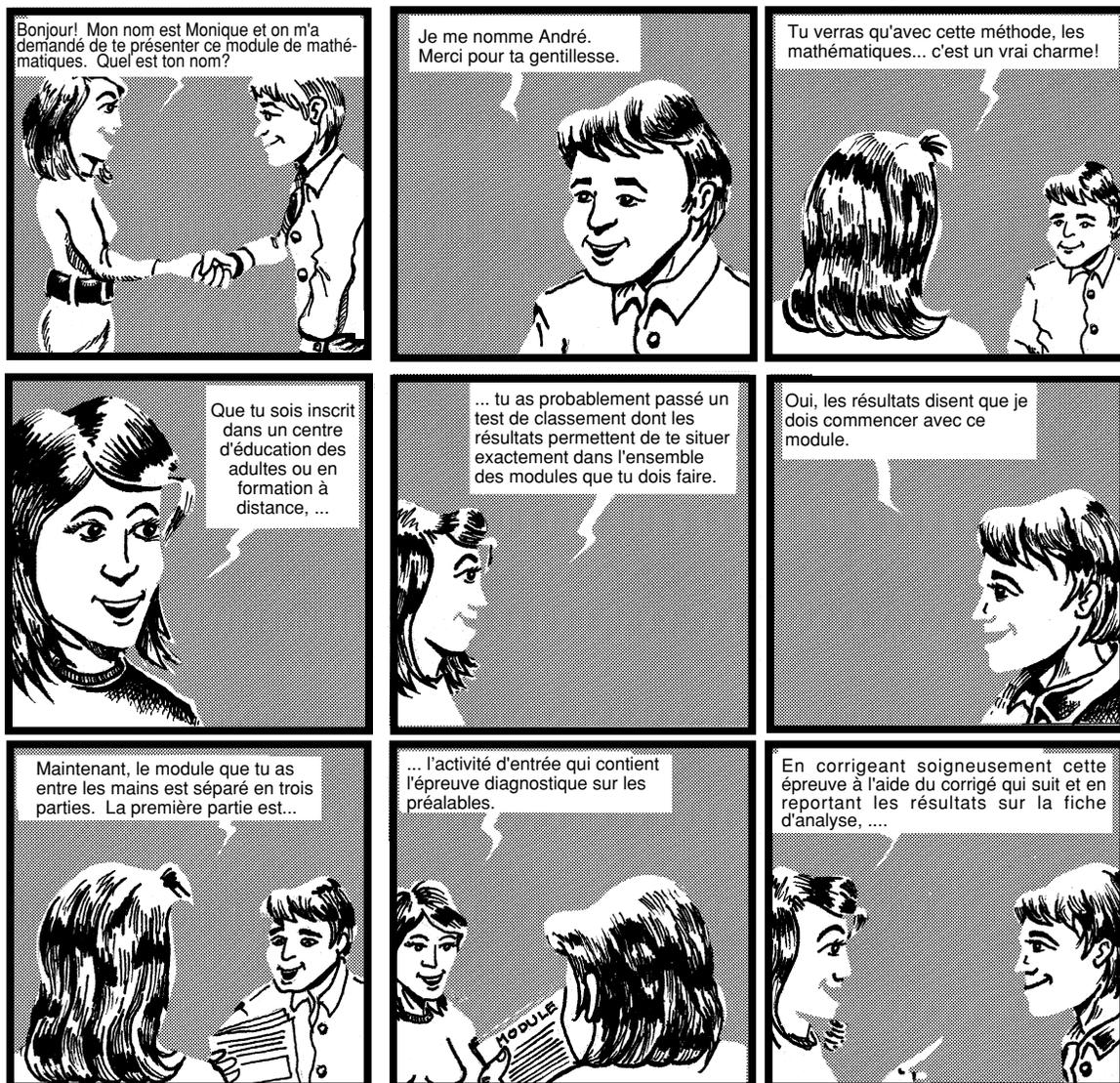
Finalement, les routes MAT-5109-1 (MAT-526) et MAT-5111-2 (MAT-536) vous permettent d'accéder au niveau collégial (cégep) dans des programmes qui exigent de solides connaissances en mathématiques et où d'autres défis vous attendent. Bonne route!

S'il s'agit de votre premier contact avec ce programme de mathématiques, après avoir examiné l'ordinogramme du programme, lisez la section intitulée « Comment utiliser ce guide »; sinon, passez directement à la section intitulée « Introduction générale ». Bon travail!

ORDINOGRAMME DU PROGRAMME



COMMENT UTILISER CE GUIDE?





La ligne de départ montre le **début** de l'apprentissage.

? Le petit point d'interrogation blanc identifie les **questions** dont les réponses sont à l'intérieur du texte.

La cible signale l'**objectif** à atteindre.

Le bloc-notes indique un **rappel** des notions que tu as étudiées auparavant.

Le point d'interrogation en gras identifie les **exercices** de consolidation qui te permettront de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre.

La **calculatrice** te rappelle à quel moment t'en servir.

La gerbe de blé identifie une **synthèse** qui te permet de faire le point sur ce que tu viens d'apprendre. Ce logo répété plusieurs fois signifie que tu approches de la fin du module. C'est la synthèse finale qui te permet de faire le lien entre tous les apprentissages du module.

Finalement, la ligne d'arrivée indique qu'il est temps de passer à l'**autoévaluation** pour vérifier si tu as bien assimilé les apprentissages réalisés.



INTRODUCTION GÉNÉRALE

À LA DÉCOUVERTE DES NOMBRES ENTIERS

Le météorologiste prévoit une température nocturne de -13 degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$). Il précise -13°C pour signifier une température de 13 degrés sous zéro qu'il ne faut pas confondre avec 13 degrés au-dessus de zéro. Le comptable utilise les nombres affectés du signe $-$ pour désigner les dépenses ou les pertes. Dans plusieurs domaines, l'emploi des nombres précédés d'un signe moins ($-$) ou d'un signe plus ($+$) permet de clarifier diverses données.

Tous les nombres qui représentent des unités et qui peuvent être positifs ($+$), négatifs ($-$) ou nuls (0) sont appelés «nombres entiers». Dans ce module, vous apprendrez à les connaître et à les utiliser.

Vous situerez ces nombres sur une droite numérique. Vous les comparerez à l'aide des symboles de comparaison ($<$, $>$, $=$). -5 est-il plus petit ou plus grand que 2 ? Et -8 est-il plus petit ou plus grand que -10 ?

Vous découvrirez les différentes lois des signes qui vous permettront d'additionner, de soustraire, de multiplier et de diviser les nombres entiers. Ainsi, vous pourrez calculer les expressions suivantes :

$$3 - 9 = ? ; \quad 4 \times (-3) = ? ; \quad -2 + (-5) = ?$$

Pour atteindre les objectifs de ce module, vous devrez appliquer la règle de priorité des quatre opérations de base (la multiplication et la division ont priorité sur l'addition et la soustraction) pour calculer des expressions arithmétiques contenant des nombres entiers et des parenthèses.

Vous devrez également résoudre des problèmes axés sur des faits de la vie courante (température, dépenses, dettes, épargnes, etc.) en les traduisant en langage mathématique et en effectuant les quatre opérations sur les nombres entiers.

La découverte des nombres entiers se fera graduellement, étape par étape. Ne vous pressez pas! Ces nombres pourraient vous jouer des tours si vous ne connaissez pas bien les règles de base.

Bonne découverte!



OBJECTIFS INTERMÉDIAIRES ET TERMINAUX DU MODULE

Le module MAT-1005-2 (GSM*-111) comporte sept sous-modules et prévoit une durée d'apprentissage de cinquante heures réparties comme dans le tableau ci-dessous. Les objectifs terminaux sont en caractères gras.

Objectifs	Nombre d'heures **	% (évaluation)
GSM-111-01 à GSM-111-06	36	75 %
GSM-111-07	12	25 %

* GSM signifie «Général, Secondaire, Mathématiques».

** Deux heures sont réservées à l'évaluation finale.

GSM-111-01 Comparaison de deux nombres entiers

Comparer entre eux deux nombres entiers en les situant sur la droite numérique et en utilisant le symbole approprié : plus grand ($>$), plus petit ($<$) ou égal ($=$). Les nombres à comparer sont des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

GSM-111-02 Somme de deux nombres entiers

Trouver la somme de deux nombres entiers supérieurs à -30 et inférieurs à $+30$. Les nombres entiers à additionner représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

GSM-111-03 Différence entre deux nombres entiers

Trouver la différence entre deux nombres entiers supérieurs à -30 et inférieurs à $+30$. Les nombres entiers qui font partie de la soustraction représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

GSM-111-04 Produit de deux nombres entiers

Trouver le produit de deux nombres entiers supérieurs à -30 et inférieurs à $+30$. Les nombres entiers qui font partie de la multiplication représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

GSM-111-05 Quotient de deux nombres entiers

Trouver le quotient de deux nombres entiers supérieurs à -30 et inférieurs à $+30$. Les nombres entiers qui font partie de la division représentent des quantités empruntées à des situations de la vie courante.

GSM-111-06 Priorité des opérations sur les nombres entiers

Résoudre une expression arithmétique composée de nombres entiers en effectuant les opérations appropriées et en respectant la priorité des opérations. L'expression arithmétique renferme au maximum cinq jeux de parenthèses ou crochets. Les étapes de la résolution doivent être décrites.

GSM-111-07 Problèmes de la vie courante

Effectuer l'opération ou les opérations requises pour résoudre diverses situations de la vie courante convertibles en expressions arithmétiques composées uniquement de nombres entiers. Les étapes de la résolution doivent être décrites.

ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES**Consignes**

- 1° Répondez autant que possible à toutes les questions.
- 2° N'utilisez pas la calculatrice.
- 3° Inscrivez vos réponses directement sur la feuille.
- 4° Ne perdez pas de temps. Si vous ne pouvez répondre à une question, passez immédiatement à la suivante.
- 5° Dès que vous aurez répondu à toutes les questions auxquelles il vous est possible de répondre, corrigez les réponses à l'aide du corrigé qui suit l'épreuve diagnostique.
- 6° Vos réponses devront être exactes pour être acceptées comme correctes. De plus, les différentes étapes de la résolution devront être équivalentes à celles qui sont suggérées.
- 7° Transcrivez vos résultats sur la fiche d'analyse des résultats de l'épreuve diagnostique qui suit le corrigé.
- 8° Prenez connaissance des activités de révision proposées pour chacune des réponses incorrectes.
- 9° Si toutes vos réponses sont exactes, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.

1. Comparez les nombres suivants à l'aide des symboles $>$, $<$ ou $=$.

a) 12 27 b) 36 19 c) 7 4 + 3

2. Calculez la somme des nombres suivants.

a)
$$\begin{array}{r} 55 \\ + 43 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 69 \\ + 31 \\ \hline \end{array}$$

3. Calculez la différence des nombres suivants.

a)
$$\begin{array}{r} 923 \\ - 22 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1\ 200 \\ - 28 \\ \hline \end{array}$$

4. Calculez le produit des nombres suivants.

a)
$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 107 \\ \times 89 \\ \hline \end{array}$$

5. Calculez le quotient des nombres suivants.

a)
$$960 \overline{)40}$$

b)
$$785 \overline{)112}$$

6. Effectuez les opérations suivantes en respectant la priorité des opérations.

a) $2 + 3 \times 5$

b) $6 \times 2 (4 + 3) + 5$

c) $2 + [6 \div 2 + (5 + 8) \times 6]$

7. Estimez le résultat des opérations arithmétiques suivantes.

a) $14 \times 26 \approx \dots\dots\dots$ b) $83 \div 41 \approx \dots\dots\dots$

c) $127 - 28 \approx \dots\dots\dots$

8. M. Duguay, un concessionnaire d'automobiles sis au 1439, rue King Ouest, expose cinquante-trois véhicules dans son établissement. La semaine dernière, il a vendu quatorze véhicules de même catégorie valant chacun 9 699 \$. Quel est le montant total correspondant à la vente de ces véhicules?

Décrivez les étapes de la solution et donnez la réponse.

9. La semaine dernière, Pauline a travaillé quarante heures au taux horaire régulier de 6 \$ et quatre heures en temps supplémentaire payé à double taux. Quel salaire a-t-elle reçu?

Décrivez les étapes de la solution et donnez la réponse.

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE SUR LES PRÉALABLES

1. a) $12 < 27$

b) $36 > 19$

c) $7 = 4 + 3$

$$\begin{array}{r} 2. \text{ a) } 55 \\ + 43 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 1 \\ 69 \\ + 31 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \text{ a) } 923 \\ - 22 \\ \hline 901 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 19 \\ 1200 \\ - 28 \\ \hline 901 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \text{ a) } 39 \\ \times 12 \\ \hline 78 \\ + 39 \\ \hline 468 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 5 \\ 6 \\ 107 \\ \times 89 \\ \hline 963 \\ + 856 \\ \hline 9523 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \text{ a) } 960 \quad | \quad 40 \\ - 80 \quad | \quad 24 \\ \hline 160 \\ - 160 \\ \hline 0 \end{array}$$

Rép. : 24

$$\begin{array}{r} \text{b) } 785 \quad | \quad 112 \\ - 748 \quad | \quad 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

Rép. : 7 reste 1

$$\begin{array}{l} 6. \text{ a) } 2 + 3 \times 5 \\ 2 + 15 \\ 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } 6 \times 2 (4 + 3) + 5 \\ 6 \times 2 (7) + 5 \\ 12 \times 7 + 5 \\ 84 + 5 = 89 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & 2 + [6 \div 2 + (5 + 8) \times 6] \\
 & 2 + [6 \div 2 + 13 \times 6] \\
 & 2 + [3 + 78] \\
 & 2 + 81 = 83
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \text{ a) } & 14 \times 26 \approx 10 \times 30 = 300 & \text{ b) } & 83 \div 41 \approx 80 \div 40 = 2 \\
 \text{c) } & 127 - 28 \approx 130 - 30 = 100
 \end{aligned}$$

8. • Nous cherchons le montant total de la vente. Ce montant peut être déterminé en multipliant le prix d'un véhicule par le nombre de véhicules vendus : $9\,699 \$ \times 14 =$

• Estimation : $10\,000 \$ \times 14 = 140\,000 \$$

• Résolution : $9\,699 \$ \times 14 = 135\,786 \$$

• La réponse de $135\,786 \$$ se rapproche de l'estimation de $140\,000 \$$.

Rép. : le montant total des ventes est de $135\,786 \$$.

9. • Nous cherchons à déterminer le salaire de Pauline la semaine dernière.

Salaire au taux régulier	+	Salaire en temps supplémentaire	=	Salaire total
$(6 \$ \times 40)$	+	$(6 \$ \times 2) \times 4$	=	

• Estimation :

$$(6 \$ \times 40) + (10 \$ \times 4) = 240 \$ + 40 \$ = 280 \$$$

• Résolution :

$$(6 \$ \times 40) + (6 \$ \times 2) \times 4$$

$$240 \$ + 12 \$ \times 4$$

$$240 \$ + 48 \$$$

$$288 \$$$

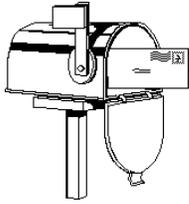
• $288 \$$ est proche de $280 \$$.

Rép. : le salaire de Pauline a été de $288 \$$.

ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉPREUVE DIAGNOSTIQUE

Questions	Réponses		Révision		À faire avant
	Correctes	Incorrectes	Section	Page	
1. a)			9.2	9.19	Sous-module 1
b)			9.2	9.19	Sous-module 1
c)			9.2	9.19	Sous-module 1
2. a)			9.3	9.22	Sous-module 2
b)			9.3	9.22	Sous-module 2
3. a)			9.4	9.26	Sous-module 3
b)			9.4	9.26	Sous-module 3
4. a)			9.5	9.29	Sous-module 4
b)			9.5	9.29	Sous-module 4
5. a)			9.6	9.33	Sous-module 5
b)			9.6	9.33	Sous-module 5
6. a)			9.7	9.37	Sous-module 6
b)			9.7	9.37	Sous-module 6
c)			9.7	9.37	Sous-module 6
7. a)			9.8	9.41	Sous-module 7
b)			9.8	9.41	Sous-module 7
c)			9.8	9.41	Sous-module 7
8.			9.1	9.4	Sous-modules 1 et 7
9.			9.1	9.4	Sous-modules 1 et 7

- Si toutes vos réponses sont **correctes**, vous possédez les préalables nécessaires pour entreprendre l'étude de ce module.
- Pour chaque réponse **incorrecte**, référez-vous aux activités proposées dans la colonne «**Révision**». Effectuez les activités de révision avant d'entreprendre l'étude de chaque sous-module proposée dans la colonne de droite «**À faire avant**».



SUIVEZ-VOUS CE COURS EN FORMATION À DISTANCE?

Vous avez présentement entre les mains le matériel didactique du cours MAT-1005-2 (GSM-111) ainsi que les devoirs qui s'y rattachent. À ce matériel est jointe une lettre de votre tutrice ou de votre tuteur. Cette lettre vous indique les différents canaux par lesquels vous pourrez communiquer avec elle ou lui (lettre, téléphone, etc.) ainsi que les heures réservées à ces prises de contact. En plus de corriger vos travaux, la tutrice ou le tuteur est la personne-ressource qui vous aidera dans votre apprentissage. Donc, n'hésitez pas à faire appel à ses services si vous éprouvez quelque difficulté.

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE TRAVAIL

L'enseignement par correspondance est un processus d'apprentissage d'une grande souplesse, mais il exige de votre part un engagement actif. Il requiert en effet de la régularité dans l'étude et un effort soutenu. Une méthode efficace de travail vous facilitera la tâche. Un cheminement d'apprentissage constant et productif ne peut échapper aux règles suivantes.

- Fixez-vous un horaire qui vous permette d'étudier selon vos possibilités tout en tenant compte de vos loisirs et de vos activités.
- Astreignez-vous à une étude régulière et assidue.

Pour vous aider à réussir ce cours de mathématiques, voici quelques règles à suivre concernant la théorie, les exemples, les exercices, les devoirs.

La théorie

Pour assimiler correctement les notions théoriques, portez attention aux points suivants.

- 1° Lisez attentivement le texte et surlignez les points importants.
- 2° Mémorisez les définitions, les formules et les marches à suivre pour résoudre un problème donné; cela facilitera la compréhension du texte.
- 3° Notez, à la fin du devoir, les points que vous ne comprenez pas. Votre tutrice ou votre tuteur vous donnera alors des explications pertinentes.
- 4° Essayez de poursuivre votre étude même si vous butez sur un obstacle particulier. Cependant, si une difficulté importante vous empêche de poursuivre la démarche d'apprentissage, n'attendez pas d'envoyer votre devoir pour demander des explications : adressez-vous à la tutrice ou au tuteur selon les modalités prévues dans sa lettre.

Les exemples

Les exemples sont des applications de la théorie. Ils illustrent le cheminement à suivre pour résoudre les exercices. Aussi, étudiez attentivement les solutions proposées dans les exemples et refaites-les pour vous-même avant d'entreprendre les exercices.

Les exercices

Les exercices d'un sous-module respectent généralement le modèle des exemples donnés. Voici quelques suggestions pour réussir ces exercices.

- 1° Rédigez les solutions en prenant pour modèle les exemples présentés dans le texte. Il est important de ne pas consulter le corrigé qui se trouve à la fin du texte sur des feuilles de couleur avant d'avoir terminé les exercices.
- 2° Évaluez vos solutions à l'aide du corrigé uniquement après avoir fait tous les exercices. **Attention!** Vérifiez attentivement les étapes de votre solution, même si votre réponse est exacte.
- 3° Si vous relevez une erreur dans votre réponse ou votre solution, revoyez les notions que vous n'avez pas comprises, ainsi que les exemples qui s'y rattachent. Ensuite, recommencez l'exercice.
- 4° Assurez-vous d'avoir réussi tous les exercices d'un sous-module avant de passer au suivant.

Les devoirs

Le cours MAT-1005-2 (GSM-111) comprend **trois** devoirs. La première page de chaque devoir indique à quels sous-modules se rapportent les questions posées. Les devoirs servent à évaluer votre degré de compréhension de la matière étudiée. Ils sont également un moyen de communication avec votre tutrice ou votre tuteur.

Quand vous aurez assimilé la matière et réussi les exercices qui s'y rattachent, rédigez sans délai le devoir correspondant.

- 1° Faites d'abord un brouillon. Apportez à vos solutions toutes les modifications nécessaires avant de mettre au propre la réponse finale.

- 2° Transcrivez au crayon à mine, de préférence, les réponses ou les solutions dans les espaces en blanc du document à retourner.
- 3° Accompagnez chaque réponse d'une solution claire et détaillée s'il s'agit d'une question qui exige un développement.
- 4° Ne postez que un devoir à la fois; nous vous le retournerons après correction.

Écrivez dans la section «Questions de l'élève» les questions que vous désirez poser à la tutrice ou au tuteur. Cette dernière ou ce dernier vous prodiguera des conseils. Elle ou il pourra vous guider dans vos études et vous orienter si nécessaire.

Dans ce cours

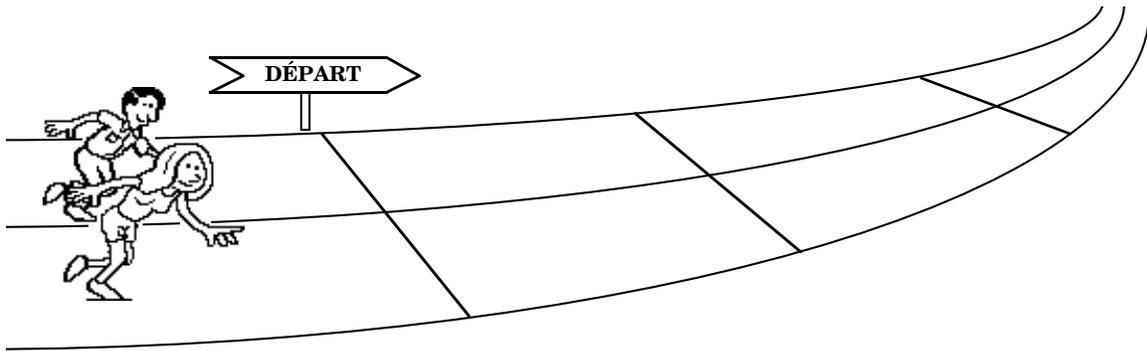
Le devoir 1 porte sur les sous-modules 1 à 5.

Le devoir 2 porte sur les sous-modules 6 et 7.

Le devoir 2 porte sur les sous-modules 1 à 7.

SANCTION

Lorsque vous aurez complété tous les travaux et si vous avez maintenu une moyenne de 60 % au moins, vous serez autorisé à passer l'examen.



SOUS-MODULE 1

COMPARAISON DE DEUX NOMBRES ENTIERS

1.1 ACTIVITÉ D'ACQUISITION

Une histoire de température

Quatre personnes respectivement originaires de Québec, de Sherbrooke, de Montréal et de Val-d'Or se sont rencontrées, puis ont parlé de température en comparant celles de leur ville d'origine. Pour s'assurer de l'exactitude des données, elles ont consulté Environnement Canada. Les renseignements obtenus sont indiqués sur les thermomètres de la figure 1.1.

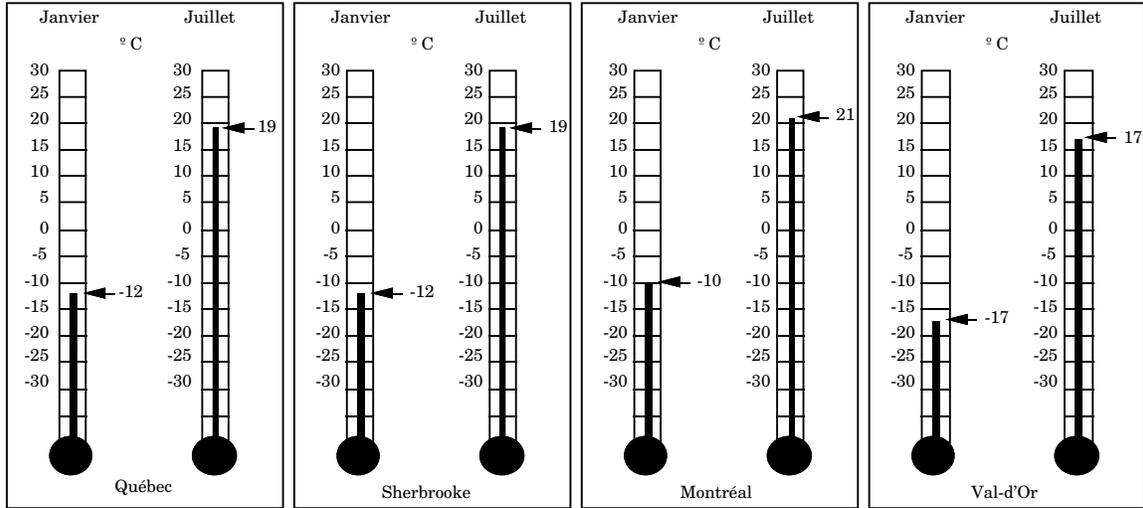


Fig. 1.1 Moyennes des températures en janvier et en juillet dans quatre villes du Québec

Observez la figure 1.1. Vous constaterez que le degré de température se situe parfois au-dessus de zéro et parfois au-dessous de zéro. Lorsque les degrés de température montent au-dessus de zéro, ils représentent des **entiers positifs** {5,10,15,...}; lorsqu'ils descendent au-dessous de zéro, ils représentent des **entiers négatifs** {-5, -10, -15,...}.

Reportez-vous à la figure 1.1, puis répondez aux questions suivantes.

? Quelle ville a la température moyenne la plus froide en janvier et en juillet?

.....

? Quelle ville a la température moyenne la plus chaude en janvier et en juillet?

.....

? Dans quelles villes retrouvons-nous des moyennes de température égales pour le mois de janvier?

.....

En effet, en janvier et en juillet, Val-d'Or est la ville la plus froide et Montréal, la ville la plus chaude. Par ailleurs, Québec et Sherbrooke affichent les mêmes moyennes de température. En répondant aux questions, nous avons comparé les moyennes de température des quatre villes.

Sur le thermomètre, les nombres sont inscrits le long d'une ligne verticale. En mathématiques, nous notons les nombres sur une ligne semblable qui porte le nom de **droite numérique**. La droite numérique peut être soit verticale comme sur un thermomètre, soit horizontale.

Pour atteindre les objectifs de ce sous-module, vous devrez être capable de transcrire des *nombres entiers* sur une droite numérique. Vous devrez aussi apprendre à comparer des nombres entiers en utilisant les symboles $<$ (plus petit que...), $>$ (plus grand que...) et $=$ (égal).



Vous connaissez les ***nombres naturels***; ce sont les nombres qui servent à compter. Nous les regroupons dans l'ensemble \mathbb{N} :

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Pour indiquer le degré de température, ces nombres ne suffisent pas, car il peut descendre sous zéro. Nous devons pouvoir compter dans les deux sens : au-dessus de zéro et au-dessous de zéro.

En d'autres cas, nous devons également compter dans les deux sens : lorsque nous effectuons des dépôts ou des retraits à la banque, lorsque nous mesurons l'altitude (c'est-à-dire la hauteur) d'une montagne, la profondeur d'une fosse sous-marine par rapport au niveau de la mer, etc.

Dans tous ces cas, nous utiliserons de nouveaux nombres que nous nommons «les entiers». Ces entiers sont regroupés dans l'ensemble \mathbb{Z} .

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

L'ensemble des nombres entiers, noté \mathbb{Z} , comprend les nombres entiers strictement positifs, les nombres entiers strictement négatifs et le nombre zéro.

Lorsque nous voulons indiquer une température de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ sous zéro, nous écrivons $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ et l'entier représentant ce nombre est -10 ; lorsque nous voulons indiquer une température de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ au-dessus de zéro, nous écrivons $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ et l'entier qui le représente est $+10$ ou 10 .

N.B. – Généralement, nous n'écrivons pas le signe $+$ devant un nombre entier positif. Ainsi, 10 signifie $+10$.

Exemple 1

Utilisons des entiers positifs ainsi que des entiers négatifs pour exprimer les situations suivantes :

- une perte de 25 \$ est associée au symbole -25 ;
- un gain de 50 \$, à $+50$ ou tout simplement à 50 ;
- une température de $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ au-dessous de zéro est associée au nombre négatif -12 ;
- une température de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ au-dessus de zéro, au nombre positif $+20$ ou 20 .

Exercice 1.1

1. Par quel entier représenterez-vous :
 - a) un dépôt de 200 \$?
 - b) un retrait de 150 \$?

2. Par quel entier un marchand représentera-t-il :
 - a) une perte de 100 \$?
 - b) un profit de 300 \$?

3. Par quel entier représenterez-vous l'an mil six cent huit, date de la fondation de la ville de Québec?
.....

4. À quel nombre entier associez-vous :
 - a) maigrir de 3 kg?
 - b) plonger de 2 mètres sous l'eau?
 - c) monter deux marches d'escalier?
 - d) avancer sa montre de une heure?
 - e) obtenir un rabais de 20,00 \$?



Saviez-vous que...

... nous avons attribué la lettre \mathbb{Z} à l'ensemble des nombres entiers parce que c'est la première lettre du mot allemand *Zahl* qui signifie «nombre»?

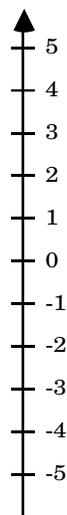


Fig. 1.2 Droite
numérique verticale

Sur un thermomètre, les nombres entiers sont inscrits sur une droite que nous nommons **droite numérique verticale**. Sur cette droite numérique, les entiers positifs sont situés au-dessus de zéro et les entiers négatifs, au-dessous de zéro.

Nous pouvons également inscrire les entiers sur une **droite numérique horizontale**; les entiers positifs sont alors situés à droite de zéro et les entiers négatifs, à gauche.

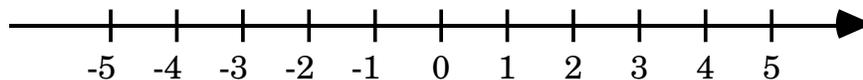
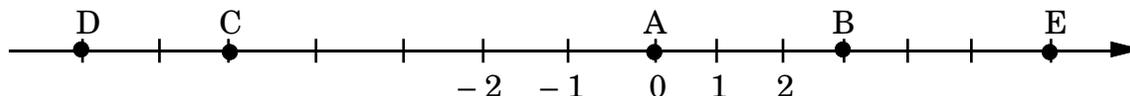


Fig. 1.3 Droite numérique horizontale

Lorsque nous traçons une droite numérique, il faut la diviser en parties égales de façon que **la distance entre chaque entier soit toujours la même**; les traits verticaux servent à situer les entiers par ordre croissant de gauche à droite. Sur la droite numérique, nous plaçons une flèche orientée vers le sens positif à l'une des extrémités. Observez attentivement les figures 1.2 et 1.3.

Exercice 1.2

1. En vous référant à la figure ci-dessous,



dites à quel entier correspond chacun des points associés aux lettres suivantes :

A : B : C : D : E :

2. a) En considérant la droite numérique du n° 1, nommez les entiers compris entre -3 et 4
- b) Combien en comptez-vous?
3. Sur la droite numérique, les nombres sont écrits en ordre croissant (du plus petit au plus grand). Les nombres suivants ont été déplacés; replacez-les dans le bon ordre.
 $-12, -20, -13, 5, 19, 13, 0, -8$:

Sur la droite numérique, chaque entier positif est situé à la même distance de zéro que l'entier négatif qui lui est **opposé**. Le nombre 3 est situé à la même distance de zéro que le nombre -3 . Ces nombres sont **symétriques** par rapport à zéro. **Les mêmes chiffres munis de signes différents sont opposés les uns aux autres, ils sont situés à la même distance de zéro.** L'opposé de $+1$ sera -1 , celui de -2 , $+2$, celui de $+4$, -4 et ainsi de suite.

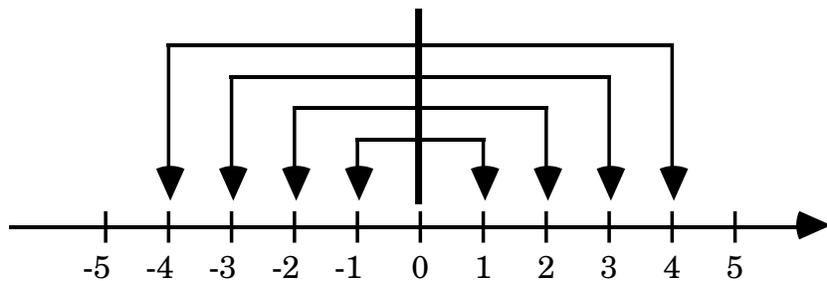


Fig. 1.4 Nombres opposés sur une droite numérique

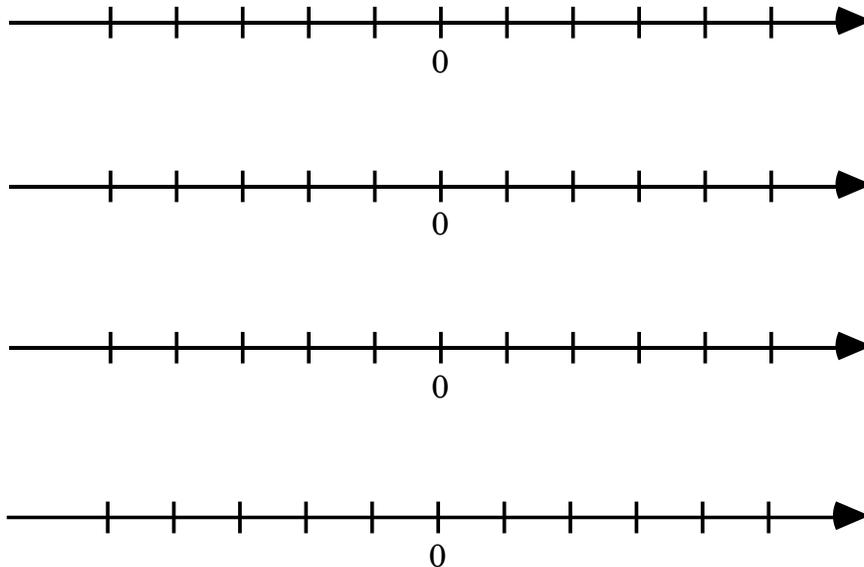
Deux nombres sont dits **opposés** ou **symétriques** si, formés des mêmes chiffres, ils sont affectés de signes contraires.

Exemples 2

- a) L'opposé de 5 est -5 . b) L'opposé de -5 est 5.
 c) L'opposé de 7 est -7 .

Exercice 1.3

1. Sur ces quatre droites numériques, inscrivez les nombres 4, -5 , 3 et -1 ainsi que leurs opposés.



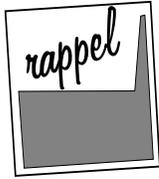
2. Quel est l'opposé de chacun des nombres ci-dessous?

- a) -10 b) 15 c) 0
 d) 135 e) -8 f) $-4\ 567$

3. a) Si 150 \$ représente un dépôt bancaire, par quel nombre traduira-t-on son opposé?

- b) Si $-18\ ^\circ\text{C}$ correspond à une baisse de température, quel sera son opposé?

Nous pouvons aussi vouloir comparer deux nombres entiers. Dans ce cas, un des moyens que nous pouvons utiliser est de se référer à la droite numérique.



Comparer deux nombres entiers équivaut à se demander si le premier nombre est plus petit ($<$), plus grand ($>$) ou égal ($=$) au deuxième nombre.

Dans la figure 1.1, nous avons mentionné la ville qui a les moyennes de température les plus froides et celle qui a les moyennes de température les plus chaudes.

La température la plus froide est celle qui est située le plus bas sur le thermomètre et la plus chaude, celle qui est située le plus haut. Un entier sur une droite numérique verticale est plus petit que l'entier situé au-dessus de lui. Ainsi, la température passe à 5°C avant de monter à 10°C et nous pouvons écrire $5 < 10$.

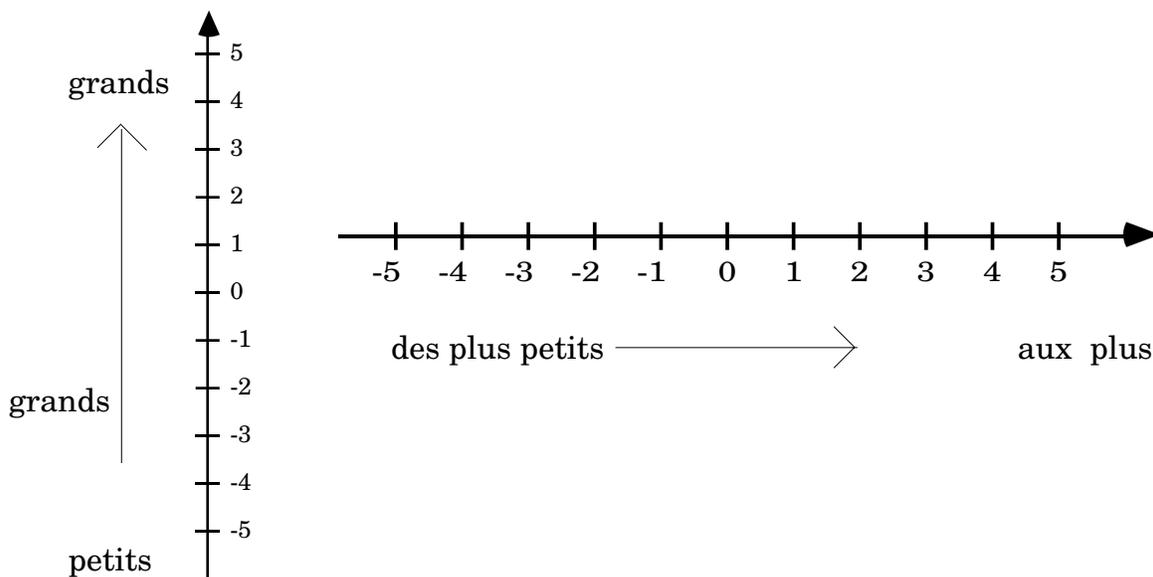


Fig. 1.5 Illustration de la croissance des nombres entiers

Le nombre 1 est plus petit que le nombre 3 ($1 < 3$). Sur la droite numérique horizontale, 1 est situé à gauche de 3. Les entiers deviennent de plus en plus

petits au fur et à mesure que nous nous dirigeons vers la gauche, -5 est plus petit que -3 ($-5 < -3$) et de plus en plus grands lorsque nous progressons vers la droite, 2 est plus grand que -6 ($2 > -6$).

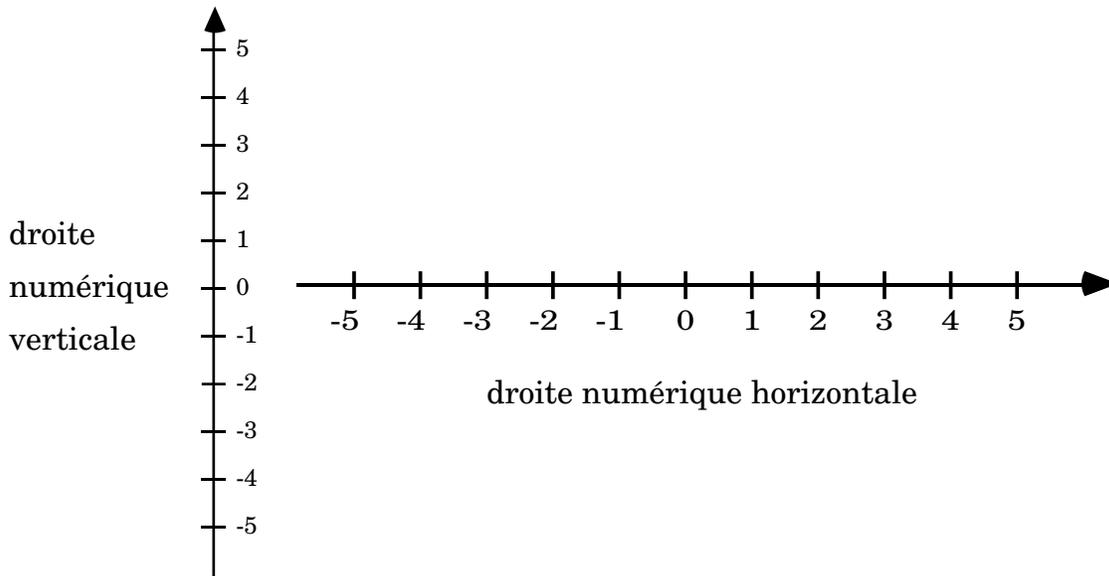


Fig. 1.6 Représentation des droites numériques verticale et horizontale

Observez les droites numériques de la figure 1.6.

- ? -3 est-il à gauche ou à droite de -5 ?
- ? -3 est-il au bas ou au haut de -5 ?
- ? -3 est-il supérieur ou inférieur à -5 ?

Vous devez vous poser ces questions lorsque vous voulez comparer deux nombres entiers. Dans ce cas-ci, puisque -3 est à droite de -5 sur la droite numérique horizontale et que, de plus, -3 est en haut de -5 sur la droite numérique verticale, vous en concluez que -3 est supérieur à -5 et vous écrivez $-3 > -5$.

Il y a aussi une autre façon de comparer des entiers. Il suffit de nous poser la question suivante : «À quel moment suis-je le plus riche?», ce moment correspondant toujours au nombre le plus grand.

Exemples 3

Comparons les nombres suivants :

- a) 5 6 b) 5 -5 c) -3 -5 d) -6 -4

- a) **À quel moment suis-je le plus riche?** Si j'ai en ma possession 5 \$ (+5) ou si j'ai 6 \$ (+6)?

Je suis le plus riche quand je possède 6 \$. 6 est donc le plus grand nombre.
5..... **6**

- b) **À quel moment suis-je le plus riche?** Si j'ai en ma possession 5 \$ (+5) ou si j'ai une dette de 5 \$ (-5)?

Je suis le plus riche quand je possède 5 \$. 5 est donc le plus grand nombre.
5..... -5

- c) **À quel moment suis-je le plus riche?** Si j'ai une dette de 3 \$ (-3) ou si j'ai une dette de 5 \$ (-5)?

Je suis «plus riche» avec une dette de 3 \$ (-3) qu'avec une dette de 5 \$. Le nombre -3 est donc le plus grand. **-3** -5

- d) **À quel moment suis-je le plus riche?** Si j'ai une dette de 6 \$ (-6) ou si j'ai une dette de 4 \$ (-4)?

Je suis «plus riche» avec une dette de 4 \$ qu'avec une dette de 6 \$. Le nombre -4 est donc le plus grand. -6..... **-4**

Il suffit par la suite de placer **la partie la plus large** des symboles < ou > **vers** le plus grand nombre.

Nous obtenons alors :

- a) $5 < 6$ qui se lit 5 est plus petit que 6.
- b) $5 > -5$ qui se lit 5 est plus grand que -5 .
- c) $-3 > -5$ qui se lit -3 est plus grand que -5 .
- d) $-6 < -4$ qui se lit -6 est plus petit que -4 .

Exercice 1.4

Complétez les expressions suivantes à l'aide des symboles $<$, $>$ ou $=$.

1. $8 \quad 0$

2. $-4 \quad 0$

3. $-4 \quad -3$

4. $-10 \quad -11$

5. $2 \quad -2$

6. $-15 \quad -25$

Tout comme ces personnes ont comparé les températures de leur ville d'origine, vous pouvez comparer les moyennes de température de la vôtre. Demandez ces renseignements à Environnement Canada et amusez-vous à faire des comparaisons.



1.2 EXERCICES DE CONSOLIDATION

1. Comparez la liste des températures suivantes à l'aide des symboles $<$, $>$ ou $=$.

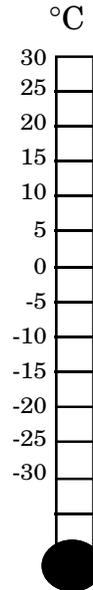
a) $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ $5\text{ }^{\circ}\text{C}$

b) $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$

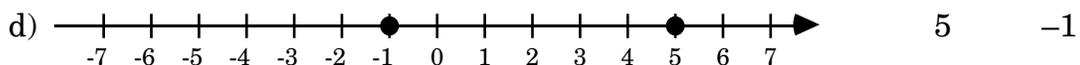
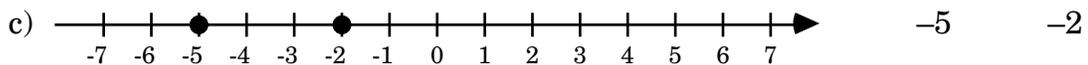
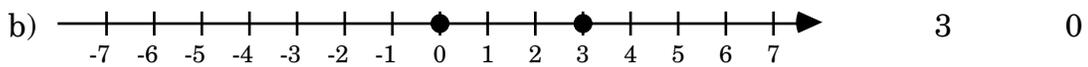
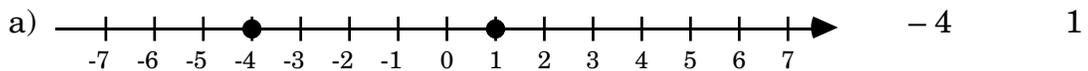
c) $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ $10\text{ }^{\circ}\text{C}$

d) $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ $5\text{ }^{\circ}\text{C}$

e) $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ $-24\text{ }^{\circ}\text{C}$

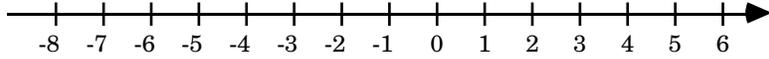


2. Comparez les nombres représentés par des points sur les droites numériques en utilisant les symboles $<$, $>$ ou $=$.

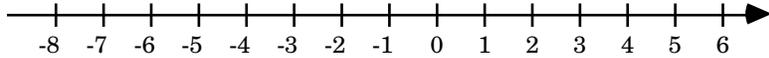


3. Placez ces nombres sur une droite numérique en les représentant par des points et comparez-les à l'aide des symboles $<$, $>$ ou $=$.

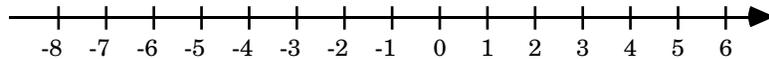
a) 3 1



b) -8 1



c) -3 -1



4. Dans votre cahier de budget, vous inscrivez deux sommes d'argent : -100 \$ et 50 \$. Si chacun des nombres est représenté par un entier, lequel de ces entiers est le plus grand?

.....

5. Ce matin, le thermomètre extérieur indiquait 3 °C. Cet après-midi, le thermomètre indique -1 °C. À quel moment de la journée la température était-elle la plus froide?

.....

6. Complétez ces expressions par les symboles $<$, $>$ ou $=$.

a) -15 13

b) -25 -8

c) 9 9

d) -5 5

e) -17 -16

f) -11 -13

g) -1 -6

h) 99 -132

i) -256 -255

j) -127 0



1.3 ACTIVITÉ DE SYNTHÈSE

Répondez aux questions suivantes. Si nécessaire, relisez le sous-module 1.

1. Qu'est-ce qu'un nombre entier?

.....
.....

2. Quelle différence y a-t-il entre l'ensemble des nombres naturels et l'ensemble des nombres entiers?

.....
.....
.....

3. Comment représentons-nous une droite numérique?

.....
.....
.....

4. Complétez les phrases suivantes par une des expressions : **plus grand** ou **plus petit**.

a) Sur une droite numérique horizontale, un nombre situé à la droite d'un autre nombre est plus que ce nombre.

b) Sur une droite numérique horizontale, un nombre situé à la gauche d'un autre nombre est plus que ce nombre.

c) Sur une droite numérique verticale, un nombre situé au-dessus d'un autre nombre est plus que ce nombre.

1.4 LA PAGE DES MATHOPHILES

Une histoire d'entiers négatifs

À quelle époque et pourquoi a-t-on introduit les nombres négatifs? Pendant longtemps, les mathématiciens n'ont utilisé que les nombres positifs. À quelle logique pouvait bien correspondre un entier négatif? Personne ne pouvait tenir en main un «moins que rien»! Léonard de Pise, dit «Fibonacci», qui vécut entre 1170 et 1250, fut le premier à utiliser les nombres négatifs. En dressant le bilan d'une entreprise, il obtint, en réponse à un problème, un résultat négatif. Au lieu de le rejeter, il le classa comme perte financière. Fibonacci tenta vainement de faire reconnaître les nombres négatifs mais, jusqu'au XVI^e siècle, les mathématiciens ne voulurent pas en tenir compte.

Au moment de la Renaissance, il y eut dans tous les domaines plusieurs découvertes et un grand élargissement des connaissances. Les mathématiciens, s'étant aperçus que tous les nombres n'étaient pas positifs, durent donc reconnaître l'existence de nombres négatifs.